

# Was Einstein noch nicht sehen konnte

Schnelle Computer visualisieren relativistische Effekte

Ute Kraus, Hanns Ruder, Daniel Weiskopf und Corvin Zahn

Da wir nicht täglich mit 90 % der Lichtgeschwindigkeit durch ein Wurmloch zu unserem Arbeitsplatz in der Nähe eines Schwarzen Lochs fliegen, sondern in einem durch die Newtonschen Gesetze sehr gut beschriebenen Zwickel des Universums leben, konnten wir leider keinen intuitiven Zugang für die spezielle und allgemeinrelativistische Raumzeit entwickeln. Dank schneller Rechner und moderner Computergrafik können wir aber heute die relativistischen Effekte simulieren und visualisieren. Man „versteht“ sie dadurch zwar auch nicht, aber man sieht sie wenigstens.

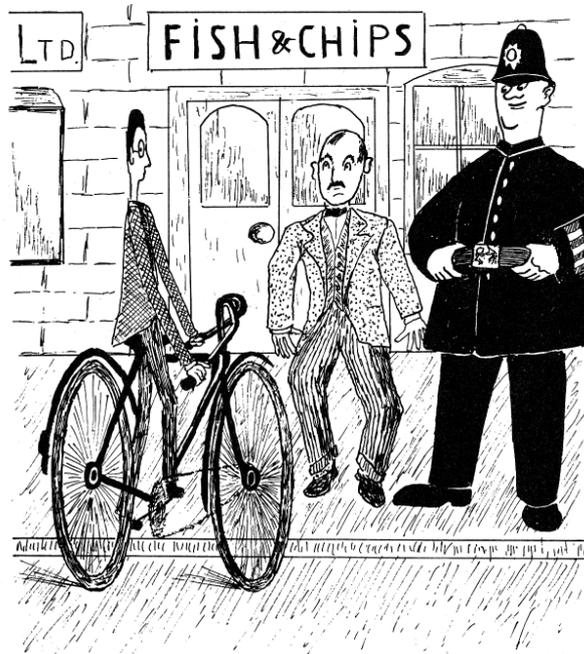
Einer der grundlegenden Effekte der Speziellen Relativitätstheorie ist die Längenkontraktion. In des Meisters eigenen Worten ( $V$  bezeichnet hier die Lichtgeschwindigkeit):

Ein starrer Körper, welcher in ruhendem Zustande ausgemessen die Gestalt einer Kugel hat, hat also in bewegtem Zustande – vom ruhenden System aus betrachtet – die Gestalt eines Rotationsellipsoides mit den Achsen

$$R\sqrt{1-\left(\frac{v}{V}\right)^2}, R, R.$$

Während also die Y- und Z-Dimension der Kugel (also auch jedes starren Körpers von beliebiger Gestalt) durch die Bewegung nicht modifiziert erscheinen, erscheint die X-Dimension im Verhältnis  $1:\sqrt{1-(v/V)^2}$  verkürzt, also um so stärker, je größer  $v$  ist. Für  $v=V$  schrumpfen alle bewegten Objekte – vom „ruhenden“ System aus betrachtet – in flächenhafte Gebilde zusammen. (Ausschnitt aus „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“, Albert Einsteins Originalarbeit zur Speziellen Relativitätstheorie von 1905 [1]).

Sieht also ein schnell vorbeifliegender Körper in Flugrichtung gestaucht aus? Wörtlich genommen bedeutet Einsteins Behauptung genau dies. Und auch der berühmte Physiker George Gamov hat in seinem erstmals 1940 herausgegebenen Buch „Mr. Tompkins in Wonderland“ (deutsche Übersetzung [2]) diese Meinung vertreten: Er beschreibt eine fiktive Welt, in der die Lichtgeschwindigkeit nur 30 km/h beträgt, sodass sich bereits ein Radfahrer mit nahezu Lichtgeschwindigkeit bewegen kann. Mr. Tompkins sieht diesen Radfahrer bei 95 % der Lichtgeschwindigkeit dann so, wie



Unglaublich verkürzt

in Abb. 1 dargestellt, nämlich in Fahrtrichtung auf 37% der Ruhelänge kontrahiert.

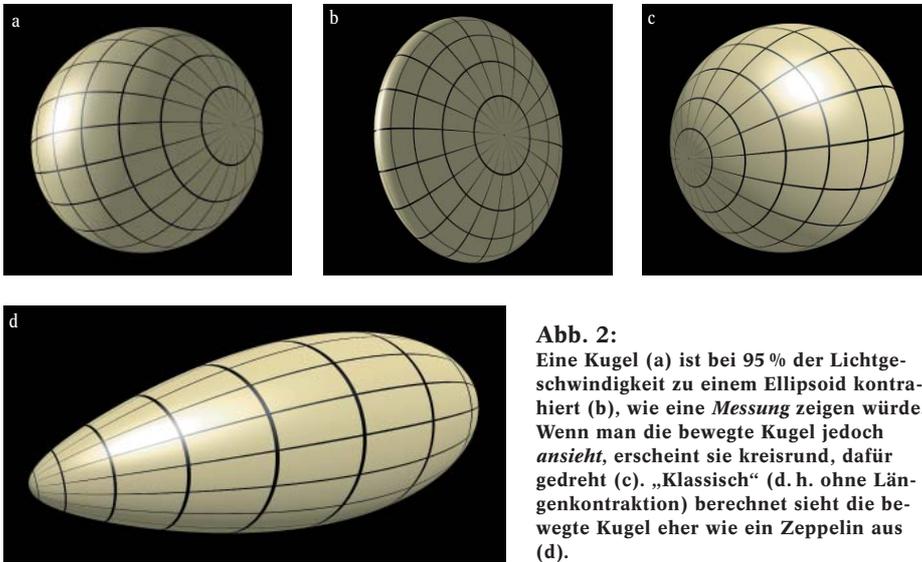
## Wie sieht ein fast lichtschnell bewegter Körper aus?

