

Die Polarisierbarkeit des Pions

Verstehen wir die Struktur der Hadronen?

Thomas Walcher

Das Pion ist das leichteste der Mesonen, die aus einem Quark-Antiquark-Paar bestehen. Seine elektromagnetische Polarisierbarkeit ermöglicht es, die starke Wechselwirkung zwischen den beiden Quarks zu untersuchen, und zwar gerade im bislang am wenigsten verstandenen Bereich, in dem eine störungstheoretische Behandlung der Quanten-Chromodynamik versagt. Die Messergebnisse des Mainzer Beschleunigers MAMI weichen signifikant von den Berechnungen ab.

Wenn wir ein Stück ungeladener Materie in ein elektrisches Feld bringen, so wird es „elektrisch polarisiert“, ebenso wird es in einem Magnetfeld „magnetisch polarisiert“. Mikroskopisch gesehen entsteht die elektrische Polarisierung durch die Ausrichtung von „intrinsic elektrischen Dipolmomenten“ oder durch die Trennung der positiven und negativen Ladungen in den Atomen oder Molekülen durch „induzierte elektrische Dipolmomente“. Entsprechend erklärt die magnetische Ausrichtung intrinsischer magnetischer Dipolmomente die paramagnetische Magnetisierung und die von induzierten magnetischen Dipolmomenten die diamagnetische Magnetisierung.

Den induzierten Dipolmomenten ist gemeinsam, dass sich Ladungen bzw. Ströme eines Systems aus negativen und positiven elektrischen Ladungen unter dem Einfluss der elektromagnetischen Felder gegen die inneren Kräfte, die das System zusammenhalten – das sind bei Atomen und Molekülen natürlich auch elektromagnetische Kräfte –, verschieben. Die elastische Reaktion der gebundenen Systeme auf solche äußeren Felder erlaubt daher Rückschlüsse auf die Struktur der zusammengesetzten Systeme, und ihre Untersuchung ist eine wohlbekannte Standardmethode der Atom-, Molekül- und Festkörperphysik.

Noch interessanter ist die Methode, wenn man die Wechselwirkung zwischen den Bausteinen des Systems nicht kennt. Solche stabilen, zusammengesetzten Systeme sind z. B. das Proton und das Neutron. Sie bestehen jeweils aus drei Quarks, die durch die starke Wechselwirkung gebunden sind. In einem gebundenen System ist der Relativimpuls der Teilchen und damit der Impulsübertrag durch die Austauschteilchen, welche die Bindung vermitteln, klein. Bei kleinem Impulsübertrag ist aber die starke Wechselwirkung sehr stark oder genauer: ihre Kopplungskonstante divergiert. Es ist das Eigenartige an der Theorie der starken Wechsel-



Die 885-MeV-Stufe des Mainzer Mikrotrons MAMI. Die beiden großen Magnete (grün) wiegen je 450 Tonnen. An den gelben Streben hängen die Hochfrequenz-Hohlleiter zur Versorgung der Beschleunigungsstrukturen, links davon sind die Röhren für insgesamt 90 Umläufe, bei denen die Elektronen um jeweils 7,5 MeV beschleunigt werden. Der blaue Magnet ist Teil des Extraktionskanals.

nigungsstrukturen, links davon sind die Röhren für insgesamt 90 Umläufe, bei denen die Elektronen um jeweils 7,5 MeV beschleunigt werden. Der blaue Magnet ist Teil des Extraktionskanals.

wirkung, die Quanten-Chromodynamik (QCD), dass ihr am wenigsten verstandener Bereich gerade bei kleinem Impulsübertrag zu finden ist. Vieles lässt sich aus Streuexperimenten lernen¹⁾, aber der kritische Bereich der kleinsten Impulsüberträge lässt sich nur an gebundenen Systemen untersuchen.

An gebundenen Systemen lassen sich natürlich viele Größen wie Anregungsspektren, Ausdehnung oder „Formfaktoren“ beobachten. Die induzierten Dipolmomente, das heißt die Polarisierbarkeit, bieten aber einen

1) vgl. R. Klanner und Th. Schörner-Sadenius, Physik Journal, Mai 2006, S. 41

KOMPAKT

- In einem gebundenen Zustand wie dem Pion ist der zwischen den Quarks ausgetauschte Impuls sehr klein und damit die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung sehr groß.
- Dieser Bereich der QCD hängt mit unverständenen Phänomenen wie der „divergierenden Kopplungskonstanten“, der „spontanen Brechung der chiralen Symmetrie“ und dem „Confinement“ zusammen.
- Mit einem intensiven Photonenstrahl lässt sich am Mainzer Beschleuniger MAMI die Polarisierbarkeit des Pions messen und damit die Gültigkeit der chiralen Störungstheorie überprüfen.

Prof. Dr. Thomas Walcher, Institut für Kernphysik, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 55099 Mainz, und Laboratori Nazionali di Frascati, INFN, I-00044 Frascati (Rom), Italien

2) Wenn man auch die Seequarks und die Gluonen noch hinzurechnet, sogar um Vielkörpersysteme.

