

Die Spezielle Relativitätstheorie auf dem Prüfstand

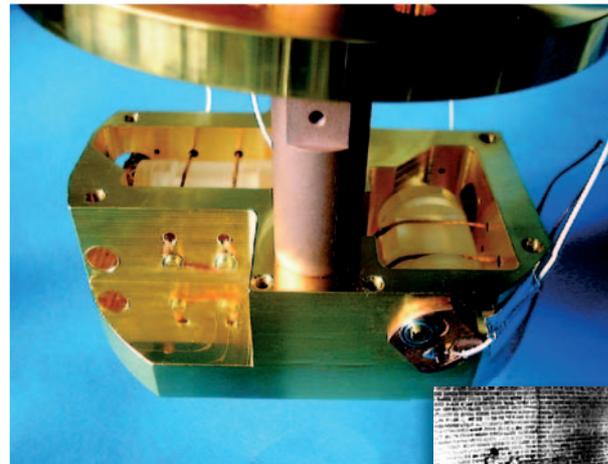
Wird die Lorentz-Invarianz die nächsten hundert Jahre überleben?

Claus Lämmerzahl

Die Spezielle Relativitätstheorie ist eine etablierte, verstandene und von allen bisherigen Experimenten bestätigte Theorie. Insbesondere lassen moderne, wesentlich verbesserte Varianten der klassischen Experimente zur Isotropie und Konstanz der Lichtgeschwindigkeit sowie zur Zeitdilatation, die besonders von deutschen Gruppen vorangetrieben werden, keine Abweichungen erkennen. Auch andere Experimente, die weitergehende Aspekte der Theorie testen, ergeben volle Übereinstimmung mit der Speziellen Relativitätstheorie. Allerdings sagen alle Ansätze für eine theoretisch als notwendig erachtete Quantengravitationstheorie winzige Verletzungen der Lorentz-Invarianz vorher. Dies stellt eine große Herausforderung an die Experimentierkunst dar und man darf darauf gespannt sein, ob denn die Lorentz-Invarianz die nächsten 100 Jahre in Strenge überleben wird.

Die 1905 von Einstein aufgestellte Spezielle Relativitätstheorie (SRT) ist neben der Quantentheorie und der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) ein Grundpfeiler der modernen Physik. Sie ist weit mehr als eine physikalische Theorie, sie bildet einen Theorienrahmen. Die SRT ist Grundlage der relativistischen Quantentheorie und Quantenfeldtheorie, die Lorentz-Invarianz der SRT bestimmt wesentlich die Struktur der ART und prägt unser modernes Verständnis von Raum und Zeit. Aber auch das praktische Leben wird von der SRT wesentlich beeinflusst. Viele Techniken, die wir selbstverständlich benutzen, man denke dabei nur an das Global Positioning System (GPS) oder an die Metrologie, würden ohne korrekte Einbeziehung der SRT nicht funktionieren.

So muss das Global Positioning System (und später das europäische Galileo-System), um korrekte Positionen angeben zu können, neben der ART auch die SRT mit einbeziehen: Da die GPS-Satelliten eine Geschwindigkeit von ca. 4 km/s gegenüber der Erdoberfläche haben, werden die auf dem Satelliten angebrachten Uhren von der Erde aus zeitdilatiert gesehen. Innerhalb eines Tages kumuliert sich dieser Effekt



Der klassische Test zur Isotropie der Lichtausbreitung ist der von Michelson und Morley (Inset). Die moderne Variante verwendet orthogonal angeordnete kryogene optischen Resonatoren aus Saphir, die ca. 3 cm lang sind, und erreicht eine um Größenordnungen höhere Genauigkeit. (Foto: A. Peters und S. Schiller)



auf $7,7 \mu\text{s}$, was wegen $x = ct$ (c : Lichtgeschwindigkeit) einer Strecke von 2,3 km entspricht.

Seit 1983 wird das Meter als diejenige Länge definiert, die das Licht innerhalb eines 299792458sten Teils einer Sekunde durchläuft. Die Längeneinheit auf die Zeiteinheit zurückzuführen wurde notwendig, weil die Genauigkeit der Zeitmessung die der Längenmessung übertraf. Diese Definition ist allerdings nur dann eindeutig, wenn die Lichtgeschwindigkeit konstant ist. Dies gilt auch für die Rückführung der Einheiten Volt und Ohm auf quantenmechanische Phänomene mittels des Josephson- und des Quanten-Hall-Effektes. Auch die eindeutige Definition einer weltweit

gültigen Zeit und Zeiteinheit ist nur bei Gültigkeit der SRT gewährleistet. In die Definition der Internationalen Atomzeit TAI, die alle Uhren in den nationalen Eichbüros miteinander korreliert, abgleicht und mittelt, gehen Uhren in verschiedenen Bewegungszuständen ein.

Die Newtonsche Gravitationstheorie ist nicht mit der SRT verträglich, weil sich in ihr die gravitative Wirkung instantan ausbreitet, was ein Bezugssystem auszeichnet und damit dem Relativitätsprinzip

KOMPAKT

- ▶ Die Tests der Speziellen Relativitätstheorie lassen sich mithilfe von Theorien beschreiben, die Abweichungen von ihr in wohldefinierter Weise zulassen.
- ▶ Moderne Varianten der klassischen Experimente bestätigen die Isotropie und die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit auf 10^{-15} .
- ▶ Auch Experimente zu einer polarisationsabhängigen Geschwindigkeit von Photonen oder mit massiven Teilchen bestätigen die SRT bislang voll und ganz.

Priv.-Doz. Claus Lämmerzahl,
ZARM, Universität
Bremen, Am Fall-
turm, 28359 Bremen,
laemmerzahl@
zarm.uni-bremen.de

widerspricht. Bei der Neuformulierung der Theorie der gravitativen Wechselwirkung, die einerseits den Minkowski-Raum der SRT als Grenzfall sehr kleiner Massenverteilungen enthält und lokal die Lorentz-Invarianz der SRT respektiert und andererseits auf der Universalität des Freien Falles aufbaut, wird man zwangsläufig auf das mathematische Modell einer Riemannschen Geometrie mit einer das Gravitationsfeld repräsentierenden Metrik geführt. Die SRT bestimmt also wesentlich die Struktur der ebenfalls von Einstein entwickelten ART.