Tatsächlich ist das Bild aber völlig falsch. Und warum? Weil die Effekte der endlichen Lichtlaufzeit nicht bedacht wurden. Im täglichen Leben dürfen wir wegen der im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit stets kleinen Relativgeschwindigkeiten automatisch davon ausgehen, dass das Licht, das gleichzeitig in unser Auge gelangt und dort ein Bild erzeugt, auch gleichzeitig beim Gegenstand gestartet ist. Diese Annahmen sind selbstverständlich nicht mehr gerechtfertigt, wenn die Relativgeschwindigkeit zwischen Beobachter und Gegenstand vergleichbar mit der Lichtgeschwindigkeit wird. Man muss dann die endliche Lichtlaufzeit berücksichtigen.

Wie eine Kugel und der Radfahrer bei hoher Geschwindigkeit wirklich aussehen, zeigen die Abbildungen 2 und 3: Eine Kugel (Abb. 2a, ruhend) ist, wenn man im Sinne der Einsteinschen Definition der Gleichzeitigkeit ihre Gestalt *ausmisst*, zwar zu einem Ellipsoid kontrahiert (Abb. 2b). Aber wenn man die bewegte

Abb. 1: Illustration aus George Gamovs Buch [2]: Angebliches Aussehen eines Radfahrers, der sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit bewegt.

Dr. Ute Kraus, Prof. Dr. Hanns Ruder, Dipl.-Phys. Corvin Zahn, Institut für Astronomie und Astrophysik, Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 10, 72076 Tübingen; Dr. Daniel Weiskopf, Institut für Informatik – VIS, Universität Stuttgart, Breitenwiesenstr. 20-22, 70565 Stuttgart; Öffentlicher Abendvortrag von Prof. Ruder anlässlich der Verleihung des Robert-Wichard-Pohl-Preises 2002 auf der 66. Physiker-tagung in Leipzig



**Abb. 2:** Eine Kugel (a) ist bei 95 % der Lichtgeschwindigkeit zu einem Ellipsoid kontrahiert (b), wie eine Messung zeigen würde. Wenn man die bewegte Kugel jedoch *ansieht*, erscheint sie kreisrund, dafür gedreht (c). „Klassisch“ (d. h. ohne Längenkontraktion) berechnet sieht die bewegte Kugel eher wie ein Zeppelin aus (d).

Kugel *ansieht* (Abb. 2c), erscheint sie kreisrund und gedreht!

Da seit Olaf Römers Arbeiten von 1676 bekannt ist, dass sich Licht mit endlicher Geschwindigkeit ausbreitet, hätte man bereits seit über 300 Jahren folgern können, dass fast lichtschnelle Objekte verzerrt aussehen müssen. Erstaunlicherweise wurden aber solche Überlegungen im Rahmen der klassischen Physik nie angestellt. Abbildung 2d zeigt das klassisch (d. h. ohne Längenkontraktion) berechnete Aussehen einer schnellbewegten Kugel. Sie erscheint ebenfalls gedreht und zusätzlich in die Länge gezogen. Im Vergleich von Abb. 2c und Abb. 2d sieht man die Wirkung der Längenkontraktion. Sie sorgt dafür, dass, wie man allgemein zeigen kann, eine Kugel bei beliebiger Geschwindigkeit und aus beliebigem Abstand stets mit einem kreisförmigen Umriss gesehen wird. Angesichts dieses Ergebnisses könnte man fast philosophisch werden. Schnell bewegte Körper kann man sich nur dann gemütlich ansehen, wenn der Vorbeiflug lang genug dauert. Dazu muss ihre Ausdehnung im Bereich von Lichtsekunden liegen, das heißt, sie müssen so groß sein wie Sterne. Sterne aber sind aufgrund der Gravitation immer Kugeln. Die Lorentz-Transformation und damit unsere Raum-Zeit-Struktur ist so eingerichtet, dass auch bei einem noch so rasanten Raumflug die Sterne ihre Gestalt behalten.

Abbildung 3 illustriert, wie der Gamovsche Radfahrer (Abb. 3, links, ruhend) wirklich aussehen würde. Nicht längenkontrahiert (Abb. 3, Mitte) wie in der Darstellung von Gamov, sondern im Wesentlichen ein-

fach verdreht (Abb. 3, rechts). Wenn man also von der Seite auf den fast lichtschnellen Radfahrer blickt (die Blickrichtung ist dieselbe wie in Abb. 1), dann sieht man seine Rückseite.

Die Frage nach der Sichtbarkeit der Längenkontraktion war der Ausgangspunkt für die Arbeiten zum Aussehen schnellbewegter Objekte. Abgesehen von einer wenig beachteten Arbeit von Anton Lampa 1924 [3] wurde das Problem erstmals 1959 von Roger Penrose [4] und James Terrell [5] behandelt. Heutzutage bietet die moderne Computergrafik die Möglichkeit, komplexe Szenen, auch unter Berücksichtigung von Doppler-Effekt und Intensitätstransformation, realistisch darzustellen [6,7]. Das Thema hat inzwischen auch Eingang in Lehrbücher zur Speziellen Relativitätstheorie gefunden [8].

