

Der Geodynamo

Komplexe Strömungen im flüssigen Erdinnern erzeugen das Magnetfeld der Erde

Ulrich Christensen und Andreas Tilgner

Das Erdmagnetfeld spielt eine wichtige Rolle für das Leben auf der Erde. Es bietet einen Schutzschild gegen hochenergetische ionisierende Strahlung aus dem All und wird nicht nur vom Menschen mithilfe des Kompasses, sondern auch von Tieren zur Navigation genutzt. Heutzutage vermessen Satelliten das Erdmagnetfeld mit äußerster Genauigkeit. Doch woher kommt überhaupt dieses Magnetfeld? Mithilfe von Experimenten und numerischen Simulationen lassen sich manche Eigenschaften des Erdmagnetfelds mittlerweile gut reproduzieren und Theorien über die zugrundeliegenden Mechanismen im Erdinnern formulieren. Viele Fragen sind noch zu klären. Ist es bloßer Zufall, dass magnetische und geographische Pole näherungsweise zusammenfallen? Wird das Magnetfeld möglicherweise bald verschwinden?

Die wesentlichen Eigenschaften des Erdmagnetfeldes können wir heute sehr genau charakterisieren. Über 99 % seiner Quellen liegen im Erdinneren, und in erster Näherung lässt sich das Feld an der Erdoberfläche als das eines leicht gegen die Rotationsachse geneigten Stabmagneten (Dipol) im Erdmittelpunkt beschreiben. Niedrigfliegende Satelliten vermessen die Details seiner Struktur. Dabei zeigt sich, dass sich das Erdmagnetfeld durchaus vom idealen Dipolfeld unterscheidet. Die Abweichungen lassen sich durch die Überlagerung verschiedenster Multipolanteile beschreiben. Außerdem ändert sich das Magnetfeld langsam mit der Zeit. Diese „Säkularvariation“ ist bei den höheren Multipolen besonders ausgeprägt [1]. Direkte Messungen des Magnetfeldes decken nur einen Zeitraum von etwa 400 Jahren ab. Doch dank des so genannten Paläomagnetismus können wir diesen Zeitraum um einen Faktor 10^6 in die Vergangenheit hin ausdehnen. Kleine Mengen an ferromagnetischen Mineralien in Gesteinen aus verschiedenen Epochen der Erdgeschichte konservieren in ihrer remanenten Magnetisierung bis heute Informationen über Richtung und Stärke des Feldes zu der Zeit, als das Gestein entstanden ist. Demnach hat es in der Vergangenheit zahlreiche Umpolungen des Erdmagnetfeldes gegeben, die jedoch nicht periodisch wie bei der Sonne auftreten, sondern zufällig verteilt sind. Der Normalzustand stabiler Polarität, bei dem sich der magnetische Dipol an der Rotationsachse der Erde orientiert, währt typi-



Dieses Experiment im Forschungszentrum Karlsruhe dient zum Nachweis des Dynamoeffekts im Labor: Flüssiges Natrium durchströmt die insgesamt 52 Rohre innerhalb des großen Zylinders und erzeugt so ein selbsterregtes Magnetfeld.

scherweise einige hunderttausend Jahre. Demgegenüber dauert eine Umpolung höchstens einige tausend Jahre und ist von einer signifikanten Abnahme der Feldstärke begleitet [2].

Diese Beobachtungen zeigen, dass das Bild eines Stabmagneten im Erdzentrum nicht zutreffen kann. Die frühe Vorstellung, nach der das Erdmagnetfeld auf remanenter Magnetisierung beruht, lässt sich kaum mit der beobachteten Säkularvariation in Einklang bringen. Zudem verschwindet der Ferromagnetismus oberhalb der Curie-Temperatur, die für typische magnetische Mineralien in Tiefen von 10–20 km überschritten wird. Obwohl die Magnetisierung der äußersten Erdschichten weniger als 0,1 % zum Gesamtfeld beiträgt, wirkt sie insofern störend, als sie inhomogen ist und deshalb Details des Hauptfeldes auf Längenskalen kleiner als 3000 km überdeckt. Unter dem Hauptfeld verstehen wir die restlichen 99,9 % des (inneren) Erdmagnetfeldes.

Der Aufbau der Erde wurde im 20. Jahrhundert hauptsächlich durch seismologische Untersuchungen entschlüsselt. Unter der dünnen Kruste liegt der 3000 km mächtige Mantel aus Silikatgestein, dann folgt der flüssige äußere Erdkern (55 % des Erdradius) und im Zentrum der kleine feste innere Kern (20 % des Erdradius). Die seismologisch bestimmten Eigenschaften des Kerns stimmen relativ gut mit denen von Eisen bei entsprechenden Druck- und Temperaturbedingungen überein. Da andere in Frage kommende chemische Elemente im Kosmos viel seltener sind, herrscht kaum ein Zweifel, dass der Kern hauptsächlich aus metallischem

Prof. Dr. Ulrich Christensen und Prof. Dr. Andreas Tilgner, Institut für Geophysik der Georg-August-Universität Göttingen, 37075 Göttingen

Eisen besteht. Die Dichte des Kerns ist allerdings geringfügig kleiner als die von reinem Eisen unter hohem Druck, sodass ca. 5–10 % eines leichteren chemischen Elements (z. B. Si, S, O) dazu legiert sein müssen.

Heute geht man davon aus, dass das Hauptfeld der Erde durch Strömungen im flüssigen Teil des Erdkerns erzeugt wird, man spricht hierbei vom „Geodynamo“. Eine mögliche Ursache dieser Strömungen ist thermische Konvektion. Sie wird hauptsächlich durch die seit Entstehung der Erde gespeicherte Restwärme angetrieben, die in einem langsamen Abkühlprozess verloren geht. Noch wichtiger sind wahrscheinlich chemisch getriebene Strömungen. Chemische Konvektion findet z. B. in den Ozeanen statt, wo Dichteveränderungen aufgrund eines unterschiedlichen Salzgehalts zum Antrieb der Tiefenzirkulation beitragen. Im flüssigen Kern beruht sie auf einer zunehmenden Anreicherung der leichten chemischen Elemente in der Legierung. Im Zuge der Abkühlung der Erde kristallisiert nahezu reines Eisen am Rand des inneren Kerns aus (der dadurch wächst). Die leichte Komponente konzentriert sich in einer dünnen Flüssigkeitsschicht um den inneren Kern und verleiht ihr Auftrieb. Eine weitere mögliche Energiequelle für den Geodynamo ist die Präzessionsbewegung der Erdrotationsachse. Die Strömungen, die dieser Antriebsmechanismus anfacht, sind bisher noch wenig untersucht worden.