3) Der so erhaltene Wert der Polarisierbarkeit des Pions stimmt trotz unerlaubter Vereinfachungen erstaunlich gut mit der Messung überein. Aber das ist Zufall und war nicht das Ziel dieser Veranschaulichung.

direkten Zugang zu den Kräften, die in den zusammengesetzten Systemen wirken. Daher sind diese Größen in Systemen der starken Wechselwirkung wie Proton und Neutron ausführlich untersucht worden. Allerdings handelt es sich dabei um Dreikörpersysteme aus Valenzquarks²⁾, und es wäre viel besser, wenn man solche Untersuchungen an einem einfachen Zweiquarksystem durchführen könnte. Nun bestehen solche Mesonen aber aus einem Quark und einem Anti-Quark und sind daher instabil, weil sie „annihilieren“, das heißt in andere Teilchen zerfallen können. Daher gibt es keine stabilen Targets für solche Untersuchungen. Bevor wir diskutieren, wie sich das Problem lösen lässt, wollen wir zunächst einige Grundtatsachen in Erinnerung rufen:

Zur quantitativen Erfassung der Größe des induzierten Dipolmomentes führt man die elektrische und magnetische Polarisierbarkeit α und β eines Systems durch die Definitionen (im SI-System)

$$\begin{aligned} \vec{p}_{el} &= 4\pi q \vec{\delta} = 4\pi \epsilon_0 \alpha \vec{E} \quad \text{und} \\ \vec{p}_{mag} &= 4\pi j \vec{A} = 4\pi \mu_0 \beta \vec{H} \end{aligned} \quad (1)$$

ein, wobei q die Ladung, $\vec{\delta}$ der Abstand der Ladungen, j der Kreisstrom, \vec{A} die vom Kreisstrom umschlossene Fläche, \vec{E} das elektrische und \vec{H} das magnetische Feld

sind und \vec{p}_{el} und \vec{p}_{mag} die zugehörigen induzierten Dipolmomente.

Die im Infokasten diskutierten Modelle für ganz verschiedene Systeme aus zwei Ladungen zeigen zunächst, dass die elektrische Polarisierbarkeit proportional zu dem Verhältnis aus Kopplungskonstante des betrachteten Systems und elektromagnetischer Kopplungskonstante α_{QED} ist. Dabei tritt ein Faktor auf, der die Größe des Systems charakterisiert und die Dimension eines Volumens hat. Demnach lassen sich die Stärke der Kopplung und die Geometrie des Systems aus einer Messung der Polarisierbarkeit allein nicht eindeutig trennen.

Aus Platzgründen haben wir uns im Infokasten auf die elektrische Polarisierbarkeit beschränkt, die aber bereits alles für uns Wichtige zeigt. Dabei sind wir uns der höchst groben Näherung bewusst, die wir speziell für das Pion machen, das aus zwei sehr leichten Quarks besteht. Um seine Polarisierbarkeit zu behandeln, müssten wir eigentlich ein relativistisches Modell anführen (siehe nächster Abschnitt). Kritikern solcher Vereinfachungen entgegnen wir mit einem Feynman-Zitat: „What we didn't understand waving our hands, we didn't understand at all“.

DREI POLARISIERBARE SYSTEME

Mechanische Feder mit zwei Elementarladungen

Die Auslenkung $\vec{\delta}$ einer Helixfeder mit der Federkonstanten D , an deren Enden sich jeweils eine positive und eine negative Ladung befinden, ist gegeben durch (Abb. a):

$$\vec{F} = q \vec{E} = D \vec{\delta} \quad (a)$$

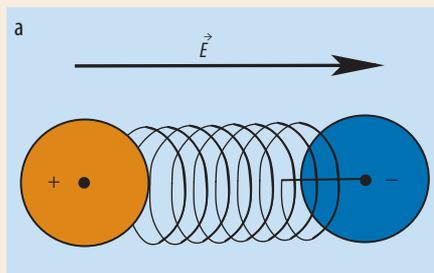
Hieraus folgt mit der Definition für \vec{p}_{el}

$$\alpha = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{q^2}{D} = 4\pi \hbar c \alpha_{QED} \frac{\zeta^2}{D} \quad (b)$$

mit der Ladung ζ in Einheiten der Elementarladung. Hierbei haben wir das statische intrinsische Dipolmoment (Federlänge mal Ladung) abgezogen, da uns das bei der Betrachtung der induzierten Polarisierbarkeit nicht interessiert. Die Federkonstante D hängt mit dem Torsionsmodul G des Drahtes der Feder mit N Helixgängen, mit Drahtradius r und mit Helixradius R zusammen. Mit der dimensionslosen Größe $\alpha_{Feder} = (G r^4)/(4 \hbar c N)$ als eine Art innere Kopplungskonstante der Feder ergibt sich:

$$\alpha = \frac{\alpha_{QED}}{\alpha_{Feder}} 4\pi R^3 \zeta^2 \quad (c)$$

Eine Kopplungskonstante der Feder zu definieren, erscheint zunächst als ziemlich künstlich, macht aber schon an einem klassischen Beispiel klar, dass diese Größe von der Geometrie des Systems abhängt. Ihre Definition ist also



etwas willkürlich und hängt von der Skalenlänge ab (hier: R), die wir wählen.

Für eine ziemlich harte Feder ($D=2,5 \text{ N/cm}$) und $\zeta = 1$ folgt:

$$\alpha = 5,4 \times 10^{15} \text{ fm}^3 \quad (d)$$

Die zunächst unvernünftig erscheinende Einheit 1 Fermi = 1 fm = 10^{-15} m erlaubt den Vergleich mit den folgenden atomaren Systemen.

Wasserstoffatom

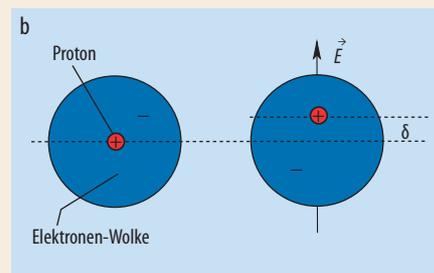
Beim Wasserstoffatom nehmen wir eine kugelsymmetrische, homogene Elektronenwolke mit Radius R um ein punktförmiges Proton ($\zeta = 1$) an (Abb. b) und erhalten für α :

$$\alpha = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{e^2}{D} = \frac{\alpha_{QED}}{\alpha_{QED}} 4\pi R^3 \quad (e)$$

Die Kopplungskonstante des elektrischen Feldes (der Sonde) und des Systems sind hier gleich. Wir haben sie mit Absicht nicht herausgekürzt, um die Struktur der Polarisierbarkeit auch hier zu verdeutlichen. Mit dem Radius des Wasserstoffatoms (z. B. Bohr-Radius) ergibt sich:

$$\alpha = 1,5 \times 10^{15} \text{ fm}^3 \quad (f)$$

Dieser Wert ist etwa so groß wie der der Feder, aber groß gegen den des Pions.