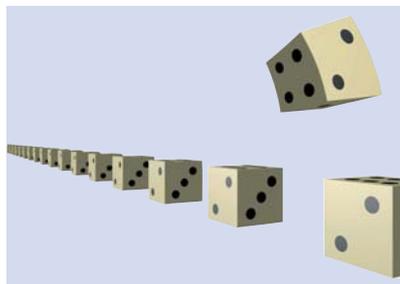
### Die wichtigsten Effekte anschaulich erklärt Drehung

Sowohl die Kugel in Abb. 2 als auch der Radfahrer in Abb. 3 erscheinen verdreht. In beiden Fällen blickt man von der Seite auf das Objekt, bekommt aber dessen Rückseite zu sehen. Sehr deutlich wird diese scheinbare Drehung in Abb. 4. Sie zeigt einen Würfel, der mit 95 % der Lichtgeschwindigkeit an einer Reihe ruhender Würfel vorbeifliegt. Die ruhenden Würfel sind entlang der Flugbahn des bewegten Würfels aufgereiht und genau gleich ausgerichtet wie dieser.

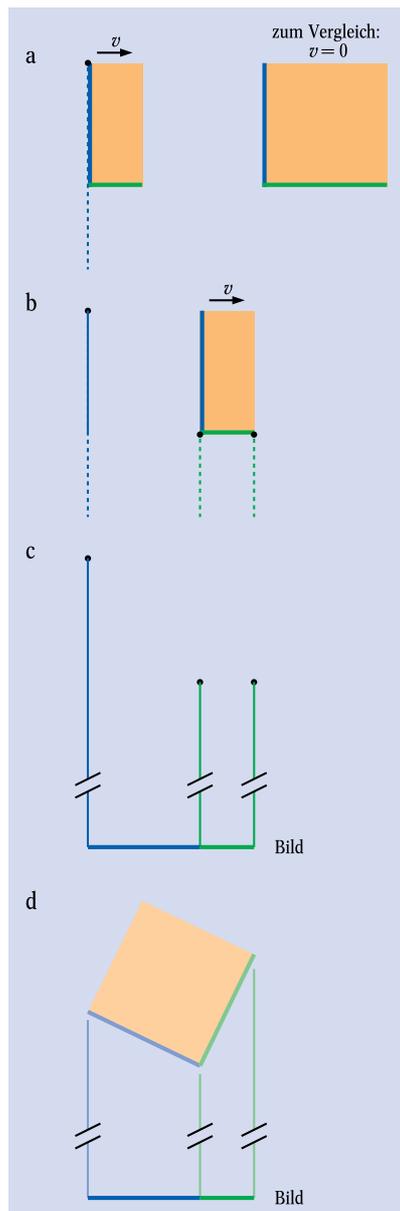
Das Bild, das wir uns von dem bewegten Würfel machen, entsteht durch Lichtstrahlen, die zu einem bestimmten Zeitpunkt im Auge eintreffen. Da die Lichtstrahlen von verschiedenen Orten auf dem Würfel herkommen, waren sie verschieden lange unterwegs und sind somit nicht gleichzeitig ausgesandt worden. Die Konsequenzen verdeutlicht Abb. 5. Wir blicken von der Seite auf einen bewegten Würfel. Der Würfel ist entsprechend seiner Geschwindigkeit längenkontrahiert. Da wir den Würfel aus großer Entfernung beobachten, sind die empfangenen Lichtstrahlen näherungsweise parallel. Eingezeichnet sind drei repräsentative Lichtstrahlen, die von drei Ecken des Würfels ausgehen. Damit alle drei Lichtstrahlen gleichzeitig ankommen, muss der Lichtstrahl von der entferntesten Ecke zuerst starten (Abb. 5a). Die anderen beiden müssen dann loslaufen, wenn der erste Lichtstrahl auf gleicher Höhe mit der Unterkante des Würfels ist (Abb. 5b). In der Zwischenzeit bewegt sich der Würfel weiter, was zur Folge hat, dass die Lichtstrahlen von den beiden

**Abb. 3:** Der Gamovsche Radfahrer in Ruhe (links), bei 93 % der Lichtgeschwindigkeit ausgemessen (Mitte), und bei 93 % der Lichtgeschwindigkeit gesehen (rechts).





**Abb. 4:**  
Ein Würfel bewegt sich mit 95 % der Lichtgeschwindigkeit an einer Reihe ruhender, gleich ausgerichteter Würfel vorbei.



**Abb. 5:**  
Zur scheinbaren Drehung eines schnell bewegten Würfels. Die drei eingezeichneten Lichtstrahlen gehen von drei Ecken eines bewegten Würfels aus (a, b) und kommen gleichzeitig auf einem weit entfernten Bildfeld an (c). Dort entsteht ein Bild, das sich als gedrehter Würfel deuten lässt (d). Durchgezogene Linien markieren zurückgelegte Lichtwege, punktierte Linien noch zurückzulegende Lichtwege.

linken Ecken nicht zusammenfallen, sodass die linke und die untere Kante des Würfels beide sichtbar sind (Abb. 5c). Dasselbe Bild würde beim Blick auf einen ruhenden, gedrehten Würfel gleicher Größe entstehen (Abb. 5d). Da unser nichtrelativistisches Denkvermögen an gedrehte Würfel gewöhnt ist, interpretieren wir das Bild als gedrehten Würfel.