Grundgleichungen der Magnetohydrodynamik

In der verallgemeinerten *Navier-Stokes-Gleichung*,

$$E \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \nabla^2 \mathbf{v} \right) + \nabla P + 2\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{v} = Ra \mathbf{r} T + Pm^{-1} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \quad (i)$$

hier in dimensionsloser Form, stehen links die Trägheitsterme, der viskose Reibungsterm, der Gradient des modifizierten Drucks P und die Coriolis-Kraft in Folge der Rotation um die z -Richtung. Die Terme der rechten Seite beschreiben den Auftrieb durch Unterschiede der Temperatur T und die Lorentz-Kraft. Die Strömung wird als inkompressibel angenommen, d. h.

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (ii)$$

und die Navier-Stokes-Gleichung ist mit einer *Advektions-Diffusionsgleichung* für die Temperatur

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T = Pr^{-1} \nabla^2 T \quad (iii)$$

und der *Induktionsgleichung*

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + Pm^{-1} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (iv)$$

verknüpft. Es treten vier dimensionslose Kontrollparameter auf, deren anschauliche Bedeutung in der Tabelle auf der gegenüberliegenden Seite angegeben ist. Die Werte einiger der Parameter weichen im Modell um viele Größenordnungen von denen des Erdkerns ab. Im Wesentlichen lässt sich dies als eine gegenüber dem molekularen Wert stark erhöhte Viskosität auffassen. Die hohe Viskosität unterdrückt kleinskalige Strukturen in der Strömung, deren Auflösung numerisch nicht mehr praktikabel wäre.

Somit sind im Erdkern die Grundvoraussetzungen erfüllt, um einen selbsterregten Dynamo zu betreiben: Ein genügend leitfähiges Medium bewegt sich genügend schnell in einem zunächst als vorhanden vorausgesetzten Magnetfeld (was „genügend“ heißt werden wir später betrachten). Die dabei induzierten elektrischen Ströme müssen stark genug sein und die richtige Geometrie haben, um das zur Induktion nötige Magnetfeld zu reproduzieren.

Magnetfelderzeugung in homogenen Dynamos

Dynamos begegnen uns im täglichen Leben, man findet sie an Fahrrädern und in Autos. Auch in diesen Apparaten wird mechanische in elektromagnetische Energie umgewandelt. Ihre Funktionsweise basiert allerdings auf einer geschickten Anordnung des elektrischen Leiters, z. B. in Form einer Spule. Im Erdkern haben wir es dagegen mit einer Kugel mit nahezu homogener elektrischer Leitfähigkeit zu tun. In techni-

scher Betrachtungsweise sind die verschiedenen Bereiche des Kerns also kurzgeschlossen, und es stellt sich die Frage, ob in einer solchen Umgebung der Dynamoeffekt überhaupt wirksam sein kann. Diese Frage ist bis Ende der 50er Jahre offen geblieben, als die ersten theoretischen Beispiele funktionierender Dynamos entwickelt wurden. Man bezeichnet diese Dynamos als „homogene“ Dynamos, um sie von ihren „technischen“ Gegenübern zu unterscheiden.

Die Frage nach der Existenz homogener Dynamos lässt sich mithilfe der Induktionsgleichung beantworten, die angibt, wie sich das magnetische Feld $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ in einem Leiter mit elektrischer Leitfähigkeit σ und magnetischer Permeabilität μ verhält, dessen Bewegung durch das Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$ beschrieben wird:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{v}) = \frac{1}{\mu \sigma} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (1)$$

In die Herleitung der Induktionsgleichung fließen die Maxwell'schen Gleichungen ein und die Annahme, dass Stromdichte und elektrisches Feld im Leiter durch das Ohmsche Gesetz verknüpft sind. Ferner muss $|\mathbf{v}|$ stets klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sein.

Im Grenzfall $\mathbf{v}=0$ ist Gl. (1) einfach eine Diffusionsgleichung für \mathbf{B} . Aus diesem Grund wird die Größe $(\mu \sigma)^{-1}$ häufig als „magnetische Diffusivität“ bezeichnet. Diese Diffusionsgleichung beschreibt das Abklingen von \mathbf{B} aufgrund der Ohmschen Dissipation, die die Ströme dämpft, welche die Quelle von \mathbf{B} sind. Eine Abschätzung der Abklingzeit des Erdmagnetfeldes unter der Annahme eines ruhenden Kerns liefert 10^4 Jahre. Das Erdmagnetfeld existiert aber seit mindestens 10^9 Jahren.

Der Mechanismus, der das Magnetfeld erzeugen und trotz der Dissipation über diesen langen Zeitraum aufrecht erhalten kann, lässt sich am bequemsten für den Grenzfall eines idealen Leiters diskutieren. In diesem Fall verschwindet die rechte Seite von (1), da die Leitfähigkeit gegen unendlich geht. Von den verbleibenden Termen kann man zeigen, dass sie eine einfache geometrische Interpretation zulassen: Denkt man sich die Flüssigkeitsteilchen, die durch eine einzige magnetische Feldlinie miteinander verbunden sind, mit Farbe markiert, so wird auch zu jedem späteren Zeitpunkt durch die markierte Flüssigkeit ein und dieselbe Feldlinie verlaufen. Das Magnetfeld ist fest mit den Fluidpartikeln verknüpft, bzw. der magnetische Feldvektor ist in der Flüssigkeit eingefroren. Für ein inkompressibles Fluid ist sogar ein weiter reichendes Bild richtig, in dem man sich einen Magnetfeldvektor als einen Pfeil vorstellt, der zwischen zwei Partikeln verläuft, die in kurzem Abstand auf derselben Feldlinie liegen. Nimmt man an, dass die Endpunkte des Pfeils fest mit den Flüssigkeitsteilchen verbunden sind, so wird dieser Pfeil länger, falls sich die Partikel im Laufe der Bewegung voneinander entfernen. Tatsächlich wird bei einer solchen Bewegung Arbeit am Magnetfeld verrichtet und das Magnetfeld lokal verstärkt – wiedergegeben durch die geometrische Streckung des Pfeiles.