Die Grundlagen der SRT

Die Poincaré-Transformationen der SRT lassen sich aus dem Relativitätsprinzip und der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit herleiten. Dabei ist die Zweiwege-Lichtgeschwindigkeit gemeint, die sich aus der halben Zeitdauer ergibt, die ein Photon benötigt, um eine Strecke hin *und* zurück zu laufen. Das Relativitätsprinzip bedeutet, dass sich durch Experimente kein Inertialsystem auszeichnen lässt, d.h. dass alle Inertialsysteme gleichwertig sind: Experimente, die in gleicher Weise in zwei zueinander bewegten Inertialsystemen durchgeführt werden, liefern immer dasselbe Resultat. Daraus lassen sich die Poincaré-Transformationen herleiten, die mit der üblichen Einsteinschen Gleichzeitigkeitsdefinition¹⁾ die einfache Form (der Einfachheit halber lassen wir die räumlichen Drehungen weg)

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \left(t - \frac{\mathbf{v}}{c^2} \cdot \mathbf{x} \right) + t_0 \quad (1)$$

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x}_\perp + \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} (\mathbf{x}_\parallel - \mathbf{v}t) + \mathbf{x}_0, \quad (2)$$

annehmen, wobei \mathbf{x}_\parallel und \mathbf{x}_\perp die Komponenten des Ortsvektors parallel und orthogonal zur Relativgeschwindigkeit \mathbf{v} sind. Ohne die Translationen t_0 und \mathbf{x}_0 sind (1, 2)

1) Die Einsteinsche Gleichzeitigkeitsdefinition zeichnet sich durch die Symmetrie und Einfachheit der Formeln aus. Im Gegensatz zur Newtonschen Physik gibt es in der der SRT aber verschiedene Möglichkeiten, eine Gleichzeitigkeit zu definieren. Welche man wählt, ist für die Physik aber gleichgültig.

die Lorentz-Transformationen. Bei beliebiger Gleichzeitigkeitsdefinition würden diese Transformationen erheblich komplizierter aussehen, hätten aber denselben physikalischen Inhalt. Die Lichtgeschwindigkeit c ist eine Grenzgeschwindigkeit: Die Relativgeschwindigkeit zwischen zwei Bezugssystemen kann nie größer als c sein. Im Grenzfall $c \rightarrow \infty$ reduzieren sich die Lorentz-Transformationen auf die Galilei-Transformationen.

Die Poincaré-Transformationen lassen sich auch alternativ aus der Invarianz der geradlinig-gleichförmigen Bewegung ($d^2\mathbf{x}(t)/dt^2 = 0$ bei beliebigen Zeittransformationen (keine absolute Zeit) und dem Relativitätsprinzip herleiten. Man kann darüber spekulieren, ob die SRT nicht viel früher hätte gefunden werden können, falls Newton die absolute Zeit nicht so vehement verfochten hätte [1]. Diese Herleitung unterstreicht die Bedeutung und Mächtigkeit des Relativitätsprinzips mit seinem Universalitätsanspruch.

Weder die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit noch das Relativitätsprinzip benötigen den Begriff der Kausalität. Daher ist die SRT mit (hypothetischen) akusalen Phänomenen verträglich. Im Rahmen der SRT ist eine Akausalität mit der Propagation von Phänomenen mit Überlichtgeschwindigkeit verknüpft. Da dies aber noch nie beobachtet wurde, nimmt man oft das Prinzip der Kausalität zum Formalismus der SRT hinzu.

Die Propagation von Signalen mit Überlichtgeschwindigkeit durch Regionen mit speziellen Randbedingungen, z. B. [2], verletzt nicht die SRT. Bei diesen Versuchen wird demonstriert, dass eine durch ein Wellenpaket definierte Informationseinheit schneller als im Vakuum propagiert. Beim Durchlaufen dieser Regionen werden die niederfrequenten, d. h. in gewissem Sinne die „langsamen“, Fourier-Anteile gedämpft, sodass überwiegend nur die höherfrequenten, d. h. die „schnellen“, Fourier-Anteile übrig bleiben. Jede einzelne dieser Fourier-Wellen propagiert jedoch immer noch mit Lichtgeschwindigkeit. Das Experiment wird vollständig durch die üblichen Maxwell-Gleichungen, die der SRT genügen, beschrieben. Die Bedeutung dieses Experiments liegt darin, dass man gezwungen wird, Begriffe präzise zu definieren.

Konsequenzen

Die klassischen Effekte: Die klassischen Effekte der SRT sind Zeitdilatation und Längenkontraktion sowie damit zusammenhängend Zwillingsparadoxon und Doppler-Effekt. Diese Effekte beschreiben, dass Längen und Zeiteinheiten bewegter Beobachter vom ruhenden Beobachter anders gesehen werden. Sie lassen sich anschaulich mittels Lichtuhren verstehen (siehe Infokasten „Die Lichtuhr“). Kombiniert man die Zeitangaben einer sich wegbewegenden Uhr mit einer sich annähernden Uhr, erhält man das bekannte Zwillingsparadoxon. Dazu benötigt man keine Beschleunigung. Letztendlich beruhen alle Tests der Zeitdilatation auf einer Beobachtung des Zwillingsparadoxons.

Auch der relativistische Doppler-Effekt beruht auf der Zeitdilatation und beschreibt die Frequenzänderung von Strahlung, die z. B. von Atomen emittiert wurde. Darüber hinaus beschreibt die Aberration, dass die Richtung eines Lichtstrahls für einen bewegten Beobachter im Vergleich zu einem ruhenden Beobachter etwas in Bewegungsrichtung verschoben ist. Dies muss bei der Beobachtung astrophysikalischer Ereignisse berücksichtigt werden. Bei sehr großer Geschwindigkeit fokussiert sich das gesamte Gesichtsfeld in einen

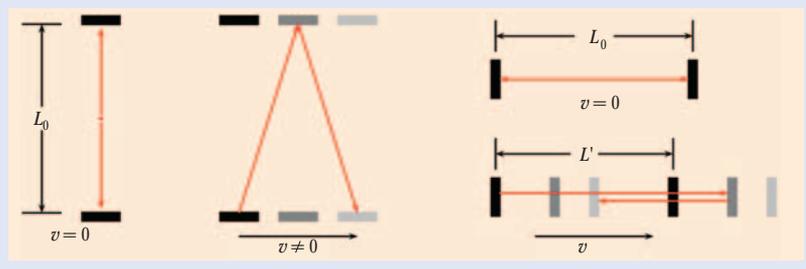
Die Lichtuhr

Mittels Lichtuhren lassen sich wesentliche Effekte der SRT einfach veranschaulichen. Ein zwischen zwei Spiegeln mit festem Abstand L_0 hin- und herfliegendes Photon stellt eine Lichtuhr mit der Zeiteinheit $T_0 = 2L_0/c$ dar (links).