**Verzerrung**

Dass schnell bewegte Objekte lediglich gedreht erscheinen, gilt strenggenommen nur, wenn sie sehr weit entfernt sind. Bei einem nahen Vorbeiflug treten zusätzlich Verzerrungen auf. Abbildung 6 zeigt dies am

Beispiel des Saturns. Diese Verzerrung lässt sich besonders gut anhand eines heranfliegenden räumlichen Gitters demonstrieren (Abb. 7). Die Wölbung der Gitterflächen erklärt sich allein durch die Lichtlaufzeit. Ihr Zustandekommen lässt sich gut anhand eines dünnen Stabes demonstrieren, der direkt auf eine Kamera zu fliegt (Abb. 8). Der Stab steht senkrecht auf seiner Bewegungsrichtung. Eingezeichnet sind fünf repräsentative Lichtstrahlen, die von verschiedenen Punkten des Stabs ausgehen. Die Emissionszeitpunkte sind so berechnet worden, dass alle fünf Lichtstrahlen gleichzeitig bei der Kamera eintreffen. Da sich der Stab zwischen der Emission an den Enden (Abb. 8a) und der Emission in der Mitte (Abb. 8c) weiterbewegt, liegen die Emissionspunkte nicht auf einer Geraden, sondern, wie man leicht nachrechnet, auf einer Hyperbel. Ein senkrecht auf der Bewegungsrichtung stehender Stab wird also als Hyperbel gesehen, eine senkrechte Ebene folglich als Hyperboloid.

Beim Vergleich zwischen dem bewegten und dem ruhenden Gitter in Abb. 7 fällt außer den gewölbten Gitterebenen noch eine zweite Erscheinung ins Auge: das bewegte Gitter erscheint in Flugrichtung gedehnt. Und das, obwohl es eigentlich in Flugrichtung längenkontrahiert ist. Eine Messung würde zeigen, dass die Ausdehnung in Flugrichtung nur knapp 44 % der Ruhelänge beträgt. In Abb. 9 wird erklärt, dass diese Abstandsverlängerung ebenfalls ein Effekt der endlichen Lichtlaufzeit ist. Wieder bewegt sich ein dünner Stab direkt auf eine Kamera zu. Diesmal ist er aber in Flugrichtung ausgerichtet. Eingezeichnet sind zwei Lichtstrahlen, die vom hinteren bzw. vom vorderen Stabende ausgehen und gleichzeitig in die Kamera gelangen. Dies ist nur möglich, wenn der Strahl vom hinteren Stabende früher startet (Abb. 9a) als der Strahl vom vorderen Stabende (Abb. 9b). Weil sich der Stab in der Zwischenzeit weiterbewegt, liegen die beiden Emissionspunkte weiter als eine (längenkontrahierte) Stablänge auseinander. Man rechnet leicht nach, dass sie sogar um mehr als die Ruhelänge des Stabes auseinanderliegen.

Analog kann man sich überlegen, dass ein wegfliegender Stab in Flugrichtung gestaucht erscheint, und zwar stärker, als man es aufgrund der Längenkontraktion erwarten würde.

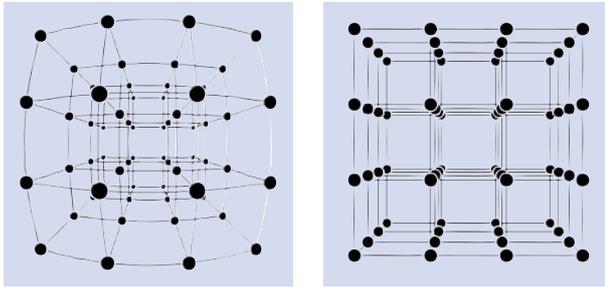
**Änderung von Farbe und Helligkeit**

Die oben gezeigten Computersimulationen stellen schnellbewegte Objekte zwar teilweise farbig dar, die Einfärbung dient aber nur dazu, die geometrische Form deutlich sichtbar zu machen, realistisch ist sie nicht. Doppler-Effekt und Intensitätstransformation (eine Doppler-Verkürzung der Wellenlängen geht immer mit einer Vergrößerung der Intensität einher) lassen Farbe und Helligkeit eines Objekts in schneller Bewegung völlig anders erscheinen als in Ruhe.

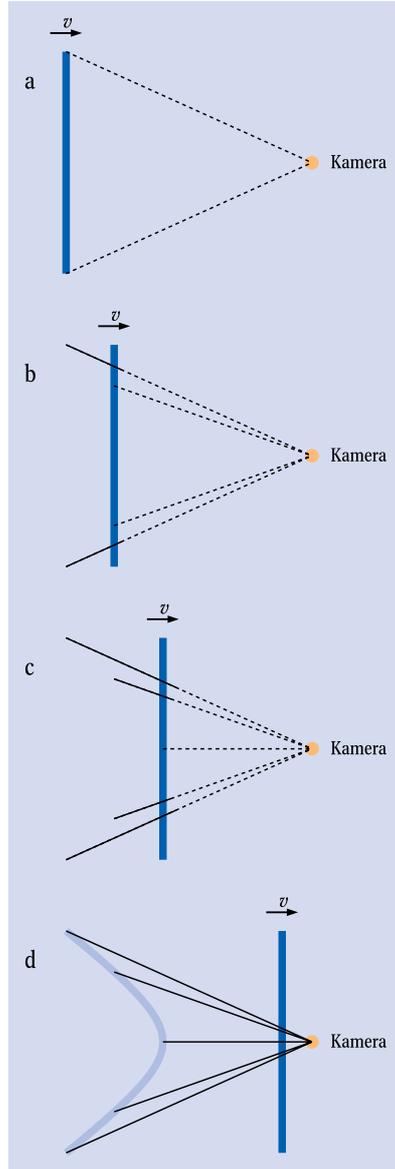
Bei einem relativistischen Flug beispielsweise an der Sonne vorbei erscheint diese beim Anflug zunächst bläulich und gleißend hell. Während des Vorbeiflugs wandert die Blickrichtung über die Seite nach hinten, die Farbe wechselt von blau über weiß und orange nach rot,