Das Bild des „eingefrorenen Flusses“ ist streng nur für ideale Leiter richtig, liefert aber eine nützliche Vorstellung davon, wie sich \mathbf{B} in einem realen Leiter mit endlicher Leitfähigkeit verhält: Streckung und Dissipation konkurrieren darin miteinander, indem sie das Magnetfeld verstärken bzw. schwächen. Damit die Streckung die Dissipation überwinden und ein endli-

ches Magnetfeld entstehen kann, muss in Gl. (1) der zweite Term groß genug gegenüber dem dritten sein. Für einen Leiter, der ein Volumen der typischen Ausdehnung L füllt und sich mit der typischen Geschwindigkeit V bewegt, ergibt eine Abschätzung der Größenordnung der beiden Terme:

$$\frac{|\nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{v})|}{|\nabla^2 \mathbf{B} / \mu \sigma|} \approx \mu \sigma L V = Rm \quad (2)$$

Rm wird als magnetische Reynolds-Zahl bezeichnet. Einen Dynamoeffekt erwarten wir nur für Rm größer 1. Es stellt sich aber heraus, dass selbst in günstigen Fällen Rm von der Größenordnung 10–100 sein muss.

Die Induktionsgleichung ist linear in \mathbf{B} . Somit ist nicht nur \mathbf{B} eine Lösung, sondern auch $-\mathbf{B}$. Dieser Umstand spielt eine besondere Rolle im Hinblick auf die Umpolungen des Erdmagnetfeldes. Ist das Geschwindigkeitsfeld zeitunabhängig, so haben Lösungen für \mathbf{B} die Form $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r})e^{st}$, wobei s eine Wachstumsrate ist, die im Allgemeinen eine komplexe Zahl sein kann (dies entspräche einem oszillierenden Magnetfeld). Die Induktionsgleichung stellt somit ein Stabilitätsproblem dar: $\mathbf{B} = 0$ ist immer eine Lösung. Diese ist aber instabil, wenn es eine andere Lösung mit $\text{Re}\{s\} > 0$ gibt, so dass eine kleine Störung zu unbegrenztem Wachstum führen kann.

In der Natur erreicht das Magnetfeld natürlich einem endlichen Sättigungswert. Die Sättigungsamplitude des Magnetfeldes lässt sich nur vorhersagen, wenn man die Rückwirkung des Magnetfeldes auf die Bewegung des Leiters berücksichtigt. Die Induktionsgleichung ist aber lediglich eine Entwicklungsgleichung für \mathbf{B} , in der \mathbf{v} als bekannt vorausgesetzt wird. Die Frage nach der zeitlichen Entwicklung von \mathbf{B} bei vorgegebenem \mathbf{v} wird als „kinematisches Dynamoproblem“ bezeichnet und verwendet nur Gl. (1). Weiter unten wird das „dynamische“ oder „volle Dynamoproblem“ betrachtet, in dem zusätzlich weitere Gleichungen zu lösen sind, die \mathbf{v} überhaupt erst festlegen (siehe Infokasten „Grundgleichungen der Magnetohydrodynamik“).

Unter welchen Bedingungen gibt es nun zeitlich anwachsende Lösungen von Gl. (1)? Diese Frage lässt sich meist nur numerisch beantworten. Es gibt allerdings eine Reihe von notwendigen Bedingungen an \mathbf{B} und \mathbf{v} , die der Dynamo-Vorstellung zu widersprechen scheinen und die als Antidynamotheoreme bekannt sind. Ein auf Thomas G. Cowling (1906–1990) zurückgehendes Theorem besagt, dass ein durch Dynamoeffekt erzeugtes Magnetfeld niemals achsensymmetrisch sein kann. Da die achsensymmetrische, dipolare Komponente im Erdmagnetfeld dominiert, wurde dieses Theorem früher als Indiz dafür angesehen, dass es in der Erde keinen Dynamo gibt.

Ein weiteres Antidynamotheorem besagt, dass die Bewegung eines Leiters in einer Kugel kein Magnetfeld erzeugen kann, wenn die radiale Komponente von \mathbf{v} überall verschwindet. Ein homogener Dynamo verlangt also sowohl ein dreidimensionales Magnetfeld als auch ein dreidimensionales Geschwindigkeitsfeld. Diese geometrische Komplexität des Feldes ist der Preis für die einfache räumliche Leitfähigkeitsverteilung im homogenen Dynamo. Auch eine numerische Behandlung der Induktionsgleichung muss dieser Komplexität Rechnung tragen und eine entsprechend aufwändige räumliche Diskretisierung verwenden. Numerische Simulationen des vollen Dynamoproblems sind deshalb erst Mitte der 90er Jahre praktikabel geworden.

Experimentelle Dynamos

Die größte Herausforderung beim Bau eines experimentellen homogenen Dynamos hingegen besteht darin, überhaupt ein selbsterregtes Magnetfeld zu erhalten. Um eine genügend hohe magnetische Reynolds-Zahl Rm zu erhalten, braucht man einen möglichst guten elektrischen Leiter, also ein flüssiges Metall. Unter den gebräuchlichen flüssigen Metallen hat im Temperaturintervall 100–200 °C Natrium die höchste elektrische Leitfähigkeit. Aus den Erfahrungen mit Natrium als Kühlmittel in schnellen Brütern weiß man, wie man es technisch zu handhaben hat. Deshalb verwenden alle zur Zeit laufenden oder geplanten Experimente Natrium als flüssigen Leiter. Außerdem hat Natrium bei etwa 120 °C dieselbe kinematische Viskosität wie Wasser bei Raumtemperatur. Dadurch lässt sich ein Dynamoexperiment schrittweise entwickeln: Zuerst sucht man sich eine geeignete Strömung aus, die man experimentell realisieren möchte. Mit numerischen Rechnungen