► Bewegt sich die Lichtuhr orthogonal zu ihrer Längsrichtung, ist die Strecke, die das Photon für den ruhenden Beobachter zu durchlaufen hat, länger, nämlich $L = 2(L_0^2 + (vT)^2)^{1/2}$, wobei T die Laufzeit des Photons vom unteren Spiegel zum oberen für den ruhenden Beobachter ist. Da sich das Photon aber mit Lichtgeschwindigkeit c bewegt, ist die durch diese Lichtuhr dargestellte Zeiteinheit wieder durch $T = L/c$ definiert. Daher ist die

Zeiteinheit der bewegten Uhr um $1/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ länger.

► Bewegt sich eine Lichtuhr in Längsrichtung (rechts), kann die Längenkontraktion hergeleitet werden. Die Spiegel in den verschiedenen Graustufen repräsentieren deren Position zu den verschiedenen Zeiten. Die Laufzeit t_1 des Lichts vom linken Spiegel zum rechten berechnet sich aus $ct_1 = L + vt_1$, die Laufzeit t_2 vom rechten Spiegel zum linken aus $ct_2 = L - vt_2$. Dies gibt die Gesamtlaufzeit $ct = ct_1 + ct_2 = L/(1 - v^2/c^2)$, die jedoch gegenüber der Laufzeit der Lichtuhr im Ruhesystem dilatiert sein muss, $t = T_0/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$. Dies impliziert, dass die Länge einer in ihre Längsrichtung bewegten Lichtuhr verkürzt erscheint, $L = L_0(1 - v^2/c^2)^{1/2}$.



Punkt in Bewegungsrichtung. Ein weiteres Resultat ist die relativistische Addition der Geschwindigkeiten $(u+v)/(1+uv/c^2)$, was u. a. die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit bei bewegter Quelle sichert. Außerdem folgt daraus, dass Teilchen auch durch eine beliebig lange konstante Beschleunigung nie Überlichtgeschwindigkeit erreichen können.

Sagnac-Effekt: Wird ein Laser-Interferometer in Drehung versetzt, fangen die Interferenzstreifen an zu wandern. Dasselbe passiert auch bei Interferenzexperimenten mit Neutronen oder Atomen. Dies ist der Sagnac-Effekt, der aus der relativistischen Geschwindigkeitsaddition folgt. Geometrisch beschreibt er das Fehlschlagen einer globalen Synchronisierung in einem rotierenden Bezugssystem. Der Sagnac-Effekt beeinflusst auch den Gang von Atomuhren, die in Flugzeugen um die Erde transportiert werden. Die Zeitdifferenz zu einer auf der Erde zurückgebliebenen oder anders herum transportierten Uhr wurde eindeutig nachgewiesen und muss sowohl beim konsistenten Betreiben des GPS als auch bei der Definition der TAI berücksichtigt werden.

Universelle Anwendbarkeit: Neben diesen ausgezeichneten Effekten benötigt man die SRT auch zur konsistenten Interpretation vieler experimenteller Resultate, insbesondere aus der Hochenergiephysik und der Atom- und Kernphysik (z.B. Spin-Bahn-Kopplung, Hyperfeinübergänge, spektroskopische Auflösung). Aufgrund des Relativitätsprinzips ist sie aber auch eine Rahmentheorie für *alle* physikalischen Theorien und besitzt damit einen hervorgehobenen Status. Jede physikalische Theorie, z.B. das Standardmodell der Elementarteilchen, muss speziell relativistisch formuliert werden. Aus der relativistischen Erweiterung der Mechanik folgt auch die bekannte Formel $E=mc^2$. Die SRT begründet die Klassifizierung der Elementarteilchen nach Masse und Spin und liefert darüber hinaus zusammen mit der Mikrokausalität und der Positivität der Energie die Begründung des Spin-Statistik-Theorems und somit des Pauli-Prinzips, das zu den so genannten Austauscheffekten führt, die ebenfalls die Atom- und Molekülspektren stark beeinflussen.

Raum und Zeit: Die Neuartigkeit der Vorstellung von Raum und Zeit in der SRT liegt nicht darin, dass man Raum und Zeit zu einer neuen Einheit verschmelzen muss, sondern, dass man dies *kann*. Wählt man die Einsteinsche Synchronisierung, dann muss man Raum und Zeit in der Art verschmelzen, dass Transformationen zwischen Inertialsystemen Raum- und Zeitkoordinaten mischen. Man kann aber auch Synchronisierungen derart wählen, dass eine absolute Zeit erhalten bleibt. Das Wesen der speziell relativistischen Physik liegt daher nicht in der Notwendigkeit der Einheit von Raum und Zeit, sondern in invarianten physikalischen Effekten, wie der Konstanz der Zweifach-Lichtgeschwindigkeit, dem Zwillingsparadoxon, dem transversalen Doppler-Effekt, dem Sagnac-Effekt usw.

Schließlich sei noch angefügt, dass die SRT aufgrund der nichtabschirmbaren Gravitation nur noch auf kleinen Abständen approximativ gültig ist. Im Strengen ist sie überhaupt nicht mehr gültig. Betrachtet man z. B. die Quantenelektrodynamik in der gekrümmten Raum-Zeit der ART, so führt die durch die Quantenmechanik gegebene Ausdehnung der Photonen zu einem zusätzlichen Term in den effektiven Maxwell-Gleichungen, der die Krümmung der Raum-Zeit enthält und die Lorentz-Invarianz bricht. Dieser Zusatzterm modifiziert den

Konstitutivtensor des Vakuums, ist jedoch viel zu klein, als dass er beobachtbar wäre. Die Lorentz-invariant formulierten dynamischen Gleichungen spielen damit „nur“ die Rolle von idealisierten, nicht beobachtbaren, Konstituenten einer Theorie, deren effektive Gleichungen erst mittels einer wohldefinierten Prozedur ermittelt werden müssen.