Pion

Ein positives Pion, das aus einem up- und einem Anti-down-Quark besteht, kann man sich anschaulich wie die Feder vorstellen, allerdings mit einem anderen Kraftgesetz zwischen den Farbladungen. Bei den kleinen Impulsüberträgen, die im Pion auftreten, lässt sich das Kraftgesetz nicht auf die divergierende Kopplungskonstante der QCD zurückführen (vgl. Text). Daher übernehmen wir als grobe und eigentlich unerlaubte Näherung einfach das empirische Potential zwischen einem schweren Quark und Anti-Quark auch für die leichten Quarks:

$$V(r) = -\frac{k_1}{r} + k_2 r, \quad \text{mit } k_1=0,5 \text{ GeV}\cdot\text{fm}, \quad k_2=0,9 \text{ GeV}/\text{fm} \quad (g)$$

Durch Ableiten erhalten wir die Kraft und daraus die „Federkonstante“, die wir in (b) einsetzen

$$\alpha = 4\pi \hbar c \alpha_{QED} \frac{1}{2k_1} R^3 \zeta^2 \quad (h)$$

Mit $\alpha_{q\bar{q}im\pi} = (2k_1/\hbar c)$ finden wir wieder die gleiche Struktur für die Polarisierbarkeit wie zuvor:

$$\alpha = \frac{\alpha_{QED}}{\alpha_{q\bar{q}im\pi}} 4\pi R^3 \zeta^2 \quad (i)$$

wobei wir mit $\alpha_{q\bar{q}im\pi}$ eine Art effektiver Kopplungskonstante des Quark-Anti-Quark-Systems im Pion meinen. Mit dem Radius des Pions (äquivalenter Ladungsradius) $R_\pi = 1,1 \text{ fm}$ und $\zeta = 1/6$ erhalten wir:

$$\alpha = 6,7 \times 10^{-4} \text{ fm}^3 \quad (j)$$

Der Wert $\zeta = 1/6$ ergibt sich, wenn man die verschiedenen Kräfte auf die Ladung des up-Quarks mit $+(2/3)e$ und des Anti-down-Quarks mit $+(1/3)e$ anschaut. Das System wird gerade so polarisiert, dass einem System ohne Dipolmoment aus zwei Ladungen mit $+e/2$ ein Dipolmoment mit Ladungen $+(1/6)e$ und $-(1/6)e$ im Abstand R überlagert ist.³⁾

Was sagt die Theorie?

Für das Pion gibt es eine größere Zahl von Modellen, die etwas realistischer, aber immer noch nur von der QCD „inspiriert“ und nicht eine wirkliche Vorhersage der QCD sind. Eigentlich gibt es nur zwei Möglichkeiten, das Vielteilchensystem aus Quarks, Antiquarks und Gluonen zu beschreiben: die Gittertheorie und die chirale Störungstheorie.

Die Gittertheorie löst das höchst nichtlineare Vielteilchenproblem, das die Beschreibung der Hadronen durch die QCD darstellt, auf einem endlichen Raum-Zeit-Gitter. Damit umgeht sie zunächst die für Quantenfeldtheorien typischen Divergenzen und sucht einen Grenzwert für eine gegen Null gehende Gitterkonstante. Bisher funktioniert diese Methode aber wegen des sehr hohen Rechenaufwands für die leichten Quarks nicht zuverlässig. Insbesondere gibt es für die Polarisierbarkeit des positiven Pions, das ja aus zwei ganz leichten Quarks besteht, noch keine angemessenen Rechnungen.

Daher machen wir einen Sprung und beschränken uns hier auf die heute beste Möglichkeit, die „chirale Störungstheorie“. Die Quanten-Chromodynamik QCD beschreibt die stark wechselwirkenden Teilchen, die Hadronen, als aus Quarks und Gluonen zusammengesetzte Systeme. Diese Theorie ist streng nichtlinear

und lässt sich nur bei großen Impulsüberträgen, wenn ihre Kopplungskonstante klein ist, störungstheoretisch behandeln.¹⁾ Bei kleinen Impulsüberträgen, also in dem Bereich, in dem die Hadronen in der Natur vorkommen, divergiert die Kopplungskonstante jedoch. Allerdings kann man eine der die QCD definierenden Symmetrien, die „chirale Symmetrie“, nutzen, um dennoch eine Störungstheorie zu formulieren [1, 2]. Die Chiralität oder Händigkeit eines Quarks ist die Richtung seines Spins bezüglich seines Impulses, also positiv, oder rechtshändig, bei paralleler Ausrichtung und negativ, oder linkshändig, bei antiparalleler. Die chirale Symmetrie bedeutet nun, dass diese Händigkeit bei Vorgängen mit der starken Wechselwirkung erhalten bleibt.

Wenn man an diesen Details (vgl. Infokasten „Chirale Störungstheorie“) nicht interessiert ist, genügt es, sich in Erinnerung zu rufen, dass Vielteilchensysteme in der Physik der kondensierten Materie seit langem mit effektiven Freiheitsgraden beschrieben werden. Ein Beispiel ist die BCS-Theorie der Supraleitung, bei der Cooper-Paare durch die Wechselwirkung von Elektronenpaaren mit antiparallelen Spins mit dem Gitter entstehen. Die BCS-Paare bilden dann einen „effektiven Freiheitsgrad“ mit Spin 0, das heißt „Bosonen“, die effektiv keine Wechselwirkung mehr mit dem Gitter haben.

4) Der Paritätspartner des Pions mit $J^P=0^+$ wird Sigma-Meson genannt, ist aber noch nicht direkt beobachtet worden.