Tabelle: Kontrollparameter der Magnetohydrodynamik

Kontrollparameter	Bedeutung	Modell	Erdkern
Pr (Prandtl-Zahl)	Viskosität/therm. Diffusivität	0,1–1	0,1–1
Pm (magnet. Prandtl-Zahl)	Viskosität/magnet. Diffusivität	0,5–10	10^{-5} – 10^{-6}
E (Ekman-Zahl)	Viskosität/Coriolis-Kraft	10^{-3} – 10^{-5}	10^{-14} – 10^{-15}
Ra (modif. Rayleigh-Zahl)	Auftrieb/ Viskosität \times Coriolis-Kraft	10^2 – 10^3	10^{13} ?
weitere Kennzahlen			
Re (Reynolds-Zahl)	Trägheit/Viskosität	10–200	10^8 – 10^9
Rm (magnet. Reynolds-Zahl)	Advektion/magnet. Diffusivität	30–500	100–1000
A (Elsasser-Zahl)	Lorentz-Kraft/Coriolis-Kraft	0,1–10	~ 1
Ro (Rossby-Zahl)	Trägheit/Coriolis-Kraft	$\sim 10^{-2}$	10^{-6} – 10^{-5}

schätzt man dann ab, welchen minimalen Anforderungen das Experiment genügen muss (Größe des Natriumvolumens, Strömungsgeschwindigkeit usw.). Ob das Experiment tatsächlich gelingen wird, bleibt in der Planungsphase ungewiss, weil die numerischen Simulationen notgedrungen Näherungen enthalten, aber bei der Auslegung nur wenig Sicherheitsmargen zur Verfügung stehen. Verwendet man eine Natriumzelle mit einer Abmessung von 1 m und geht von einer magnetischen Diffusivität von $0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ aus, so lassen sich magnetische Reynolds-Zahlen von 10–100 erst bei Strömungsgeschwindigkeiten von 1–10 m/s erreichen. Diese Zahlen liegen am Rande des als vertretbar erscheinenden Aufwandes. Gleichzeitig bedeuten sie, dass die Natriumströmung sehr turbulent sein wird (mit hydrodynamischen Reynolds-Zahlen von 10^6 – 10^7). Die Turbulenz kann in den numerischen Rechnungen nicht berücksichtigt werden, ebensowenig wie geometrische Komplexitäten, die in einem experimentellen Aufbau immer auftauchen. Die Unsicherheiten lassen sich jedoch in einem zweiten Entwicklungsstadium dadurch mindern, dass man von dem geplanten Experiment ein maßstabgetreues Abbild baut und dieses mit Wasser betreibt. Die Strömung des Wassers ist praktisch identisch mit der von Natrium, aber die Wasserströmung kann man visualisieren und mit gängiger Anemometrie charakterisieren. Das vermessene Geschwindigkeitsfeld dient dann als Eingabe für die numerischen Simulationen und kann die Auslegung des Experiments verfeinern. Sobald die Fehlerbalken der numerischen Vorhersagen

klein genug sind, beginnt das dritte Stadium, nämlich der Bau des Natriumexperiments.

Um den vermuteten Gegebenheiten im Erdkern möglichst nahe zu kommen, würde man sich ein Experiment wünschen, in dem das Natrium thermisch getrieben wird. Ein thermischer Antrieb erreicht aber nur unter sehr großen Anstrengungen die nötige magnetische Reynolds-Zahl, weshalb zurzeit nur mechanischer Antrieb des Natriums in Betracht gezogen wird.

Am weitesten fortgeschritten sind die Experimente in Riga und am Forschungszentrum Karlsruhe. Beide Experimente haben ein selbsterregtes Magnetfeld nachweisen können. Der wesentliche Bestandteil des Aufbaus in Riga ist ein etwa 3 m langes Rohr, in dem ein Propeller eine helikale Strömung erzeugt (Abb. 2a). Das Experiment in Karlsruhe hingegen besteht aus 52 Zellen, die jede für sich eine helikale Strömung führen (Abb. 2b). Die Entstehungsmechanismen des Magnetfeldes in beiden Experimenten sind sehr unterschiedlich, was z. B. daran zu erkennen ist, dass bei den Parametern, bei denen das Karlsruher Experiment betrieben wird, eine einzelne der 52 Zellen unfähig wäre, ein Magnetfeld aufrecht zu erhalten.¹⁾ Erst das Zusammenspiel der Zellen ermöglicht den Dynamoeffekt. Diesen kollektiven Effekt hält man auch beim Geodynamo für wesentlich.

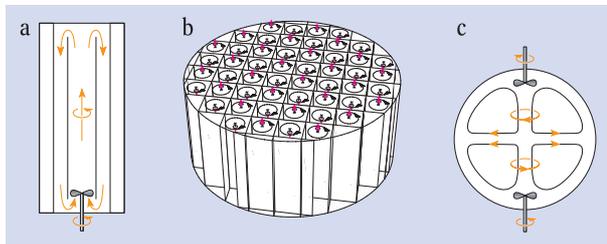


Abb. 2:

► a) Das in Riga gebaute Experiment besteht aus drei koaxialen Röhren mit Durchmessern 0,25 m, 0,4 m und 0,8 m bei einer Länge von etwa 3 m (die Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu).

► b) Der Karlsruher Dynamo: Die Pfeile deuten die Strömung des Natriums an. Das gesamte Gefäß hat einen Durchmesser von etwa 2 m und eine Höhe von ungefähr 1 m. Die interne Struktur in a) und b) besteht aus rostfreiem Stahl, also ebenfalls einem guten elektrischen Leiter.

► c) Prinzipskizze eines der Experimente der nächsten Generation: Zwei Propeller mit entgegengesetztem Drehsinn erzeugen eine turbulente Strömung, die im zeitlichen Mittel achsensymmetrisch ist. Die Struktur dieser Strömung ist in der Zeichnung durch einige Stromlinien angedeutet.

Das Verdienst der Experimente in Riga und Karlsruhe besteht darin, den Dynamoeffekt überhaupt demonstriert zu haben. Außerdem ermöglichen sie es, den Sättigungsmechanismus des anwachsenden Magnetfeldes und die Wirkung der Turbulenz zu untersuchen. Aufgrund ihrer internen mechanischen Struktur schränken allerdings beide Experimente die Möglichkeiten des Geschwindigkeitsfeldes ein, auf die Lorentz-Kraft des wachsenden Magnetfeldes zu antworten. Diese Beobachtung motiviert eine zweite Generation von Experimenten, die in Madison, Maryland und Cadarache (Frankreich) gebaut werden. Diese Aufbauten sind Variationen des in Abb. 2c skizzierten Versuchs: Natrium in einer Kugel oder einem Zylinder wird durch ein oder zwei gegen- oder gleichläufige Propeller gerührt. Solche Experimente sind bereits mit Natrium betrieben worden, haben bisher aber noch kein selbsterregtes Magnetfeld hervorrufen können.