**Abb. 6:**  
Vorbeiflug am Saturn mit 99 % der Lichtgeschwindigkeit.



**Abb. 7:** Blick auf ein räumliches Gitter, das sich mit 90 % der Lichtgeschwindigkeit direkt auf die Kamera zubewegt (links). Die Gitterebenen senkrecht zur Bewegungsrichtung erscheinen zu Hyperboloiden verzerrt. Zum Vergleich: Blick auf das ruhende Gitter (rechts).



**Abb. 8:** Zur scheinbaren Verzerrung eines in Querrichtung schnell bewegten Stabs. Die fünf eingezeichneten Lichtstrahlen gehen von verschiedenen Stellen des Stabs aus und kommen gleichzeitig bei einer Kamera an. Das von der Kamera aufgenommene Bild zeigt den Stab zur Hyperbel verzerrt. Durchgezogene Linien markieren zurückgelegte Lichtwege, punktierte Linien noch zurückzulegende Lichtwege.

und die Helligkeit sinkt. Der Blick nach hinten zeigt die zurückbleibende Sonne schließlich tiefrot und nur schwach leuchtend.

Es gibt Situationen, in denen die Helligkeitsänderung das Aussehen eines Objekts fast vollständig bestimmt. Abbildung 10 (links) zeigt ein Bild eines nahen Vorbeiflugs an der Sonne mit 99,9 % der Lichtgeschwindigkeit. Der Doppler-Effekt, dessen Größe von der Blickrichtung abhängt, variiert hier deutlich zwischen dem linken und dem rechten Rand. Entsprechend unterschiedlich erscheint auch die Helligkeit: Sie steigt von links nach rechts so stark an, dass neben dem hellen rechten Rand der Rest der Sonnenscheibe dunkel erscheint. Erst wenn man das Bild so nachbearbeitet, dass jeder Punkt dieselbe Helligkeit hat (Abb. 10b), erkennt man, dass sich auch die Farbe von links nach rechts ändert.

### Rollende Räder

Wenn man Gamovs fast licht-schnellen Radfahrer korrekt darstellen möchte, muss man auch den Anblick der rollenden Räder berechnen. Dies geht über die bisher betrachteten gleichförmigen Bewegungen hinaus. Ganz korrekt müsste man auch Farbe und Helligkeit berechnen; davon sehen wir hier ab und betrachten nur geometrische Effekte.

### Relativistisches Fahrrad

Der Gamovsche Radfahrer ist mit 93 % der Lichtgeschwindigkeit unterwegs, wie man anhand der Längenkontraktion der Räder in Abb. 1 leicht berechnen kann. Das bedeutet für die Bewegung eines einzelnen Rads: Der Punkt auf dem Radmantel, der gerade die Straße berührt, ist in Ruhe, die Radnabe bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $v = 0,93 c$  ( $c$  ist die Lichtge-

schwindigkeit), und der Mantelpunkt oben auf dem Rad bewegt sich relativ zur Nabe mit  $0,93 c$ , relativ zur Straße also mit  $2v/(1+v^2/c^2) = 0,997 c$  gemäß der relativistischen Geschwindigkeitsaddition.

Wenn man ein Rad aus der Ruhe in eine Rotation mit annähernd Lichtgeschwindigkeit bringen möchte, stößt man allerdings auf ein gravierendes mechanisches Problem: Der Mantel wird, da er sich längs seines Umfangs bewegt, längenkontrahiert, bei einer Mantelgeschwindigkeit von  $v = 0,93 c$  um den Faktor  $\gamma = 2,7$ . Die Speichen hingegen bewegen sich senkrecht zu ihrer Ausdehnung und werden somit nicht verkürzt.

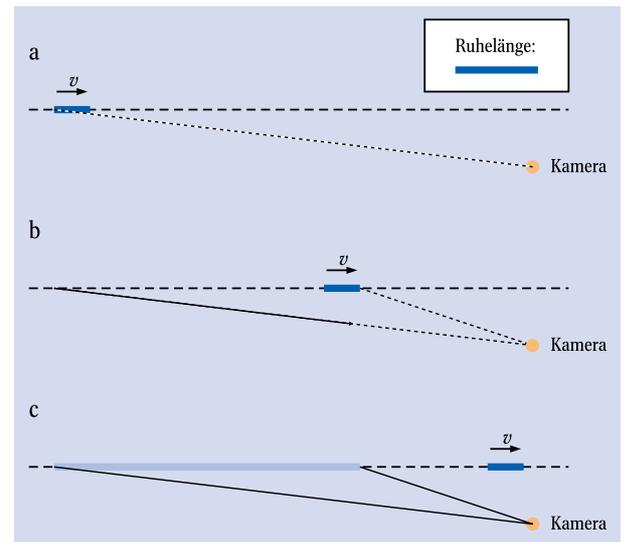
Ohne auf technische Details einzugehen, stattdessen das relativistische Fahrrad deshalb mit Rädern aus, die in Rotation zusammengebaut werden. Dies geschieht so, dass sie stationär rotierend dieselbe geometrische Form haben wie übliche Räder in Ruhe (Abb. 11a).