SPONTANE SYMMETRIEBRECHUNG UND CHIRALE STÖRUNGSTHEORIE

Nach Dirac ist das physikalische Vakuum durch einen See von gleichvielen Teilchen und Antiteilchen angefüllt. Das **Vakuum der QCD** kann nun gemäß der Quantenmechanik für kurze Momente in Quark- und Anti-Quark-Paare fluktuieren. Das leichteste Hadron, das **Pion (π -Meson)**, ist die häufigste Fluktuation und besteht aus einem leichten Quark und einem leichten Anti-Quark, also zum Beispiel up und Anti-up (π^0) oder up und Anti-down (π^+). Diese können bei Beachtung der Antisymmetrie der Wellenfunktion und der negativen Parität eines Antiteilchens bei Beschränkung auf einen Bahndrehimpuls $L=0$, 1 zu Gesamt-Spin und Parität $J^P = 0^-, 0^+, 1^+, 1^-$ gekoppelt sein.

Um die Masse eines solchen Paares abzuschätzen, müssen wir auch den Beitrag der Feldenergie der **Gluonen**, die ja das Quark und Anti-Quark binden, berücksichtigen. Schätzt man diesen Beitrag aus der Masse der Nukleonen mit drei Quarks ab, so ergibt sich für die Masse der „Konstituentenquarks“ $938 \text{ MeV}/c^2/3 \approx 300 \text{ MeV}/c^2$. Dann wäre also die Masse eines Hadrons aus Quark und Anti-Quark $600 \text{ MeV}/c^2$, und man müsste in der Natur Paritätsdubletts von Mesonen mit dieser Masse beobachten. Wir beobachten aber für das Pion ($J^P = 0^-$) $m_\pi \approx 140 \text{ MeV}/c^2$, während alle anderen beobachteten Mesonen eine größere Masse als das **ρ -Meson** ($J^P = 1^+$), $m_\rho \approx 780 \text{ MeV}/c^2$, haben.⁴⁾ Wie im Text erwähnt, senkt nun gerade die spontane Brechung einer Symmetrie eines Vielkörpersystems die Energie der **Goldstone-Bosonen** des Systems ab. Wir wollen jetzt diskutieren, wie das im Fal-

le des Quark-Anti-Quark-Systems funktioniert.

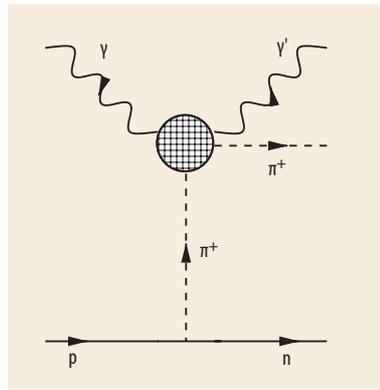
Wir betrachten nur die **starke Wechselwirkung** und vernachlässigen die elektromagnetische, das heißt die Quarks und ihre zusammengesetzten Systeme haben keine Ladung. Dann sind auch alle Mischungen von Zuständen aus up- und down-Quarks mit definierter und erhaltener **Chiralität**, das heißt links- und rechtshändig, möglich. Wenn wir die gegen m_π sehr kleinen intrinsischen Massen der leichten Quarks, das sind die Massen ohne Gluonen ($m_{\text{up}} \approx 5 \text{ MeV}/c^2$ und $m_{\text{down}} \approx 10 \text{ MeV}/c^2$), vernachlässigen, haben alle diese gemischten Zustände die gleichen Massen, aber keine definierte Parität. Damit wir die in der Natur beobachteten Spin- und Paritätswerte $J^P = 0^-$ bekommen, muss die chirale Symmetrie spontan gebrochen werden. Nur diese „pseudo-skalare“ Kombination ist in unserer Welt verwirklicht und damit die Masse der Pionen gegenüber der Erwartung abgesenkt. Die Ursache für diese spontane Symmetriebrechung ist bislang aber unbekannt. Sie muss vielmehr als „faktisch“ angesehen werden. Ob dieses nur ein Mangel unseres derzeitigen Verständnisses ist, oder ob wir mit der Einführung von „spontan gebrochenen Symmetrien“ – auch das Higgs-Teilchen ist ein Teilchen, das so entsteht – eine qualitativ andere Beschreibung der Natur zulassen, soll hier nicht weiter erörtert werden.

Wir verstehen das Pion jetzt als Anregung eines Vielteilchenzustandes im physikalischen Vakuum der QCD. Daher ist es effektiv, wenn wir bei kleinen Impulsüberträgen die Quarks und Gluonen als Freiheitsgrade durch gerade diesen

Vielteilchenzustand ersetzen. Damit können wir eine Quantenfeldtheorie, die nur die Felder leichter Mesonen benutzt und dennoch die wesentlichen Eigenschaften der QCD reflektiert, formulieren. Die so konstruierte Lagrange-Dichte lässt sich dann zwar nicht nach Potenzen der großen Kopplungskonstante entwickeln, aber nach Potenzen der kleinen Impulsüberträge, der kleinen Energien und der kleinen Pionenmasse. Wichtig ist dabei ein Zählschema für die Ordnung dieser Entwicklungsgrößen (z. B. [1, 3]). Die Entwicklung erlaubt nun wie bei anderen Quantenfeldtheorien, **Feynman-Diagramme** und -Regeln zur Berechnung herzustellen, mit denen sich Amplituden von physikalischen Prozessen berechnen lassen.

Ein Problem der so konstruierten effektiven Feldtheorien ist ihre **Renormierung**. Es ist hier nicht möglich, die in jeder Quantenfeldtheorie auftauchenden Unendlichkeiten einfach in den beobachteten Massen, Kopplungskonstanten etc. der niedrigsten Ordnung „verschwinden“ zu lassen, sondern man muss explizit in jeder Ordnung neue „Niederenergiekonstanten“ einführen, die u. a. der Weghebung der unendlichen Terme dienen. Diese Konstanten müssen in jeder Ordnung an die Experimente angepasst werden, und ihre Zahl wächst mit der Ordnung an. Aber wenn man sie erst einmal mit einigen Experimenten festgelegt hat, dann müssen sie für die weiteren fixiert bleiben, so dass sich sehr signifikante Voraussagen ergeben. In der ferneren Zukunft hofft man, die Niederenergiekonstanten im Rahmen der Gittertheorie zu berechnen.