In all diesen Experimenten ist die Coriolis-Kraft abwesend, die für den Geodynamo eine zentrale Rolle

spielt. Eine dritte Generation an Experimenten wird rotierende (oder gar präzedierende) Zellen verwenden. Experimente dieser Art befinden sich im Stadium des Wassertests.²⁾

Computermodelle magnetohydrodynamischer Dynamos

Mittels kinematischer Modelle ist es gelungen, wichtige Grundprinzipien der Magnetfelderzeugung zu verstehen. Um aber das Dynamoproblem in seiner Gesamtheit zu durchdringen und konkrete Modelle für den Geodynamo zu entwickeln, ist der nächste Schritt zu magnetohydrodynamischen Dynamomodellen nötig. Zusätzlich zur Induktionsgleichung ist nun die Navier-Stokes-Gleichung und bei konvektionsgetriebenen Strömung eine Gleichung für die Temperatur zu lösen (siehe Kasten). In der Navier-Stokes-Gleichung treten als Zusatzterme die Coriolis- und die Lorentz-Kraft auf. Beide sind von entscheidender Bedeutung. Eine Reihe dimensionsloser Kennzahlen geben Auskunft über die relative Bedeutung der wirkenden Kräfte (siehe Tabelle). Einige dieser Zahlen gehen als Kontrollparameter in den skalierten Gleichungen ein, andere berechnen sich aus den mittleren Geschwindigkeiten und Magnetfeldstärken der erhaltenen Lösung. Beispielsweise beschreibt die Ekman-Zahl das Verhältnis viskoser Kräfte zur Coriolis-Kraft. Im Erdkern dominiert letztere um viele Größenordnungen. Auch gegenüber dem „gewöhnlichen“ Trägheitsterm dominiert die Coriolis-Kraft (Rossby-Zahl $\ll 1$). Hingegen sind Lorentz- und Coriolis-Kraft von gleicher Größenordnung (Elsasser-Zahl ≈ 1), soweit wir dies für den Erdkern abschätzen können. Grob gesprochen ergibt sich folgende Hierarchie:

$$\text{Coriolis-Kraft} \sim \text{Lorentz-Kraft} \gg \text{Trägheit} \gg \text{Viskosität}.$$

Wie wir sehen werden, lässt sich diese Hierarchie allerdings nicht in gleicher Weise in den Computermodellen realisieren. In der 90er Jahren konnten erstmals Dynamos numerisch simuliert werden, die allein auf den fundamentalen Grundgleichungen ohne Parametrisierungen oder ad-hoc-Annahmen beruhen. Seitdem beschäftigen sich weltweit etliche Gruppen mit der Simulation des Geodynamos. Dabei werden in der Regel die Gleichungen (i)–(iv) mit geeigneten Randbedingungen für die Kugelschalengeometrie des äußeren Erdkerns gelöst. Mit den Simulationen werden zwei nicht immer streng getrennte Zielrichtungen verfolgt. Um zu einem besseren grundsätzlichen Verständnis der Magnetfelderzeugung in verschiedenen dynamischen Regimes zu gelangen, versucht man zum einen den Einfluss der fundamentalen Kontrollparameter möglichst systematisch zu untersuchen. Bei einem vierdimensionalen Parameterraum ist dies jedoch ein recht mühseliges Unterfangen. Zum anderen sucht man nach Modellen, welche die beobachteten Eigenschaften des Erdmagnetfeldes umfassend reproduzieren. Im folgenden werden wir uns hauptsächlich auf den zweiten Aspekt konzentrieren.

Die Untersuchung von kinematischen Dynamos hatte gezeigt, dass verschiedene Klassen von Lösungen möglich sind, etwa solche mit äquatorialem Dipol oder mit dominierenden Quadrupol. Daher war es etwas unerwartet, dass bei vielen (aber nicht allen) numerischen Dynamomodellen der axiale Dipolanteil im Magnetfeld dominiert. Ferner stimmt die Stärke des Magnetfeldes in den Modellen größenordnungsmäßig oft mit der des Erdmagnetfeldes überein, oder anders aus-

1) Der Zusammenhang zwischen dem Karlsruher Dynamo und theoretischen Modellen wird in [5] beschrieben.

2) Ref. [4] enthält eine Übersicht über den Stand der Experimente bis zum Jahr 1999. Einen Eindruck über den weiteren Verlauf der experimentellen Bemühungen vermitteln insbesondere zwei Tagungsbände [5], [6].

gedrückt, die Elsasser-Zahl liegt in der Nähe von eins, wie bei der Erde.

Bei einigen Modellen gehen die Parallelen noch weiter und betreffen auch die Morphologie des Magnetfeldes. Da das Feld eines Multipols vom Grad ℓ (Dipol $\ell = 1$, Quadrupol $\ell = 2$, usw.) gemäß $1/r^{\ell+2}$ mit dem Radius r abfällt, heben sich die höheren Multipolanteile stärker hervor, wenn man das Magnetfeld nicht an der Erdoberfläche, sondern an der Oberfläche des Kerns betrachtet. Insoweit Quellen des Magnetfeldes in Kruste und Mantel vernachlässigbar sind, kann man es im Erdinneren bis zur Grenze des Kerns als Potentialfeld behandeln und analytisch in die Tiefe fortsetzen. Abbildung 3a zeigt die Radialkomponente B_r an der Kern-Mantel-Grenze im Jahre 1990 bis zu Multipoltermen vom Grad 13. Feinskaligere Strukturen des Kernfeldes lassen sich nicht auflösen, da sie an der Erdoberfläche vom Beitrag der heterogenen Magnetisierung der Erdkruste überdeckt werden. In Abb. 3b wird dies mit einer Momentaufnahme des Magnetfeldes aus einer Dynamosimulation mit erdähnlicher magnetischer Reynolds-Zahl verglichen. Die Dominanz des axialen Dipols ist deutlich erkennbar, aber das Magnetfeld ist aus vielen kleinskaligen Strukturen zusammengesetzt. Erst wenn das Feld des Dynamomodells so gefiltert wird, dass seine Auflösung der des Erdmagnetfeldes entspricht (Abb. 3c), erkennt man qualitative Ähnlichkeiten über die bloße Dipoldominanz hinaus. In etwa 60 bis 70 Grad geografischer Breite befinden sich konzentrierte Bündel magnetischen Flusses. Die Regionen unmittelbar um die Pole, wo ein reines Dipolfeld die größte radiale Flussdichte hätte, sind dagegen durch verminderten bzw. inversen Fluss charakterisiert. Im Dynamomodell lassen sich diese magnetischen Strukturen zum Muster der Konvektionszellen in Beziehung setzen. Dann schließt man in Analogie auf ähnliche Konvektionsströmungen im Erdkern.