Eine auf der Radfelge lebende Ameise würde dann allerdings einen Radumfang messen, der nicht das  $\pi$ -fache, sondern das 8,5-fache des Durchmessers beträgt: die innere Geometrie des so definierten Rades ist nicht euklidisch [9].

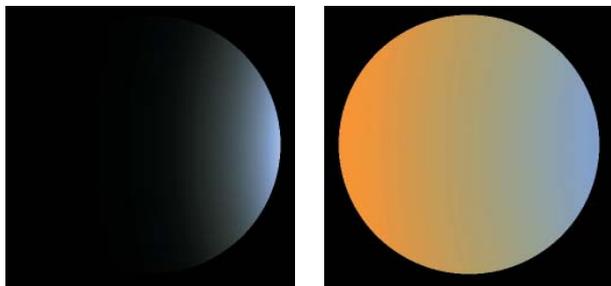
### Ruhende, rotierende und rollende Räder

Im Ruhesystem des Fahrrads sind die Radnaben in Ruhe und die Räder rotieren stationär (Abb. 11a). Im Ruhesystem der Straße führen die Räder eine Kombination aus Translation und Rotation aus. Wird ein solches abrollendes Rad *vermessen*, findet man die in Abb. 11b dargestellte verzerrte geometrische Form. Der Radmantel des rollenden Rades bewegt sich oben am schnellsten, wird also hier am stärksten längenkontrahiert, so dass die Speichen zusammenrücken. Am Auflagepunkt bewegt sich der Radmantel nicht, ist also auch nicht längenkontrahiert, so dass die Speichen hier einen größeren Abstand haben als beim stationär rotierenden Rad.

Wenn man rotierende und rollende Räder *ansieht*, überlagern sich den gemessenen Verzerrungen noch die oben beschriebenen Lichtlaufzeiteffekte. Sie lassen sich



**Abb. 9:** Zur scheinbaren Dehnung eines in Längsrichtung schnell bewegten Stabs. Zwei Lichtstrahlen, die vom Stabende (a) bzw. von der Stabspitze (b) herkommen und gleichzeitig die Kamera erreichen (c), begrenzen das Bild des Stabs. Der Stab erscheint im Bild verlängert. Durchgezogene Linien markieren zurückgelegte Lichtwege, punktierte Linien noch zurückzulegende Lichtwege.



**Abb. 10:** Anblick der Sonne bei einem nahen Vorbeiflug mit 99,9 % der Lichtgeschwindigkeit (links). Wird die Aufnahme so nachbearbeitet, dass jeder Punkt dieselbe Helligkeit hat, dann erscheint die Sonne mehrfarbig (rechts).

in den drei Bildern der Abb. 12 entdecken. Diese Bilder zeigen dieselbe Szene aus drei verschiedenen Blickwinkeln. Man sieht drei Räder, von denen eines ruht (rot), eines stationär im Uhrzeigersinn rotiert (grün) und eines in einer flachen Schiene von links nach rechts rollt (blau).

Blickt man von vorne auf die Szene (Abb. 12, oben), sodass die Blickrichtung näherungsweise senkrecht auf den Radflächen steht, dann spielen Lichtlaufzeiteffekte nur eine geringe Rolle, da die Lichtlaufzeit zur Kamera von allen Objektpunkten aus ungefähr gleich groß ist. Man sieht also im Wesentlichen, was man auch misst (Abb. 11). Das rollende Rad erscheint – wie erwartet – verdreht und auch etwas nach vorne gekippt. Dies liegt daran, dass wir leicht schräg von oben auf das Rad blicken.

Wenn man dem rollenden Rad hinterherschaut (Abb. 12, unten links), dann fällt auf, dass aus diesem Blickwinkel auch die Speichen des stationär rotieren-

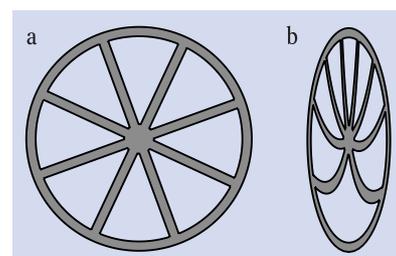
den grünen Rades oben enger zusammenliegen als unten. Diese Verzerrung ist ein reiner Lichtlaufzeiteffekt: der untere Teil des Rads, der sich auf den Betrachter zubewegt, erscheint gedehnt, der obere, der sich wegbewegt, gestaucht.

Beim Blick aus der entgegengesetzten Richtung (Abb. 12, rechts) dreht sich die Verzerrung des stationär rotierenden Rades gerade um. Die Speichen des rollenden Rades, dem man hier entgegenblickt, erscheinen fast unverzerrt, weil sich die Wirkungen der Längenkontraktion (Speichen oben rücken enger zusammen) und der Lichtlaufzeit (oberer Teil des Rades nähert sich dem Betrachter und erscheint gedehnt) in der Projektion auf das Bild fast genau aufheben.

### Schneller als sein Schatten

Eine Lichtquelle beleuchtet die Szene mit den drei Rädern aus großer Entfernung von hinten oben, wie der Schatten des ruhenden roten Rades zeigt. Es ist deutlich zu sehen, dass das rollende Rad stets seinem Schatten davonläuft. Außerdem fällt auf, dass der Schatten in seiner Form nicht zum Objekt zu passen scheint, besonders deutlich ist das bei dem grünen Rad in Abb. 12, unten links.