Abb. 1 Das Feynman-Diagramm zur Photozeugung eines Pions in der Reaktion $\gamma p \rightarrow \gamma' \pi^+ n$, das die Messung seiner Polarisierbarkeit erlaubt. Dies ist die Amplitude des sog. Pion-Pol-Terms, der in der gewählten Kinematik genügend groß ist, um gegenüber den anderen Beiträgen (siehe Abb. 2) „messbar“ zu werden.



In unserem Zusammenhang ist das Beispiel von Spinwellen im magnetisierten Festkörper einfacher zu verstehen. Ein magnetisierter Festkörper richtet sein Magnetfeld „spontan“ in eine beliebige Raumrichtung aus, wir sprechen von einer „spontan gebrochenen Symmetrie“. Die magnetische Ordnung kann zu sehr langwelligem Spinwellen angeregt werden, die nur eine verschwindend kleine Energie tragen. Diese Anregungen heißen „Goldstone-Bosonen“ und sind wieder „effektive Freiheitsgrade“. Wie im Infokasten beschrieben, kann man das physikalische Vakuum in Analogie zum magnetisierbaren Festkörper sehen und die energetisch kleinsten Anregungen des Vakuums mit den Pionen, das sind die Hadronen mit der kleinsten Masse, identifizieren.

Im Rahmen der chiralen Störungstheorie haben J. Bijnens und F. Cornet 1988 erstmals die Polarisierbarkeit des geladenen Pions in führender Ordnung einer Einschleifennäherung (Ordnung des äußeren Impulses $\mathcal{O}(p^4)$) zu

$$(\alpha + \beta)_{\pi^+} = 0 \times 10^{-4} \text{ fm}^3 \quad (2)$$

$$(\alpha - \beta)_{\pi^+} = 5,4 \times 10^{-4} \text{ fm}^3 \quad (3)$$

berechnet [4]. Dabei ist α_{π^+} bzw. β_{π^+} die oben eingeführte elektrische bzw. magnetische Polarisierbarkeit. Die nächste Ordnung $\mathcal{O}(p^6)$ der chiralen Störungstheorie ergibt [5]

$$(\alpha + \beta)_{\pi^+} = (0,16 \pm 0,1) \times 10^{-4} \text{ fm}^3 \quad (4)$$

$$(\alpha - \beta)_{\pi^+} = (5,7 \pm 1,0) \times 10^{-4} \text{ fm}^3. \quad (5)$$

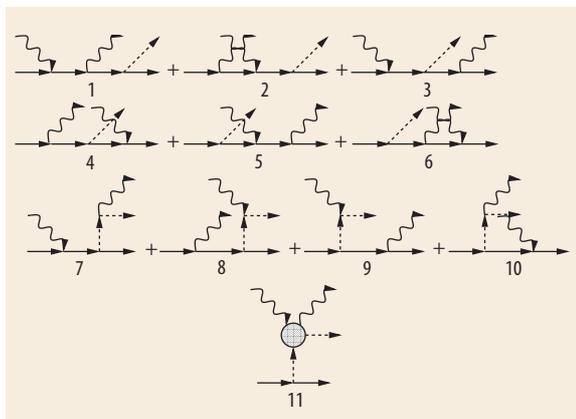


Abb. 2: Feynman-Diagramme mit dem gleichen Endzustand wie Abb. 1.

Die grundsätzliche Idee

Wenn wir nun die Polarisierbarkeiten messen wollen, stellen wir zunächst fest, dass ein statisches Feld z. B. eines Plattenkondensators oder einer Spule viel zu schwach wäre. Schlimmer, da das Quark sich mit dem Anti-Quark im Pion sofort aufgrund der schwachen Wechselwirkung vernichten und in verschiedene Kanäle zerfallen kann, lebt es zu kurz ($\tau = 2,6 \times 10^{-8} \text{ s}$), um einen messbaren Effekt zu erzeugen, selbst wenn man sehr viele davon produzieren würde.

Der Ausweg besteht darin, langwellige Photonen zu nehmen, deren Wellenlängen so groß gegenüber der Ausdehnung des Pions ($r_\pi \approx 1 \text{ fm}$) sind, dass wir das Photonenfeld als quasistatisch ansehen dürfen. Wenn wir annehmen, dass das Proton p für kurze Zeit in ein Pion π^+ und ein Neutron n dissoziieren kann – das ist eine Fluktuation im Rahmen der Heisenbergschen Unschärferelation, ganz wie bei der Fluktuation der Quark-Antiquarkpaare im Vakuum –, dann können wir das Photon γ an dem „virtuellen“ Pion streuen und seinem Feld aussetzen. Diese Streuung bedeutet gerade die Compton-Streuung an dem virtuellen Pion. In der klassischen Physik wird die Streuung an der punktförmigen Ladung als Thomson-Streuung bezeichnet und die Streuung an dem induzierten Dipolmoment als Rayleigh-Streuung. Eine genaue quantenmechanische Rechnung zeigt, dass wir einen messbaren Beitrag zum Wirkungsquerschnitt erhalten, der sich auf die Polarisierbarkeiten zurückführen lässt. Demnach müssen wir die Reaktion $\gamma p \rightarrow \gamma' \pi^+ n$ mit drei koinzidenten Teilchen im Endzustand messen (Abb. 1).