Die experimentelle Bestätigung der SRT

Die Tests zur SRT bestehen nicht nur aus den klassischen Tests mit Licht. Wie vom Relativitätsprinzip gefordert, müssen im Prinzip alle Phänomene mit einbezogen werden. Wenn es z. B. zwei Phänomene mit zwei unterschiedlichen ausgezeichneten Geschwindigkeiten geben würde, wie eine Lichtgeschwindigkeit und eine davon verschiedene Geschwindigkeit der Gravitationswellen, dann würde auch dies das Relativitätsprinzip verletzen. Da auch Teilchen die Lorentz-Invarianz und damit das Relativitätsprinzip verletzen können, muss man im Prinzip mit *allen* Teilchensorten Tests durchführen.

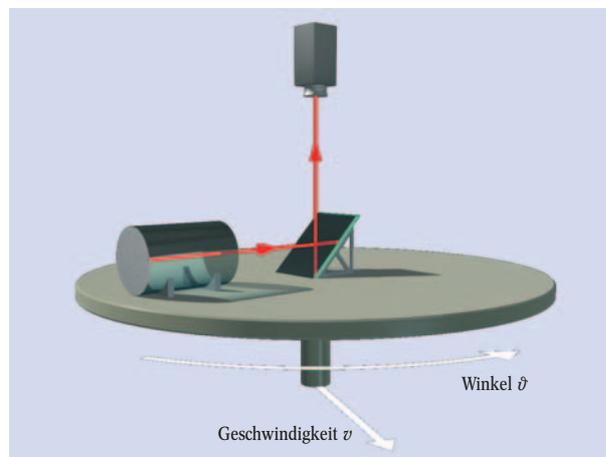


Abb. 1: Bei den Tests der Isotropie und Konstanz der Lichtgeschwindigkeit mit Kavitäten wird die Frequenz der stehenden Lichtwelle in einer Kavität mit einer Uhr verglichen, wobei die Anordnung rotieren und sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen kann.

Tests der SRT werden im Rahmen von Testtheorien beschrieben, die in wohldefinierter Weise Abweichungen von der SRT zulassen. Dadurch lässt sich die Güte der Bestätigung besser quantifizieren. Auch können damit verschiedene Experimente miteinander verglichen werden. Üblicherweise verwendet man eine kinematische Testtheorie, die Abweichungen von den Lorentz-Transformationen parametrisiert (siehe Infokasten „Robertson-Mansouri-Sextesttheorie“). Danach gibt es drei klassische Schlüsselexperimente zur Bestätigung der SRT: Tests zur Isotropie und zur Konstanz der Lichtgeschwindigkeit sowie zur Zeitdilatation. Daneben gibt es dynamische Testtheorien, wie den c^2 -Formalismus, in dem massive Teilchen eine von der Lichtgeschwindigkeit verschiedene Grenzgeschwindigkeit besitzen. Neuerdings werden aber auch allgemeine dynamische Testtheorien mit verallgemeinerten Maxwell- und Dirac-Gleichungen zur Beschreibung herangezogen (siehe Infokasten „Verallgemeinerte Maxwell- und Dirac-Gleichungen“).

Alle klassischen Tests der SRT lassen sich als Vergleich von Uhren interpretieren. Der grundlegende Aufbau von Tests zur Isotropie besteht aus einem Resonator, der durch seine Geometrie eine Richtung auszeichnet, und einer Uhr, mittels derer die in dem Resonator sich einstellenden Frequenzen $\nu = nc/2L$ (L ist die Länge des Resonators und n die Modenzahl der ausgekoppelten Schwingung) gemessen werden können. Dreht man nun den Resonator, ändert sich die Frequenz, falls die Lichtgeschwindigkeit von der Orientierung abhängt.

gen würde (Abb. 1). Da man die Uhr nicht mitdreht, ist dieses Verfahren eindeutig. Als Referenzuhr kann man auch einen zweiten Resonator nehmen. Aus experimentellen Gründen werden oft zwei orthogonal zueinander stehende Resonatoren zusammen gedreht. Auch die beiden Interferometerarme beim ursprünglichen Michelson-Morley-Versuch bilden zwei orthogonal zueinander stehende Uhren, deren „Zeiteinheit“ durch die Laufzeit des Lichtes vom Strahlteiler zum Spiegel und zurück gegeben ist.

Für Tests der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ändert man die Geschwindigkeit der gesamten Anordnung. Nimmt man an, dass die Referenzuhr nichts von den Geschwindigkeitsänderungen merkt, dann würde sich auch hier eine Nichtkonstanz der Lichtgeschwindigkeit in einer Änderung der gemessenen Frequenz bemerkbar machen. Schließlich werden bei Tests der Zeitdilatation zwei zueinander bewegte Uhren verglichen.

Zusammen stellen also Uhrenvergleiche mit hypothetischen, aber unterschiedlichen Orientierungs- und Geschwindigkeitabhängigkeiten der Uhren die klassischen Tests der SRT dar. Findet man eine Abhängigkeit der Frequenzdifferenz von der Orientierung oder der Geschwindigkeit, wäre die Lorentz-Invarianz verletzt.

Isotropie der Lichtgeschwindigkeit

Der fehlgeschlagene Versuch, durch das Michelson-Morley-Experiment [3] eine richtungsabhängige Lichtgeschwindigkeit nachzuweisen, falsifizierte die nicht-relativistische Kinematik und war wesentlich für die Entwicklung der Ideen, die der SRT zugrunde liegen. Moderne Varianten dieses Experiments [4] verwenden Resonatoren, an die Laser hochstabil eingekoppelt werden (Abb. auf S. XX). Resonatoren weisen mehrere entscheidende Vorteile gegenüber Interferometern auf: Einmal besitzen sie eine Güte von ca. 10^5 , sodass ein Photon 10^5 -mal in dem Resonator hin- und herfliegen und damit, auch wenn die Resonatoren nur wenige cm klein sind, eine größere optische Weglänge zurücklegen

kann als in Interferometern. Entsprechend größer ist die aufgesammelte hypothetische Anisotropie. Außerdem lassen sich kleine Systeme besser gegen Störeinflüsse isolieren als mehrere Meter große Interferometer.