Auch diese Beobachtungen lassen sich durch Lichtlaufzeiten erklären, wenn man die unterschiedlichen Wegstrecken direkt vom Objekt zum Auge bzw. indirekt vom Objekt über den Schatten zum Auge betrachtet.

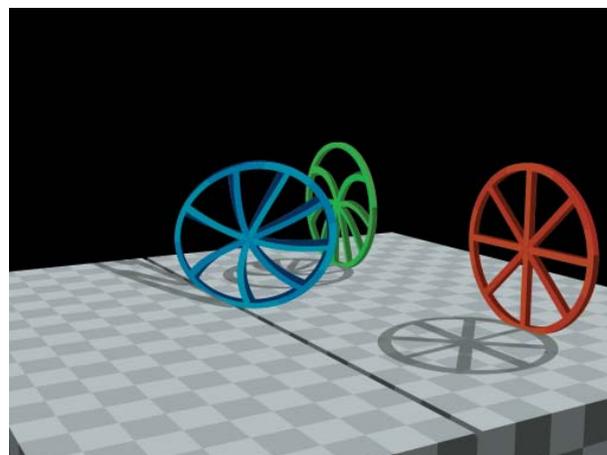
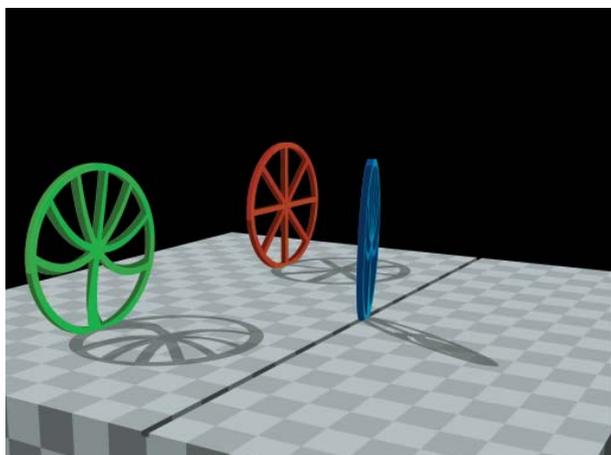
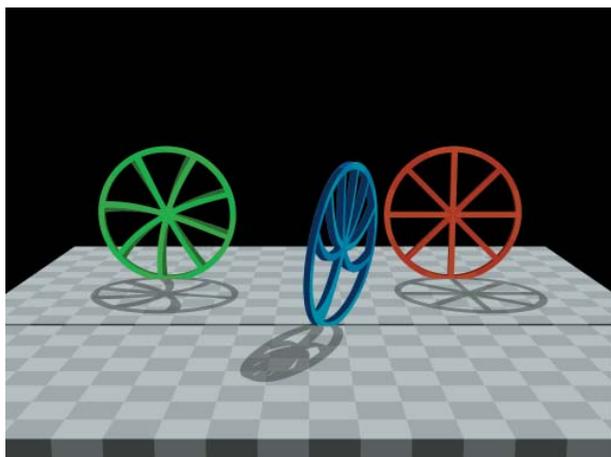


**Abb. 11:** Gemessene geometrische Form eines stationär rotierenden Rades (a) und eines nach rechts rollenden Rades (b). In beiden Fällen hat ein Punkt auf dem Radmantel die Geschwindigkeit  $v = 0,93 c$  relativ zur Radnabe.

### Die Computersimulationen

Eine Beschreibung verschiedener Verfahren zur Computersimulation schnellbewegter Objekte gibt Weiskopf [6]. Hier möchten wir das raumzeitliche Ray-Tracing herausgreifen und kurz erläutern, weil es wegen seiner universellen Anwendbarkeit besonders wichtig ist.

Bei der Ray-Tracing-Methode wird das Bildfeld in einzelne Pixel aufgeteilt. Zu jedem Pixel bestimmt man den Richtungsvektor des Lichtstrahls, der durch das Objektiv auf diesen Punkt trifft. Dieser Lichtstrahl wird nun von der Kameraposition aus rückwärts verfolgt. Trifft er auf ein Objekt, dann erhält das Pixel, von dem man gestartet ist, die Farbe des Objekts am Auftreffpunkt. In „normalen“ Computergrafikanwendungen



**Abb. 12:** Das rote Rad ruht, das grüne rotiert stationär im Uhrzeigersinn, sodass ein Punkt auf dem Mantel die Geschwindigkeit  $v = 0,93 c$  hat, und das blaue Rad rollt mit  $v = 0,93 c$  von links oben nach rechts unten durch die Szene.

kann die Lichtlaufzeit im Vergleich zu den Bewegungen der Objekte bzw. der Kamera vernachlässigt werden. Es genügt daher, im dreidimensionalen Raum die Schnittpunkte der Lichtstrahlen mit statischen Objekten zu suchen. Für relativistische Simulationen wird das Ray-Tracing auf eine vierdimensionale Raumzeit erweitert, indem jeder Lichtstrahl im Raum und in der Zeit rückwärts verfolgt wird. Dabei wird nach *Schnittereignissen* gesucht, d. h. nach Orten und Zeiten des Zusammentreffens von Lichtstrahlen und Objekten.