Die Bündelung magnetischen Flusses in hohen Breiten fällt mit Konvektionssäulen mit zyklonalem Drehsinn zusammen, die sich in z -Richtung (d. h. parallel zur Rotationsachse) von der Nordhemisphäre in die Südhemisphäre des flüssigen Kerns erstrecken (Abb. 4). Derartige Säulen sind nur außerhalb des „Tangentialzylinders“ möglich, eines imaginären Zylinders, der sich an den Äquator des inneren Kerns anschmiegt und parallel zur Rotationsachse ausgerichtet ist. Der Tangentialzylinder teilt den äußeren Kern in drei dynamisch unterschiedliche Bereiche ein: den äußeren Torus und die Regionen innerhalb dieses Zylinders nördlich und südlich des inneren Kerns. Der Tangentialzylinder bildet eine wichtige immaterielle Grenze, weil die starke Coriolis-Kraft der Flüssigkeit eine dynamische Steifigkeit in der z -Richtung verleiht. Innerhalb des Tangentialzylinders zeigen die Dynamomodelle oft Aufströme an den Polachsen. Dem entspricht nahe der Kernoberfläche eine von den Polen weggerichtete Strömung. Sie trägt die „eingefrorenen“ Feldlinien aus der Polregion fort und erzeugt so die Minima des magnetischen Flusses. Das Magnetfeld wird am Rand des Tangentialzylinders konzentriert, welcher die Kern-Mantel-Grenze bei etwa 69 Grad Breite schneidet.

Die Tatsache, dass der magnetische Fluss in erster Näherung in der sich bewegenden Flüssigkeit eingefroren ist, eröffnet eine Möglichkeit, um die Strömung nahe der Kernoberfläche direkt aus den beobachteten Säkularvariationen des Magnetfeldes zu erschließen. Hierzu benutzt man die Radialkomponente der Induk-

tionsgleichung unter Vernachlässigung des Diffusionsterms. Sie lässt sich an der Kern-Mantel-Grenze (wo die Radialgeschwindigkeit verschwindet) als

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = \nabla_h \cdot (\mathbf{v}_h B_r) \quad (3)$$

schreiben. Der Index h bezeichnet die Beschränkung auf die Horizontalkomponenten. Für gegebenes B_r und $\partial B_r / \partial t$ versucht man, Gl. (3) nach der Strömungsgeschwindigkeit zu invertieren. Leider ist dies nicht eindeutig möglich und man muss mehr oder weniger plausible Zusatzannahmen benutzen, um die Mehrdeutigkeit zu beseitigen. Zumindest erwartet man, dass die invertierten Geschwindigkeiten in der richtigen Größenordnung liegen. Der Wert von etwa 0,3 mm/s, den man hierbei erhält, impliziert eine magnetische Reynolds-Zahl von etwa 500. Anhand neuer Satellitendaten konnte kürzlich die Säkularvariation mit deutlich verbesserter Auflösung bestimmt werden [1], um daraus ein detaillierteres Abbild der Kernströmung zu berechnen. Die Resultate zeigen, dass magnetische Flusskonzentrationen tatsächlich mit zyklonalen Wirbeln verbunden sind, wie es mehrere Dynamomodelle vorausgesagt haben. An beiden Polen zeigt die Inversion

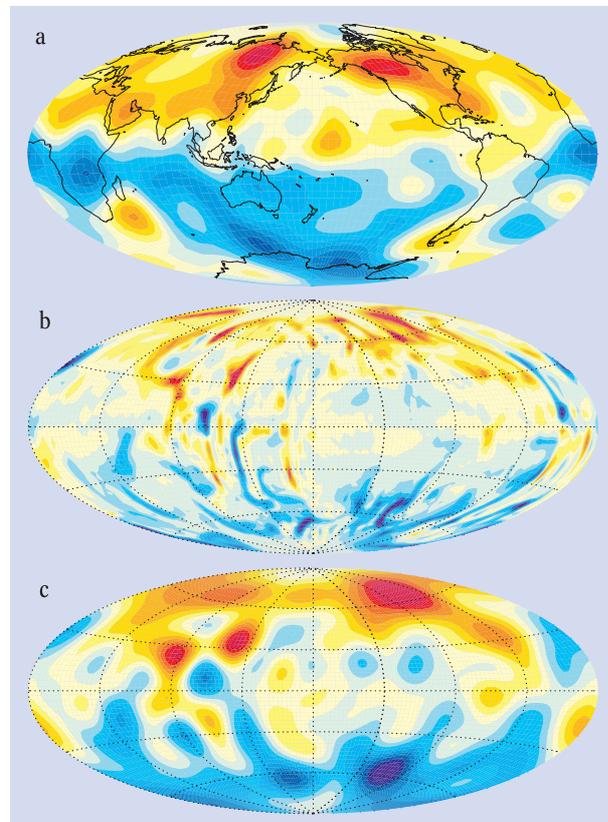


Abb. 3: Radiale Komponente des Erdmagnetfeldes an der Kern-Mantel-Grenze (Die Kontinente sind nur zur Referenz eingezeichnet)
 ▶ a) aus Oberflächen- und Satellitenmessungen von 1990 berechnet. Rote und blaue Farbtöne entsprechen ein- bzw. auswärts gerichtetem Feld.
 ▶ b) aus einem Dynamomodell mit den Parametern $Ra = 1500$, $E = 10^{-4}$, $Pr = 1$, $Pm = 2$.
 ▶ c) Das Feld in b) beschränkt auf Multipolterme bis Grad 13.