Hängt die Lichtgeschwindigkeit von der Orientierung ab, d. h. ist $c=c(\vartheta)$, dann ändert sich die Frequenz des Resonators $\nu=nc/L$ beim Drehen, d. h. $\nu=\nu(\vartheta)$ (Abb. 1). Aus dieser Formel für die Frequenz ersieht man aber, dass man eine hypothetische Orientierungsabhängigkeit von c nicht von einer von L unterscheiden kann. So können z. B. durch thermische Einflüsse induzierte Längenänderungen des Resonators eine Richtungsabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit vortäuschen: Wenn z. B. Sonnenlicht in ein Labor scheint und den Resonator immer dann erwärmt, wenn er parallel zum Fenster steht, täuscht das eine systematische Längenänderung vor. Solche und andere systematische Störungen gilt es unbedingt zu vermeiden. In der Tat gelang es, die relative Länge von Resonatoren aus thermisch stabilen Materialien bei tiefen Temperaturen mit einer Genauigkeit von 10^{-16} stabil zu halten, was weniger als 1/10 des Protonenradius ist. Damit wurde die Isotropie der Lichtausbreitung mit einer relativen Genauigkeit von $\Delta c(\vartheta)/c \leq 10^{-15}$ bestätigt [4].

Das Michelson-Morley-Experiment wurde zuerst von G. FitzGerald und später von H. A. Lorentz durch Einführung einer physikalischen Lorentz-Kontraktion der Interferometerarme erklärt. Daher ist es verständlich, dass eine materialabhängige Kontraktion in Betracht gezogen wurde. In einer Reihe von Versuchen wurde aber die Universalität dieses Effektes nachgewiesen, indem Interferometerarme aus Sandstein, Pinienholz, Eisen etc. verwendet wurden. Im Rahmen neuer Theorien müssen gerade solche möglichen Effekte mitberücksichtigt werden [5].

Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

In diesen Experimenten wird getestet, ob die Lichtgeschwindigkeit von der Geschwindigkeit des Labors

Robertson-Mansouri-Sexl-Testtheorie

In diesem Ansatz [19], der wesentlich zum Verständnis der Struktur der SRT beigetragen hat, wird von einem ausgezeichneten Bezugssystem (T, X) ausgegangen, in dem sich Licht in alle Richtungen mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzt: $X^2/T^2=c_0^2$ bzw. $X^2-c_0^2T^2=0$. In einem gleichförmig dazu bewegten zweiten Bezugssystem, welches mit dem ersten über allgemeine lineare Transformationen

$$T = \frac{1}{a(v)}(t + \boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{x})$$

$$\mathbf{X} = \frac{1}{d(v)} \mathbf{x}_\perp + \frac{1}{b(v)} \mathbf{x}_\parallel + \boldsymbol{\nu}T$$

verknüpft ist, ist dies i. A. nicht der Fall. Die dort gemessene Zweifweg-Lichtgeschwindigkeit ist $c=c_0B(v)/(1+A(v)\cos^2\vartheta)^{1/2}$, wobei A und B Funktionen von a , b und d sind und ϑ

der Winkel zwischen Lichtstrahl und Relativgeschwindigkeit ist. Das die Synchronisierung beschreibende $\boldsymbol{\epsilon}$ taucht hier nicht mehr auf. Für kleine Geschwindigkeiten kann man entwickeln $a \approx 1 + (\alpha - 1/2) v^2/c^2$, $b \approx 1 + (\beta + 1/2) v^2/c^2$ und $d = 1 + \delta v^2/c^2$ und erhält $c(v, \vartheta) = c_0 \left(1 + (\beta - \alpha) \frac{v^2}{c_0^2} + (\beta - \delta) \frac{v^2}{c_0^2} \cos^2 \vartheta \right)$.

Experimente, die nach einer Richtungs- und Geschwindigkeitsabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit suchen (Michelson-Morley- und Kennedy-Thorndike-Experimente) testen somit, mit welcher Qualität die Koeffizienten $\beta - \alpha$ und $\beta - \delta$ verschwinden. Als dritten Test hat man die Zeitdilatation, die in diesem Rahmen durch

$t' = (1 + (1/2)(\alpha - 1)v^2/c^2) t$ gegeben ist. Die Lorentz-Invarianz ist durch $\alpha = \beta = \delta = 0$ charakterisiert. Die modernen Experimente liefern $|\beta - \delta| \leq 4 \cdot 10^{-9}$ [20], $|\beta - \alpha| \leq 10^{-6}$ [7] und $|\alpha| \leq 2 \cdot 10^{-7}$ [10]. In diese Abschätzungen geht die Relativgeschwindigkeit zum kosmischen Bezugssystem ein.

Der Vorteil dieses Ansatzes ist seine Universalität, die Unabhängigkeit vom betrachteten physikalischen System. Ein Nachteil besteht in der Annahme eines ausgezeichneten Bezugssystems mit gewissen Eigenschaften, die eigentlich zu begründen wären. Dieses ausgezeichnete Bezugssystem wird mit dem kosmologischen, in dem die Hintergrundstrahlung isotrop erscheint, identifiziert. Wer garantiert aber, dass es nicht noch ein ande-

res, z. B. durch einen Gravitationswellenhintergrund definiertes, ausgezeichnetes Bezugssystem gibt? Welches wählt man dann? Die kinematische Beschreibung ist also nicht intrinsisch vollständig; es wird Zusatzinformation benötigt, die nicht durch diese Theorie abgedeckt ist. Außerdem ist diese Theorie nicht in der Lage, Abweichungen von der Isotropie durch z. B. Finslersche Metriken zu beschreiben. Auch kann man keine Verletzung der Lorentz-Invarianz aufgrund von Doppelbrechung beschreiben und auch keine durch z. B. Dirac-Teilchen induzierte Verletzung der Rotationssymmetrie. Alle diese Probleme umgeht man bei dynamischen Testtheorien, die auf verallgemeinerten Maxwell- und Dirac-Gleichungen basieren (s. Infokasten).

abhängt, d. h. ob $c=c(v)$ ist. Dazu muss natürlich die Geschwindigkeit des Labors variiert werden. Diese Variation wird durch die Eigenrotation der Erde und durch die Rotation der Erde um die Sonne induziert, je nachdem, auf welcher Zeitskala die Experimente laufen. Dies lässt sich entweder mit Interferometern mit ungleichen Armlängen durchführen, wie es Kennedy und Thorndike im Jahre 1932 [6] gemacht haben, oder durch Vergleich einer an eine Kavität gekoppelte Laserfrequenz mit einer Atomuhr (Abb. 2). Der genaueste Test verwendete dabei zylinderförmige Kavitäten, in denen so genannte whispering gallery modes erzeugt wurden [7], deren Frequenz mit der eines H-Masers verglichen wurde. Dies ergab eine Konstanz der Lichtgeschwindigkeit mit einer relativen Genauigkeit von $\Delta c(v)/c \leq 10^{-15}$.