Die Berechnung des Wirkungsquerschnittes der Reaktion $\gamma p \rightarrow \gamma' \pi^+ n$ ist etwas kompliziert, da wir drei Teilchen im Endzustand haben. Für die Streuung des Photons an dem Pion lautet das Ergebnis:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{lab}}} = \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2 \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 m_\pi c^2} \left\{ \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 m_\pi c^2} \frac{1+z^2}{2} - \frac{\omega \omega'}{2(\hbar c)^2} [(1-z)^2 (\alpha_{\pi^+} - \beta_{\pi^+}) + (1+z)^2 (\alpha_{\pi^+} + \beta_{\pi^+})] \right\}, \quad (6)$$

wobei ω die Energie des einlaufenden, ω' die des auslaufenden Photons ist und $z = \cos \theta_{\text{lab}}$ mit dem Laborwinkel θ_{lab} zwischen den beiden Photonen. Der erste Term beschreibt die Streuung an einem punktförmigen Pion, und der nächste enthält gerade die gesuchten Polarisierbarkeiten α_{π^+} und β_{π^+} , allerdings in der Kombination $(\alpha_{\pi^+} \pm \beta_{\pi^+})$. Dies ist allerdings kein Nachteil, da ja aus theoretisch sehr sicheren Gründen die Summe sehr klein ist. Wenn wir dann im Experiment den Winkel zwischen dem einlaufenden und dem auslaufenden Photon im Laborsystem und damit auch im Schwerpunktsystem $\theta_{\gamma\gamma'}^{\text{cm}}$ nahe an 180° wählen, dann trägt der Term mit $(\alpha_{\pi^+} + \beta_{\pi^+})$ praktisch nichts mehr bei, und wir messen nur den Term mit $(\alpha_{\pi^+} - \beta_{\pi^+})$.

Ein Problem in der Analyse der Messung ist allerdings, dass eine ganze Reihe anderer Diagramme denselben Endzustand hat (Abb. 2, [6]). Diese müssen in einem Modell berechnet werden und verursachen bei der Bestimmung der Polarisierbarkeit einen systematischen Fehler. Ein ganz anderes, unabhängiges Modell

gibt ein praktisch gleiches Resultat [7]. Wichtig ist, die Energie des Photonenstrahls nicht zu niedrig zu wählen, um noch genügend große Wirkungsquerschnitte zu bekommen. Aber andererseits muss man genügend weit unterhalb der Delta-Resonanz des Nukleons bei 1234 MeV bleiben, um den kleinen Effekt nicht von dieser Resonanz überdecken zu lassen.

Hier bietet das Mainzer Mikrotron MAMI [8, 9] mit einer Elektronenenergie von 885 MeV einen idealen Kompromiss, wie im nächsten Abschnitt diskutiert wird.⁵⁾ MAMI liefert einen sehr intensiven Elektronenstrahl mit einem Strom von bis zu 100 μA . Dieser Strahl hat eine herausragende Energieschärfe ($\Delta E/E = 3,5 \cdot 10^{-5}$) und ist sehr „schlank“ in beiden transversalen Dimensionen (horizontal $\epsilon_x = 8 \cdot 10^{-3} \pi \text{ mm mrad}$, vertikal $\epsilon_y = 0,5 \cdot 10^{-3} \pi \text{ mm mrad}$). Anschaulich ist das etwa einen Faktor 100 besser als die Beugungsbegrenzung eines Laserstrahls. Außerhalb eines Radius von 0,5 mm hat man nur noch einen Halo von 10^{-5} der Gesamtintensität.

Die entscheidende Qualität dieses Strahls ist aber seine Zeitstruktur. Da die Elektronen in Paketen alle 408 ps kommen, erscheint der Strahl für normale Detektoren mit einer Zeitauflösung von etwa 1 ns als Gleichstromstrahl, häufig „Dauerstrich“ oder „Continuous Wave (CW)“ genannt. Damit sind die zufälligen Koinzidenzen bei Experimenten mit mehreren Teilchen trotz des hohen Stroms gering, und man kann sehr kleine Wirkungsquerschnitte sehr genau vermessen.

Die Messung

Aus dem vorherigen Abschnitt folgt direkt die experimentelle Anordnung, mit der sich die Differenz der Polarisierbarkeiten messen lässt. Zunächst braucht man einen intensiven Strahl von Photonen, deren Energie auf etwa 2 MeV genau bekannt ist. Hierzu dient der von Glasgower Physikern am MAMI aufgebaute Photonen-Tagger. Die Photonen werden hierbei als kontinuierliche Bremsstrahlung in einem Nickel-Target erzeugt. Photonen definierter Energie erhält man, indem man das Elektron, das ein Photon abgestrahlt hat, in Koinzidenz mit dem durch dieses Photon im Detektor erzeugte Ereignis misst. Das Photon ist damit „markiert“, und seine Energie ist die Differenz der bekannten Einschussenergie der Elektronen und der gemessenen Energie des markierenden Elektrons. Der hohe Photonenfluss von etwa 10^7 s^{-1} kann dabei nur aufgrund des CW-Strahls vom MAMI benutzt werden. Dieser Photonenstrahl trifft auf ein heute nicht mehr problematisches Protonentarget aus flüssigem Wasserstoff.

Als nächstes benötigt man eine Anordnung, um die drei Teilchen γ' , π und n im Ausgangskanal zu beobachten (Abb. 3). Das gestreute Photon γ' muss, wie erwähnt, in Rückwärtsrichtung gemessen werden. Dies geschieht mit dem vor allem an der Universität Gießen entwickelten Detektorarrangement TAPS. Das positive Pion wird in Vorwärtsrichtung emittiert und mit einer am Lebedev-Institut (Moskau) gebauten Viel-

drahtproportionalkammer MWPC nachgewiesen. Der Neutronendetektor TOF (für die Messung der „Time of Flight“) ist der problematischste Teil. Er hat naturgemäß nur eine Ansprechwahrscheinlichkeit zwischen 20 und 40 %, die schwierig zu bestimmen ist und den größten Beitrag zum systematischen Fehler dieser Messung verursacht. Er wurde an den Universitäten Glasgow und Tübingen gebaut.