Zur Berechnung von Farbe und Helligkeit von Objekten muss das emittierte Spektrum (genauer: die spektrale Strahldichte, auch als spezifische Intensität bezeichnet) an jedem Punkt der Objektoberfläche bekannt sein. Für jeden Punkt auf der Bildfläche wird das eintreffende Spektrum ins Ruhesystem der Kamera transformiert und mit Hilfe der experimentell ermittelten Gesetze der Farbmeterik in einen Farbeindruck umgerechnet.

### Ausblick

Die Allgemeine Relativitätstheorie beschreibt Lichtstrahlen als Nullgeodäten in einer gekrümmten Raumzeit. Im allgemeinen Fall wird das Aussehen eines Objekts also außer von den oben beschriebenen Effekten auch noch von der Lichtablenkung im Schwerfeld beeinflusst.

Die Auswirkungen der Lichtablenkung sind astronomisch direkt beobachtbar: Galaxien oder Galaxienhaufen wirken als Gravitationslinsen, sodass dahinterliegende Quasare oder Galaxien verzerrt oder auch mehrfach erscheinen. Besonders dramatisch, allerdings nicht direkt beobachtbar, ist die Lichtablenkung in der Nähe von kompakten Objekten wie Neutronensternen und Schwarzen Löchern. Hier, und auch in exotischen Szenarien wie Wurmlöchern und dem Warp-Antrieb, können Computersimulationen einen anschaulichen Eindruck vermitteln.

Solche Simulationen können ebenfalls als raumzeitliches Ray-Tracing durchgeführt werden, mit dem einzigen Unterschied, dass Lichtstrahlen nicht Geraden sind, sondern Lösungen der Geodätengleichung in einer vorgegebenen Metrik.

Besonders schön sind die Visualisierungen, ob nun speziell- oder allgemeinrelativistisch, als Film. Deshalb möchten wir die Leserinnen und Leser, die durchgehalten haben, zum Schluss noch auf Webseiten hinweisen, auf denen man sich die Filmsequenzen ansehen kann.

Eine Online-Version dieses Artikels, in den die wichtigsten Beispiele als Filmsequenzen integriert sind, ist unter [www.physik-journal.de](http://www.physik-journal.de) zu finden sowie, gemeinsam mit weiteren speziell- und allgemeinrelativistischen Simulationen, unter [www.tempolimitlichtgeschwindigkeit.de](http://www.tempolimitlichtgeschwindigkeit.de). Weitere speziell- und allgemeinrelativistische Simulationen bietet [wwwvis.informatik.uni-stuttgart.de/~weiskopf](http://wwwvis.informatik.uni-stuttgart.de/~weiskopf)

Solche Filmsequenzen vermitteln besser als erklärende Worte und Standbilder die seltsame Struktur unserer Raumzeit. Wir wünschen den Leserinnen und Lesern genauso viel Spaß bei der Betrachtung dieser Filmsequenzen, wie wir ihn bei der Produktion hatten.

### Literatur

- [1] A. Einstein, *Annalen der Physik* **17**, 891 (1905)
- [2] G. Gamow, Mr. Tompkins in Paperback, Cambridge University Press, 1965; auf Deutsch: G. Gamow, Mr. Tompkins' seltsame Reisen durch Kosmos und Mikrokosmos, Vieweg Verlag, Wiesbaden, 1984
- [3] A. Lampa, *Z. Physik* **72**, 138 (1924)
- [4] R. Penrose, *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **55**, 137 (1959)
- [5] J. Terrell, *Phys. Rev.* **116**, 1041 (1959)
- [6] D. Weiskopf, Dissertation, Universität Tübingen (2001) <http://w210.ub.uni-tuebingen.de/dbt/volltexte/2001/240>
- [7] U. Kraus, *Am. J. Phys.* **68**, 56 (2000)
- [8] H. und M. Ruder, *Die Spezielle Relativitätstheorie*, Vieweg Verlag, Wiesbaden, 1993
- [9] W. Rindler, *Relativity: Special, General, and Cosmological*, Oxford University Press, 2001

### Die Autoren

**Ute Kraus** beschäftigt sich neben relativistischer Visualisierung hauptsächlich mit der Theorie von Röntgendoppelsternen. Nach ihrem Physikstudium in Tübingen und Grenoble und der Promotion in Astrophysik 1992 ist sie jetzt Assistentin in der Theoretischen Astrophysik Tübingen.



**Hanns Ruder**, begeisterte sich schon während seiner Schulzeit für die Astro-



nomie. Mit Schulfreunden baute er sich eine Sternwarte, ausgestattet mit selbstgebaute Fernrohren. Grenzenloser Optimismus, Organisationstalent und seine Fähigkeit, andere zu begeistern, zeichnen ihn aus. Nach Promotion und Habilitation in theoretischer Physik an der Universität Erlangen wurde er auf den Lehrstuhl für theoretische Astrophysik in Tübingen berufen, wo er bis heute eine Arbeitsgruppe mit zeitweise bis zu 80

Mitarbeitern leitet.

**Daniel Weiskopf** ist wissenschaftlicher Assistent in der Abteilung Visualisierung und Interaktive Systeme an der Universität Stuttgart. In seiner Doktorarbeit in der Arbeitsgruppe von Hanns Ruder an der Universität Tübingen befasste er sich mit Verfahren zur speziell- und allgemeinrelativistischen Visualisierung.



**Corvin Zahn** studierte bis 1991 in Stuttgart und Tübingen Physik und ist seither als Freiberufler im Bereich der industriellen Soft- und Hardwareentwicklung tätig.