Ein weitere Aspekt der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ist, dass diese unabhängig von der Geschwindigkeit der Quelle ist. Bei der Beobachtung eines Doppelsternsystems könnte eine Abhängigkeit von der Geschwindigkeit des Sterns zur Folge haben, dass zu einem späteren Zeitpunkt ausgesandtes Licht vorher ausgesandtes überholen und es zu chronologischen Anomalien kommen könnte. Dies wurde jedoch nie beobachtet.

Diese Situation wurde in einem Versuch am CERN auf die Spitze getrieben [8]: Dabei wurde ein hochenergetisches Proton auf ein Beryllium-Target geschossen, in dem wiederum hochenergetische π^0 -Mesonen erzeugt wurden, die eine Geschwindigkeit von 99,975 % der Lichtgeschwindigkeit besitzen. Aufgrund ihrer extrem kurze Lebensdauer von ca. 10^{-16} s können diese bis zu ihrem Zerfall lediglich eine Strecke von bis zu 30 nm zurücklegen. Diese sehr schnellen Mesonen zerstrahlen in Photonen, deren Geschwindigkeit mit c gemessen wurde. Im Rahmen der vorrelativistischen Physik hätte man eine Geschwindigkeit von fast $2c$ erwartet. Damit besitzt Licht immer dieselbe Geschwindigkeit und stellt ein *ausgezeichnetes* Objekt dar.

Zeitdilatation

Die beiden amerikanischen Physiker H. E. Ives und G. R. Stilwell waren überzeugte Gegner der SRT. Es ist eine Ironie der Geschichte, dass ihnen ausgerechnet beim Versuch, diese zu widerlegen, der erste Nachweis der wichtigsten Vorhersage der SRT, nämlich der Zeitdilatation, gelang. Dadurch, dass man die von bewegten Atomen emittierte Strahlung in zwei entgegengesetzte Richtungen miteinander in Relation setzt, kann man den linearen, schon nichtrelativistisch auftretenden Doppler-Effekt eliminieren und erhält außerdem synchronisierungsinvariante Ergebnisse, die genau den Vorhersagen der SRT entsprechen [9]. Der Aufbau der modernen Experimente ist prinzipiell derselbe, sie verwenden jedoch bessere spektroskopische Methoden wie die Zweiphotonenspektroskopie oder Sättigungsspektroskopie. Mit letzterer gelang 2003 in Heidelberg der bisher genaueste Nachweis der Zeitdilatation [10]. Der interessante transversale Doppler-Effekt lässt sich auch mit Rotorexperimenten messen [11]. Dabei wird eine Mössbauer-Quelle auf die Drehachse eines Rotors platziert und die Absorptionsrate eines auf dem Rand des Rotors befestigten Absorbers gemessen. Diese ändert sich mit der Rotationsgeschwindigkeit.

Weitere, aber ungenauere Tests der Zeitdilatation im Sinne des Zwillingsparadoxons sind Beobachtungen der Lebensdauern an bewegten zerfallenden Elementen

bei verschiedenen Geschwindigkeiten [12]. Da die Geschwindigkeit der Teilchen bis zu 99,94 % der Lichtgeschwindigkeit betrug, war der an diesen Teilchen beobachtete Zerfall ungefähr um einen Faktor 30 langsamer als bei den ruhenden Teilchen. Wichtig ist der universelle Charakter der Zeitdilatation: Sie gilt nicht nur für die durch quantenmechanische Zerfälle definierte Zeiteinheit, sondern auch für Atomuhren, optische Uhren und sogar für die biologische Uhr.

Weitere Tests mit Photonen

Weitere Tests der Lorentz-Invarianz der elektromagnetischen Phänomene bestehen in der Suche nach einer fundamentalen Doppelbrechung sowie nach einer anomalen Dispersion. Doppelbrechung bedeutet, dass verschiedene Polarisierungen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit propagieren, was die Lorentz-Invarianz bricht, weil dadurch ein ausgezeichnetes Bezugssystem

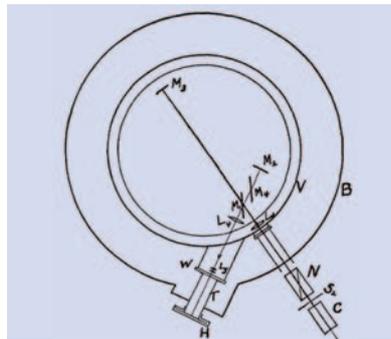


Abb. 2: Test der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Beim Interferenzexperiment von Kennedy-Thorndike hatte das Interferometer mit ungleichen Armlängen eine Ausdehnung von ca. 30 cm (links).



Die moderne Variante hat zylindrische kryogene Resonatoren aus Saphir, die ca. 2 cm im Durchmesser sind (rechts). (Foto: P. Wolf)

definiert wird. Die eine Doppelbrechung ergebenden Koeffizienten (siehe Infokasten „Verallgemeinerte Maxwell- und Dirac-Gleichung“) konnten in [13] durch Analyse von Licht ferner Galaxien auf maximal 10^{-32} beschränkt werden. Bei einer anomalen Dispersion werden z.B. zur normalen Dispersionsrelation $\omega^2 = c^2 k^2$ noch Terme der Ordnung ω^3 oder k^3 addiert, was ebenfalls die Lorentz-Invarianz verletzt. Diese Effekte lassen sich am besten mittels astrophysikalischer Beobachtungen abschätzen, da sich die hypothetischen Effekte aufgrund der langen Laufzeiten addieren würden.

Experimente mit massiven Teilchen

Selbst bei unendlich langer gleichförmiger Beschleunigung kann man Teilchen nie auf Lichtgeschwindigkeit bringen. Sehr klar wurde dies in einem Versuch gezeigt, in dem Elektronen beim Durchfliegen einer Potentialdifferenz beschleunigt werden [14]. Es zeigt sich, dass sich die Geschwindigkeit der Elektronen auch für hohe Beschleunigungsspannungen nur asymptotisch der Lichtgeschwindigkeit annähert. Diese Versuche wurden mit verschiedenen Teilchen mit immer gleichem Ergebnis durchgeführt. Die Grenzgeschwindigkeit c ist also für *alle* Teilchen universell. Auch die Analyse astrophysikalischer Ereignisse, wie die Supernova SN1987A oder gamma-ray bursts, ergaben für Elektronen, Photonen und Neutrinos immer dieselbe Grenzgeschwindigkeit.