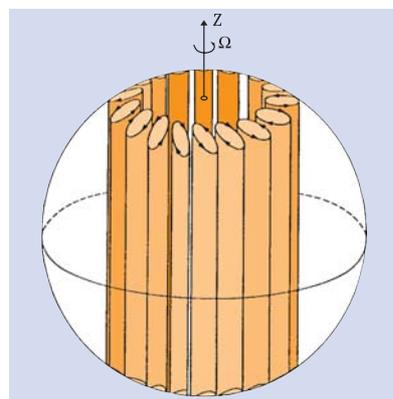


Abb. 4: Konvektionsmuster in einer rotierenden Kugelschale bei relativ kleiner Rayleigh-Zahl. Die Strömung zirkuliert um die Säulenachsen. Die Konvektionssäulen umschließen den inneren Kern; ihr Innenrand markiert den „Tangentialzylinder“. Die Anzahl der Säulen wird von der Rotationsrate (und der Magnetfeldstärke) beeinflusst.

antizyklonale Wirbel mit Rotationsraten von etwa einem Grad pro Jahr. Auch diese Wirbel mit einigen tausend Kilometer Durchmesser finden sich in diversen Dynamomodellen wieder. Sie entsprechen einem „thermischen Wind“, der mit der warmen aufsteigenden Strömung an den Polachsen verbunden ist und durch die Coriolis-Ablenkung entsteht.

Der sicherlich interessanteste und rätselhafteste Aspekt im Zeitverhalten des Erdmagnetfeldes sind die Polumkehrungen. Das Aufsehen, dass die Simulationen von Glatzmaier und Roberts [7] hervorriefen, beruhte zum Teil darauf, dass sich dabei das Magnetfeld umkehrte. Es zeigte sich, dass das Muster des inhomogen verteilten Wärmeflusses an der Kern-Mantel-Grenze, welches durch die (viel langsamere) Mantelkonvektion vorgegeben wird, die Häufigkeit von Umpolungen beeinflusst. Dies passt gut zur paläomagnetischen Beobachtung, dass sich die Häufigkeit von Umpolungen auf Zeitskalen von 100 Millionen Jahren, d. h. der Zeitskala der Mantelkonvektion, stark ändern kann. In vielen publizierten Dynamomodellen gibt es aber gar keine Umkehrungen des magnetischen Dipols.

Kürzlich konnten wir zeigen, dass die Rayleigh-Zahl als Kontrollparameter für die Heftigkeit der thermischen Konvektion das Auftreten von Umkehrungen wesentlich beeinflusst [9]. Bei relativ kleinen Rayleigh-

der Richtung schwankendem Dipolanteil unterbrochen werden. Oftmals stellt sich danach die frühere Polarität wieder ein und man würde das Ereignis als eine geomagnetische Exkursion bezeichnen. Gelegentlich etabliert sich aber auch die andere Feldrichtung. Wie bei der Erde kehrt sich die Dipolrichtung dabei oft in einem relativ kurzen Zeitraum von weniger als 10000 Jahren um. Abbildung 5 zeigt die radiale Komponente des Magnetfeldes vor, während und nach einer Polumkehr. Im Gegensatz zu Abbildung 3 wird hier das Magnetfeld an der Erdoberfläche gezeigt, wo in Zeiten stabiler Polarität der Dipolanteil sehr stark dominiert. Während der Polumkehr ist das Magnetfeld deutlich schwächer, im Einklang mit paläomagnetischen Resultaten. Während der Umkehr tritt der Dipolanteil gegenüber den Quadrupol- und Oktupolkomponenten zurück.

Da das axiale Dipolmoment der Erde seit 1840, als Gauß eine Methode zur absoluten Intensitätsmessung einführte, stetig abnimmt, kann man über eine bevorstehende Feldumkehr spekulieren. Bei linearer Extrapolation wäre dies in etwa 2000 Jahren der Fall. Aber Fluktuationen des Feldes hat es auch in Phasen stabiler Polarität immer gegeben und das Dipolmoment ist zur Zeit noch größer, als es im Zeitmittel der letzten fünf Millionen Jahre war. Dennoch lässt es sich nicht ausschließen, dass wir uns in der Startphase zu einer Feldumkehr befinden könnten. Erst wenn wir den Dynamomechanismus besser verstanden haben, lässt sich vielleicht eine begründete Prognose über die zukünftige Feldentwicklung machen.

Wie realistisch sind die Dynamomodelle?

In wenig mehr als einer halben Dekade hat die Untersuchung des Geodynamos einen gewaltigen Aufschwung erfahren, der inzwischen in einer Reihe von Übersichtsartikeln dokumentiert ist [2, 10–13]. Wie realistisch sind die Modelle? Sie können offenbar nicht nur die fundamentalen Eigenschaften des Erdmagnetfeldes, wie seine Stärke und die Dipoldominanz, erfolgreich reproduzieren, sondern auch sekundäre Merkmale, wie Details der Feldmorphologie und des Umpolungsverhaltens. Dieser Erfolg ist etwas erstaunlich, da mehrere entscheidende Parameter in den Modellen ganz andere Werte haben als im Erdkern (siehe Tabelle). Simulationen mit realistischen Parametern des Kerns werden auf längere Sicht unerreichbar bleiben, da sie eine um mehrere Größenordnungen höhere räumliche und zeitliche Auflösung der Felder erfordern. Der wichtigste Unterschied zwischen den derzeitigen Simulationen und dem realen Kern ist, dass die viskose Reibung mit zu den dominanten Kräften in der Modellströmung gehört. In Wirklichkeit spielt sie jedoch nur eine vernachlässigbare Rolle. Dies drückt sich in der großen Diskrepanz der (hydrodynamischen) Reynolds-Zahlen zwischen Modell und Erdkern aus. Dem gegenüber ist die magnetische Reynolds-Zahl ungefähr stimmig. Die Balance zwischen magnetischer Diffusion auf der einen Seite und Advektion und Induktion auf der anderen wird also richtig getroffen. Dagegen wird die kleinskalige Turbulenz der Strömung nicht erfasst und es bleibt fraglich, ob die für die magnetische Induktion relevanten großen und mittleren Skalen in der Strömung richtig beschrieben werden. Im Erdkern ist die magnetische Diffusivität um sechs Größenordnungen höher als die kinematische Viskosität. In den Modellen muss ihr Verhältnis (die magnetische Prandtl-Zahl) in der Nähe von eins gewählt wer-