Zunächst könnte man glauben, dass diese Anordnung nur einen unnötig kleinen Raumwinkel abdeckt. Allerdings ist sie nicht nur optimiert, um in Rückwärtsrichtung des γ' eine maximale Empfindlichkeit auf die Polarisierbarkeiten zu bekommen, sondern auch, um den Untergrund, der durch den Verlust eines Photons in der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^+ n$ nach dem Zerfall des neutralen Pions in zwei Photonen gemäß $\gamma' \gamma'' \pi^+ n \rightarrow \gamma' \pi^+ n$ zustande kommt, zu unterdrücken. Wenn man für diese Anordnung der Detektoren in der „off-line“-Analyse [7] sehr wirksame Schnitte auf die Ereignisse anwendet, kann man den Untergrund auf weniger als 3 % reduzieren.

Was bedeutet das Ergebnis?

Wir betrachten die Differenz der Polarisierbarkeiten $(\alpha - \beta)_{\pi^+}$ als freien Parameter des theoretischen Wirkungsquerschnittes in Gleichung (6) und passen ihn an den gemessenen an. Es ergibt sich:

$$(\alpha - \beta)_{\pi^+} = (11,6 \pm 1,5_{\text{stat}} \pm 3,0_{\text{syst}} \pm 0,5_{\text{model}}) \times 10^{-4} \text{ fm}^3$$

Vergleichen wir diesen Wert mit den Vorhersagen der chiralen Störungstheorie, finden wir eine mit zwei Standardabweichungen signifikante Differenz. Die Wahrscheinlichkeit, dass diese Abweichung zufällig ist,

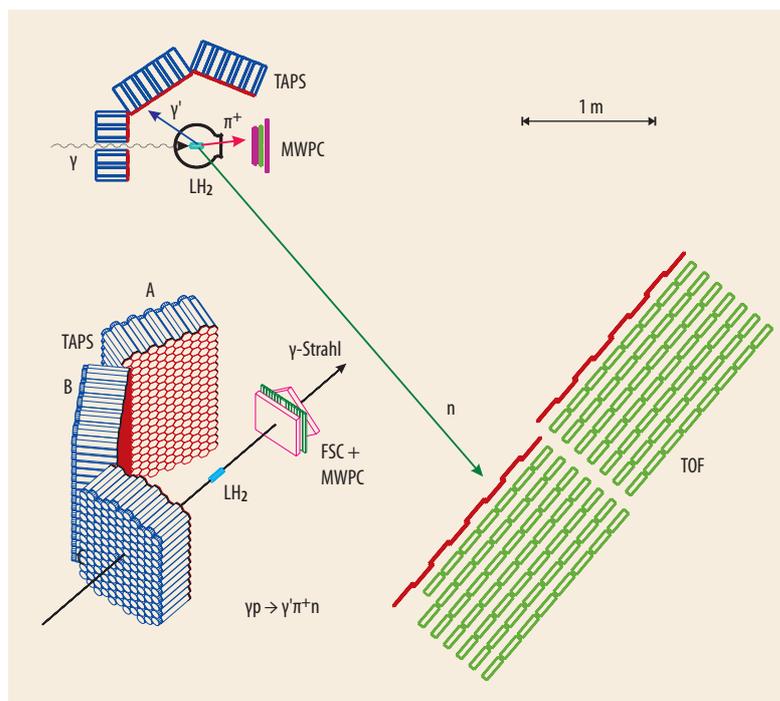


Abb. 3: Die Anordnung zur Messung der Polarisierbarkeit des Pions: Three Arm Photodetector (TAPS), Plastikszintillatoren zur Identifizierung der Pionen (FSD), Multiwire Proportional Chambers (MWPC), Time of Flight-Detektor (TOF) für die Neutronen sowie Protonentarget aus flüssigem Wasserstoff (LH₂).

5) vgl. J. Friedrich, H. Herminghaus und Th. Walcher, Phys. Blätter, April 1991, S. 291; Die Abbildung auf der ersten Seite dieses Artikels zeigt den letzten von drei „Racetrack Microtrons“, die 885-MeV-Stufe. Eine weitere Stufe, die die Energie auf 1500 MeV bringt, ist kurz vor der Inbetriebnahme.

6) Ein solches Experiment ist Teil des Programmes der COM-PASS-Kollaboration am SPS des CERN in Genf. Die elementare Amplitude ist der in Abb. 1 sehr ähnlich, aber die Untergrundamplituden sind ganz anders, so dass insbesondere die Frage der Modellabhängigkeit studiert werden kann.

7) Allerdings sind auch hier große mathematische Probleme zu überwinden. In führender Ordnung muss man das Diagramm der Abb. 1 berechnen. Die chiralen Korrekturen müssten aber auch die nächste Ordnung einschließen, und das bedeutet die Berechnung von etwa 100 Diagrammen.

beträgt also 2 %. Vielfach wird das noch nicht als beunruhigend angesehen, aber frühere Messungen [7] stimmen mit dem neuen Ergebnis überein. Wir müssen daher genauer diskutieren, was es bedeuten könnte.

Zur Trennung des Diagramms, das auf die Polarisierbarkeit des Pions empfindlich ist (Abb. 1), von denen, die nur einen Untergrund mit dem gleichen Endzustand liefern (Abb. 2), sind zwei Modelle benutzt worden. Da diese Modelle keinen fundamentalen Charakter haben, ist nicht auszuschließen, dass hier ein Problem liegt. Allerdings sind beide Modelle völlig verschieden und stimmen dennoch im Ergebnis sehr gut überein.

Das Experiment könnte natürlich systematisch falsch sein, aber die zwei völlig verschiedenen Methoden der Analyse der Daten („optimised cuts“ und „constrained fits“, siehe [7]) mit sehr verschiedenen systematischen Fehlern legen nahe, dass der oben angegebene systematische Fehler als systematischer Fehler der einzelnen Analysemethoden eher pessimistisch abgeschätzt wurde. Wir müssen also die Differenz ernstnehmen und versuchen, einen anderen Grund für die Abweichung zu finden.