Eine Brechung der Lorentz-Invarianz äußert sich u. a. in einer Brechung der Rotationsinvarianz des kinetischen Terms in der Schrödinger- bzw. Pauli-

Gleichung, der dann die Form $-(\hbar^2/2m)(\delta^{ij} + \alpha^{ij}) \partial_i \partial_j \psi$ besitzt. Koppelt man ein Magnetfeld an, so bewirkt der Tensor α^{ij} bei einem Spin-1/2-Teilchen mit Bahndrehimpuls 1 im $j=3/2$ -Zustand eine Aufspaltung des Zeemann-Singulett, wenn man den gesamten Apparat dreht. Die zuerst von Hughes und Drever durchgeführten und später verbesserten [15] Experimente sind sehr genau. Da keine Aufspaltung gesehen wurde, gilt für Protonen $\alpha^{ij} \leq 10^{-30}$. Generell untersuchen Hughes-Drever-artige Experimente die Richtungsunabhängigkeit der Aufspaltung von Energieniveaus mittels Kernspektroskopie, atomarer Spektroskopie oder Molekülspektroskopie.

Ausblick

Die Spezielle Relativitätstheorie ist weitgehend abgeschlossen und verstanden. Ein Problem ist die Uneindeutigkeit der Definition des Schwerpunktes bei ausgedehnten Systemen, was auch Bedeutung für die Darstellung des relativistischen Wasserstoffatoms hat und sich auch auf Probleme der ART bei der Beschreibung von Mehrkörperproblemen überträgt. Größere offene Probleme tauchen nur im Zusammenhang mit der speziell relativistischen Quantenfeldtheorie auf, wo man wechselwirkende Felder mathematisch noch nicht exakt im Griff hat.

Zurzeit sind weiter verbesserte Tests der Isotropie und Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in den Gruppen von S. Schiller an der Universität Düsseldorf und A. Peters an der Humboldt-Universität Berlin im Aufbau. Dabei werden neueste Entwicklungen wie z.B. Frequenzkämme zum besseren Vergleich zwischen optischen und Mikrowellenfrequenzen eingesetzt. Eine weitere Steigerung der Genauigkeit bei solchen Experimenten ist im Weltraum zu erwarten, wo man einerseits eine besonders ruhige Umgebung ohne seismische Störungen hat,

aber auch von den großen Änderungen der Tangentialgeschwindigkeit längs der Umlaufbahn profitiert. In der Tat gibt es fortgeschrittene Studien zu Experimenten auf der Internationalen Raumstation ISS wie auch für Satellitenmissionen. Außerdem sind viele neue Uhrentests in Vorbereitung, die auf anomale, die Lorentz-Invarianz verletzende Kopplungen sensitiv sind.

Die ART, die die SRT erweitert und wesentlich auf ihr aufbaut, führt im Rahmen der üblichen Quantisierung auf nicht-renormierbare Unendlichkeiten. Daher muss es eine fundamentalere Theorie geben, die diese beiden Theorien in einer neuen, konsistenten Weise umschließt. Solche Theorien nennt man Quantengravitationstheorien. Bisherige Ansätze in diese Richtung sind String-Theorien, „loop quantum gravity“ und nichtkommutative Geometrien, die jedoch noch weit von einer abschließenden Formulierung entfernt sind [16]. Neben neuen Vorstellungen von Raum und Zeit (eventuell eine Körnung oder ständige Fluktuationen in der Geometrie auf kleinsten Skalen) implizieren all diese Ansätze im Niederenergie-Limes kleine Abweichungen von der Standardtheorie und insbesondere von der Lorentz-Invarianz [17]. Dies kann von zusätzlichen universellen Wechselwirkungen, von einer spontanen Symmetriebrechung oder von der Diskretheit der Raum-Zeit-Struktur herrühren. Allerdings gibt es bisher kein einziges experimentelles Ergebnis, das zweifelsfrei auf solche Effekte und damit auf eine „neue Physik“ schließen lässt.

Eine dieser „Vorhersagen“ besteht in der Modifikation der Dispersionsrelation z.B. von Photonen

$$c^2 k^2 = \omega^2 + \xi \frac{\omega^3}{\omega_{QG}}, \tag{3}$$

wobei ω_{QG} eine durch die Quantengravitation definierte Energieskala ist, die meist von der Größenordnung der Planck-Energie angenommen wird. ξ ist ein Parameter von der Ordnung 1, der je nach Quantengravitationstheorie einen anderen Werte annehmen kann. Da ω_{QG} von der Größenordnung der Planck-Frequenz ist, ist diese Korrektur nur Strahlung von sehr hoher Energie zugänglich, wie man sie in der kosmischen Strahlung mit Energien von bis zu 10^{21} eV findet. Diese Korrektur unterscheidet sich fundamental von der, die man z. B. aus der durch die Krümmung der Raum-Zeit induzierten Modifikation der effektiven Maxwell-Gleichungen erhält.

Im Rahmen der Standard-Quantenelektrodynamik wechselwirkt die hochenergetische kosmische Strahlung mit dem Mikrowellenhintergrund und hat demzufolge eine Reichweite von nur 100 Mpc (dies nennt man den nach Greisen, Zatsepin und Kuzmin benannten GZK-cuttoff). Das nächste Objekt, das als Quelle für Strahlung solch hoher Energien infrage kommt, ist aber 150 Mpc entfernt. Wir sollten also solche hochenergetische Strahlung überhaupt nicht sehen können. Neben anderen Hypothesen wird auch die modifizierte Dispersionsrelation (3) als Erklärung dieses Phänomens in Erwägung gezogen. Auch Laborexperimente werden in diesem Zusammenhang diskutiert.

Trotz des bisher großen Erfolges der Speziellen Relativitätstheorie stellt sich wegen der großen experimentellen Fortschritte und des zunehmendes Druckes aus der Quantengravitation also die Frage, ob die Lorentz-Invarianz die kommenden 100 Jahre in Strenge überleben wird.