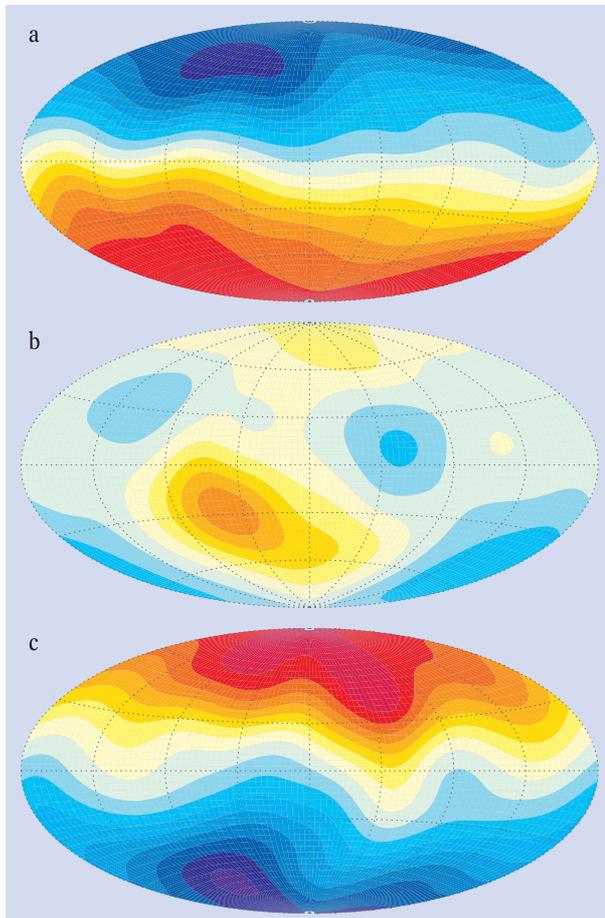


Abb. 5: Radiale Komponente der magnetischen Flussdichte eines Dynamo-Modells a) vor, b) während, c) nach einer Umpolung, berechnet für die Erdoberfläche. Da die Beiträge höherer Multipole weit stärker mit dem Radius abfallen als der Beitrag von Dipol und Quadrupol, dominieren hier im Gegensatz zu Abb. 3 langwellige Strukturen.

Zahlen dominiert der axiale Dipolanteil das Magnetfeld noch stärker als bei der Erde und seine Richtung bleibt stabil. Bei sehr hohen Werten dominieren höhere Multipolterme, während der Dipol schwach ist und erratisch fluktuiert. In einem Zwischenbereich für die Rayleigh-Zahl zeigt sich ein erdähnliches Verhalten: Der axiale Dipol dominiert in langen stabilen Phasen, die von kürzeren Episoden mit relativ schwachem und in

den, um selbsterhaltende Dynamowirkung zu bekommen. Das hat zur Folge, dass zur Energiedissipation, die im Kern praktisch nur durch Ohmsche Verluste erfolgt, in den Modellen die viskose Dissipation in gleicher Größenordnung beiträgt. Experimentelle Dynamos werden uns bei der Klärung der Frage helfen, ob diese Unterschiede entscheidende Konsequenzen haben. Die Tatsache, dass die Magnetfelder in den Modellen gerade so stark werden, dass Lorentz-Kräfte und Coriolis-Kräfte von gleicher Größenordnung sind, lässt vermuten, dass das dynamische Regime nicht fundamental verschieden von dem des Erdkerns ist. Eine (vielleicht zu optimistische) Annahme ist daher, dass die korrekte Kugelschalengeometrie und der starke Einfluss der Rotation in der Modellströmung bereits die entscheidenden Ingredienzien für eine realistische Simulation des Geodynamos darstellen.

Literatur

- [1] *G. Hulot et al.*, *Nature* **416**, 620 (2002)
- [2] *E. Dormy, J.-P. Valet, V. Courtillot*, *Geochem. Geophys. Geosyst.* **1**, 1 (2000)
- [3] *F. H. Busse et al.*, in: *Evolution of Spontaneous Structures in Dissipative Continuous Systems*, *F. H. Busse, S. C. Müller* (Hrsg.), Springer, Heidelberg (1998)
- [4] *A. Tilgner*, *Phys. Earth Planet. Inter.* **117**, 171 (2000)
- [5] *P. Chossat, D. Armbuster, I. Oprea*, *Dynamo and Dynamics, a Mathematical Challenge*, Kluwer, Dordrecht (2001)
- [6] *Magnetohydrodynamics* **38**, (2002)
- [7] *G. A. Glatzmaier, P.H. Roberts*, *Nature* **377**, 203 (1995)
- [8] *G. A. Glatzmaier et al.*, *Nature*, **401**, 885 (1999)
- [9] *C. Kutzner, U. Christensen*, *Phys. Earth Planet. Int.* **131**, 29 (2002)
- [10] *D. R. Fearn*, *Rep. Progr. Phys.* **61**, 175 (1998)
- [11] *F. H. Busse*, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **32**, 383 (2000)
- [12] *P. H. Roberts, G. A. Glatzmaier*, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 1081 (2000)
- [13] *G. A. Glatzmaier*, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* **30**, 237 (2002)

Die Autoren

Ulrich Christensen studierte in Braunschweig Physik und promovierte dort in Geophysik. Während des größeren Teils seiner bisherigen wissenschaftlichen Karriere am MPI für Chemie in Mainz und ab 1992 als C4-Professor für Geophysik in Göttingen beschäftigte er sich mit der numerischen Modellierung von Konvektionsströmungen im Gesteinsmantel der Erde. Für diese Arbeiten erhielt er 1994 den Leibniz-Preis. Seit Mitte der neunziger Jahre befasst er sich auch intensiv mit Simulationen des Geodynamos.



Andreas Tilgner hat 1991 an der Universität Grenoble mit einer Arbeit zur Polymerphysik promoviert. Als Postdoc befasste er sich anschließend in der Gruppe von A. Libchaber an der Princeton University mit turbulenter Konvektion. Von 1993 an widmete er sich in Bayreuth am Lehrstuhl von F.H. Busse dem Dynamoeffekt sowie anderen Themen der geophysikalischen Strömungsmechanik, bevor er im April 2001 einem Ruf als Professor nach Göttingen folgte.