Die erste Erklärung könnte darin liegen, dass das Pion, an dem das Photon gestreut wird, „nicht auf der Massenschale liegt“. Das soll heißen, dass für die kurze Lebensdauer des Feynman-Diagramms der Abb. 1 die Energie-Masse-Beziehung $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ verletzt ist. Eine Analyse mit Dispersions-Relationen zeigt aber, dass dieser Effekt vernachlässigbar ist.

Als Zweites kann man sich fragen, ob die Voraussetzung, dass die Wellenlänge groß gegen die Ausdehnung des Pions sein soll, erfüllt ist. Mit einer Photonenenergie von etwa 650 MeV folgt für die Wellenlänge $\lambda \approx 2$ fm, was mit dem mittleren quadratischen Radius des Pions von $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0,66$ fm zu vergleichen ist. Damit ist die Bedingung noch leidlich erfüllt.

Die drastischste Erklärung wäre die, dass die chirale Störungstheorie hier an eine Grenze ihrer Gültigkeit stößt. Das erzeugte Pion ist nicht nur nicht auf der Massenschale, sondern es entsteht innerhalb des Nukleons, das, wie erwähnt, mit drei Valenz-Quarks, Gluonen und Quark-Anti-Quarkpaaren angefüllt ist. Im Anfangszustand haben wir daher nicht das „asymptotische“ Pion vorliegen, das wir im physikalischen Vakuum finden. Die chirale Störungstheorie ist aber gerade mit dem effektiven Freiheitsgrad dieses asymptotischen Pions formuliert. Ein solcher Effekt würde durch höhere Ordnungen der Rechnung erfasst, die aber kaum mehr ausführbar sind und außerdem zu viele unbekannte Niederenergiekonstanten erfordern. Es könnte also sein, dass wir hier die Grenze der Effektivität der chiralen Störungstheorie im Bereich der Baryonen finden. Auch die Gittertheorie ist von einer Lösung des Problems noch sehr weit entfernt. Wir müssen uns also eingestehen, dass wir einige der uns am häufigsten begegnenden Teilchen in der Natur, die Hadronen, im Rahmen der fundamentalen QCD nicht verstehen.

Diese letzte Möglichkeit der Erklärung steht im engen Zusammenhang mit der Frage der Pionenwolke um das Nukleon. Diese Pionenwolke ist nicht nur

durch die Beschreibung der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, die die Kernbindung verursacht, wohl etabliert, sondern es deutet sich an, dass sie inzwischen auch direkt gesehen wird [10]. In einem anschaulichen Bild stellt sie so etwas wie die Übergangsschicht zwischen dem farbigen Inneren des Nukleons und dem farbneutralen Vakuum außerhalb des Nukleons dar. Sie könnte damit ein Schlüssel zum Verständnis des ungelösten Problems des „Confinements“ der farbigen Quarks und Gluonen in den Hadronen sein.

Für ein tieferes Verständnis dieser fundamentalen Probleme sind weitere Anstrengungen nötig. Experimente bei kleinen Impulsüberträgen können in sich ideal ergänzender Weise am amerikanischen Thomas Jefferson Laboratory und am MAMI verfolgt werden. In der ferneren Zukunft verspricht auch das Antiprotonen-Programm am FAIR-Projekt der GSI große Chancen. Die Polarisierbarkeit kann aber auch an Hochenergiebeschleunigern in der Streuung eines sehr schnellen Pions mit einem Kern, z. B. Blei, unter Abstrahlung eines reellen Photons gemessen werden (sog. Primakov-Effekt).⁶⁾

In der Theorie liegen die größten Hoffnungen zur Lösung der QCD auf der Gittertheorie. Aber hier braucht man wohl nicht nur größere Rechner, sondern auch neue Algorithmen, mit denen sich dynamische Prozesse mit den leichten Quarks up, down und strange behandeln lassen. Die chirale Störungstheorie unter der Anwesenheit von Baryonen kann und muss weiterentwickelt werden.⁷⁾

Danksagung

Die Messung wurde von der A2-Kollaboration am MAMI unter der Leitung von Reinhard Beck durchgeführt. Für kritischen Anmerkungen zu diesem Artikel danke ich Stefan Scherer und Jörg Friedrich.

Literatur

- [1] V. Bernard, N. Kaiser und U. G. Meissner, Int. J. Mod. Phys. E **4**, 193 (1995)
- [2] S. Scherer, Eur. Phys. J. A **28**, Supplement 1, 59 (2006)
- [3] S. Scherer, Adv. Nucl. Phys. **27**, 277 (2003)
- [4] J. Bijnens und F. Cornet, Nucl. Phys. **B296**, 557 (1988)
- [5] J. Gasser, M. A. Ivanov und M. E. Sainio, Nucl. Phys. B **745**, 84 (2006)
- [6] Christine Unkmeir, Dissertation FB Physik, Uni Mainz, 2001
- [7] J. Ahrens et al., Eur. Phys. J. A **23** (2005) 113
- [8] Eur. Phys. J. A **28** (2006) Suppl. 1, S. 1–219; Hrsg.: H. Arenhövel, H. Backe, D. Drechsel, J. Friedrich, K.H. Kaiser und Th. Walcher
- [9] Th. Walcher, Nucl. Phys. A **752**, 185 (2005)
- [10] J. Friedrich und Th. Walcher, Eur. Phys. J. A **17**, 607 (2003)

DER AUTOR

Thomas Walcher hat in Marburg Physik studiert und in Darmstadt promoviert. Nach einer fünfjährigen Tätigkeit am MPI für Kernphysik in Heidelberg ging er 1978 für sieben Jahre ans CERN, bevor er 1985 auf eine C4-Professur an der Uni Mainz berufen wurde. Dort war er seither in verschiedenen Rollen (SFB-Sprecher, Institutsdirektor) verantwortlich für den Beschleuniger MAMI.