Verallgemeinerte Maxwell- und Dirac-Gleichung

Alle physikalischen Phänomene und Objekte, und damit auch alle Messgeräte wie Uhren und Maßstäbe, erfüllen gewisse Bewegungsgleichungen. Auch die Messung selbst ist ein dynamischer Prozess (wir sehen hier von den Komplikationen des quantenmechanischen Messprozesses ab). Die Lorentz-Invarianz der Physik ist demnach letztendlich eine Konsequenz der Bewegungsgleichungen. Daher ist es das Natürlichste, hypothetische Abweichungen von der Lorentz-Invarianz durch Abweichungen von den üblichen Bewegungsgleichungen wie der Maxwell- und der Dirac-Gleichung anzugeben. Die einfachste Form einer dynamischen Testtheorie, die konsistent hypothetische Verletzungen der Lorentz-Invarianz einbezieht, ist das so genannte erweiterte Standardmodell [17] (allgemeinere Ansätze wurden in [20] diskutiert). Es geht aus von einer Lagrange-Dichte für das Maxwell- und Dirac-Feld F_{ab} und ψ

$$L = -\frac{1}{16\pi} (\eta^{ac} \eta^{bd} + \chi^{abcd}) F_{ab} F_{cd} + \frac{i}{2} \bar{\psi} \Gamma^a \vec{D}_a \psi - \bar{\psi} M \psi$$

mit $D_a = \partial_a + (ie/\hbar c) A_a$ und der Min-

kowski-Metrik $\eta^{ab} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$. Hierbei ist χ^{abcd} ein konstanter Tensor, der Doppelbrechung und anisotrope Lichtausbreitung und damit hypothetische Verletzungen der Lorentz-Invarianz des Vakuums beschreibt. Die Γ^a sind verallgemeinerte γ -Matrizen, die keine Clifford-Algebra erfüllen, $\Gamma^a \Gamma^b = \eta^{ab} + X^{ab}$, wobei der konstante Spin-Tensor X^{ab} die Lorentz-Invarianz bricht. Theorien dieser Art lassen sich aus Quantengravitationstheorien ableiten [17]. Mit den daraus folgenden verallgemeinerten Maxwell- und Dirac-Gleichungen kann man nun konsistent alle Experimente beschreiben. Diese dynamischen Testtheorien sind intrinsisch vollständig. Die Tensoren χ^{abcd} und X^{ab} lassen Doppelbrechung zu. Außerdem kann man z.B. beim Michelson-Morley-Experiment sowohl die Lichtpropagation im Interferometer oder in den Kavitäten als auch die Interferometerarme oder die Kavitäten selbst beschreiben. Beides trägt zum beobachteten Gesamteffekt bei [5, 19] und muss bei einer vollständigen Interpretation der Experimente berücksichtigt werden. Lorentz-Invarianz liegt genau dann vor, wenn $\chi^{abcd} = 0$ und für alle Teilchen $X^{ab} = 0$ gilt.

Danksagung

Für hilfreiche Diskussionen und fruchtbare Zusammenarbeit danke ich H. Dittus, E. Göklü, F.W. Hehl, H. Müller, A. Peters, G. Schäfer und S. Schiller.

Literatur

- [1] P. Mittelstaedt, in: W. Buschlinger und Ch. Lütge (Hrsg.), Kaltblütig – Philosophie von einem rationalen Standpunkt, S. Hirzel Verlag, Stuttgart, Leipzig (2003), S. 221
- [2] G. Nimitz, Prog. Quantum Electronics **27**, 417 (2003)
- [3] A. A. Michelson und E. W. Morley, Am. J. Sci. **34**, 333 (1887)
- [4] H. Müller et al., Phys. Rev. Lett. **91**, 020401 (2003)
- [5] H. Müller et al., Phys. Rev. D **67**, 056006 (2003)
- [6] R. J. Kennedy und E. M. Thorndike, Phys. Rev. **42**, 400 (1932)
- [7] P. Wolf et al. Phys. Rev. Lett. **90**, 060402 (2003)
- [8] T. Alväger et al., Phys. Lett. **12**, 260 (1964)
- [9] H. E. Ives und G. R. Stillwell, J. Opt. Soc. Am. **28**, 215 (1938); J. Opt. Soc. Am. **31**, 369 (1941)
- [10] S. Saathoff et al., Phys. Rev. Lett. **91**, 190403 (2003)
- [11] D. C. Champeney, G. R. Isaak und A. M. Khan, Proc. Phys. Soc. **85**, 583 (1965)
- [12] J. Bailey et al., Nature **268**, 301 (1977)
- [13] A. Kostelecký und M. Mewes, Phys. Rev. D **66**, 056005 (2002)
- [14] W. Bertozzi, Am. J. Phys. **32**, 551 (1964)
- [15] J. D. Prestage et al., Phys. Rev. Lett. **54**, 2387 (1985); S. K. Lamoreaux et al., Phys. Rev. A **39**, 1082 (1989); T. E. Chupp et al., Phys. Rev. Lett. **63**, 1541 (1989)
- [16] C. Kiefer, Quantum Gravity, Oxford University Press, Oxford (2004)
- [17] D. Colladay und V. A. Kostelecký, Phys. Rev. D **58**, 116002 (1998); S. M. Carroll et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 141601 (2001); J. Alfaro, H. A. Morales-Tecotl, und L. F. Urrutia, Phys. Rev. D **65**, 103509 (2002); Phys. Rev. D **66**, 124006 (2002)
- [18] R. Mansouri und R. U. Sexl, Gen. Rel. Grav. **8**, 497 (1977); **8**, 515 (1977); **8**, 809 (1977); H. P. Robertson, Rev. Mod. Phys. **21**, 378 (1949)
- [19] H. Müller et al., Phys. Rev. D **68**, 116006 (2003)
- [20] C. Lämmerzahl, Class. Quantum Grav. **14**, 13 (1998); C. Lämmerzahl, A. Macias und H. Müller, Phys. Rev. D **71**, 025007 (2005)

Der Autor

Claus Lämmerzahl interessiert sich bereits seit seinem Vordiplom für relativistische Physik. Studiert und promoviert hat er in Konstanz, anschließend verbrachte er längere Zeit als CNRS-Gastwissenschaftler in Paris und war wissenschaftlicher Angestellter in Konstanz und Düsseldorf. Seit 2003 leitet er die Arbeitsgruppe Gravitationsphysik am Zentrum für Angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation ZARM in Bremen, wo er sich u. a. mit verschiedenen Satellitenprojekten und Tests der Speziellen und Allgemeinen Relativitätstheorie beschäftigt.

