

Mut zum Risiko: Physik auf dem Börsenparkett

Finanzmärkte sind Systeme mit vielen Freiheitsgraden, auf die sich die Methoden der statistischen Physik anwenden lassen.

Matthias Otto

Finanzphysik, Ökonophysik – ist das ein Aufbaustudiengang für arbeitslose Physiker? Was hat eine exakte Naturwissenschaft mit den Phänomenen der Wirtschaft zu schaffen? Aktienkurse vorhersagen gelingt zwar auch einem „Ökonophysiker“ nicht, aber mit mikroskopischen Modellen lassen sich viele Eigenschaften der realen Börsendaten reproduzieren.

Banken entlassen in diesen Tagen ihre bestbezahlten Leute. Die Investment-Banking-Abteilungen werden gesundgeschrumpft. Nicht nur die vielen Bankenfusionen sind der Grund, sondern vor allem das langsame, aber stetige Verpuffen der New-Economy-Blase seit Mitte 2000. Seit Mitte der 90er Jahre wenden Physiker Methoden aus der Physik auf die Ökonomie an, angefangen mit den Arbeiten von Bouchaud und Sornette [1] zur Bewertung von Derivaten („abgeleiteten“ Finanzinstrumenten) sowie von Stanley und Mantegna [2] zur Statistik von Börsenkursen. Haben die „ökonomischen“ Physiker den Niedergang der Börsenkurse vorhergesagt? Keineswegs. Erst im Nachhinein ist die Dynamik von Aktienkursen in der zeitlichen Nähe vor und nach einem Crash untersucht worden (siehe die Arbeiten von D. Sornette [3]). Aber ob die Gleichungen, die der Erdbebenphysik entlehnt sind, zur Vorhersage taugen, steht dahin.

Um die Kursvorhersage soll es in dem folgenden Beitrag jedenfalls nicht gehen, sondern vielmehr um die Erfassung des Risikos, und genauer um die Statistik der Preise und ihre Anwendung in der Optionsbewertung. Die Fußabdrücke, die Physiker auf diesem Feld der quantitativen Theorie von Finanzmärkten hinterlassen haben, sind schon deutlich genug, um damit einige Seiten zu füllen.

Alle Aktivitäten auf dem Gebiet der „econophysics“ angemessen zu würdigen sprengt sicher den Rahmen eines Übersichtsartikels in diesem Heft. Eine Auswahl ist notwendig, und diese ist notwendigerweise subjektiv. Über Anwendungen der Turbulenz und der Perkolationstheorie auf Finanzmärkte wurde in dieser Zeitschrift bereits berichtet [4, 5].

Typische Fakten über Finanzmärkte

Jean-Philippe Bouchaud, einer der Pioniere der Finanzphysik (der von ihm im Gegensatz zu „econophysics“ bevorzugte Terminus), sieht die besondere Rolle der Physiker in ihrer Fähigkeit, die Daten ernst zu neh-



Physiker können dabei helfen, das Risiko beim Spekulieren zu verringern, indem sie die Finanzdaten sorgfältig erfassen und darauf Modelle mit Hilfe von physikalischen Methoden und Analogien aufbauen. (Foto: dpa)

men und ihre Modelle auch wirklich darauf aufzubauen. Dabei geht es weniger um die Vorhersage von Trends, als vielmehr um Modelle, die die statistischen Fluktuationen von Wertpapierkursen richtig beschreiben. Denn die relativen Preisschwankungen, die zum Beispiel bei einer SAP-Aktie ganz anders als bei der Aktie eines Stromerzeugers ausfallen, sagen etwas über das Risiko des jeweiligen Wertpapiers aus. Selbst wenn die SAP-Aktie den Aktienindex über einen Zeitraum von einem Jahr schlagen würde, deutet eine mit SAP verbundene hohe relative Preisschwankung an, dass es auch stark abwärts gehen kann. Große Unsicherheit in der Preisentwicklung bedeutet ökonomisch somit ein großes Risiko. Das Risiko vernünftig zu erfassen ist nun die Aufgabe von Modellen für die zeitliche Entwicklung der Börsenkurse. Welche vernünftigen Annahmen über das Agieren der Händler lassen sich nun machen, um zu einem solchen Modell zu kommen? In der klassischen Finanztheorie spielt die so genannte Hypothese effizienter Märkte (HEM) – 1965 von Samuelson und Fama eingeführt – den Ausgangspunkt vieler Überlegungen: in einem „reibunglosen“ Markt ohne Transaktionskosten schlägt sich der kleinste Informationsvorsprung eines Marktteilnehmers augenblicklich im Preis nieder, sodass Arbitragemöglichkeiten ebenso rasch ausgeschaltet werden wie sie entstehen (s. Glossar). Das hat – gemäß der HEM – eine völlig zufällige Preisdynamik zur Folge. Aus diesem Grunde ist eine Analogie zur Brownschen Bewegung in der klassischen Finanztheorie als Standardmodell für die relativen Preisänderungen, die anders als die Preise selbst sowohl positiv als auch negativ sein können, eingeführt worden. Die relativen Kursänderungen, die auch als Renditen (bezüglich des Zeitschritts, auf dem

Dr. Matthias Otto,
Institut für Theoretische Physik der Universität Göttingen,
Bunsenstr. 9, 37073 Göttingen

die Änderungen betrachtet wird) bezeichnet werden, gehorchen dann einer Gaußverteilung. Die Wurzel ihrer Varianz ist die geschätzte Standardabweichung der Renditen, welche auch als Volatilität bezeichnet wird. Das Modell normalverteilter Renditen geht übrigens in die Bewertung komplexer Finanzinstrumente ein, wie sie mit den Namen Black, Scholes und Merton verbunden ist und auf die wir nochmals zu sprechen kommen.

Den vereinfachten Annahmen der Hypothese effizienter Märkte stehen folgende an Finanzmärkten empirisch ermittelte Befunde gegenüber: Jede Information breitet sich mit endlicher Geschwindigkeit aus, Händler verfügen über begrenzte Informationen, und Transaktionskosten sind für verschiedene Marktteilnehmer unterschiedlich hoch. Diese Tatsache ist den Ökonomen natürlich nicht entgangen und hat zu empirisch angepassten Modellen geführt, die über die Gaußverteilung hinausgehen (siehe [2]). Dennoch ist die ideale Welt der Brownschen Bewegung aufgrund ihrer mathematischen Einfachheit in der Finanztheorie – viele ih-

gleich erklärt – wurde schon von Mandelbrot zu Beginn der 60er-Jahre zur Modellierung ökonomischer Daten herangezogen, hat allerdings den nicht unerheblichen Nachteil, keine endliche Varianz zu besitzen. Die Gleichsetzung der Wurzel der Varianz mit dem Finanzrisiko, wie es in der Finanztheorie üblich ist, scheidet also aus.

Im Vergleich zu Mandelbrots Zeiten haben die elektronischen Handelsplattformen der 90er-Jahre die Datenbasis erheblich verbessert, sodass sich nun erstmals die Feinheiten der Kursstatistik über Zeitskalen von Sekunden bis Tagen untersuchen lassen. Schon Mandelbrot wusste, dass die extremen Enden der Renditeverteilungen (also der relativen Preisinkremente) nach einem Potenzgesetz abnehmen. Neu an den Untersuchungen von Stanley, Mantegna und anderen ist, dass für extreme relative Preisänderungen – abweichend von der Statistik des reinen Levy-Flugs – schließlich eine exponentielle Dämpfung zuschlägt, welche den Namen „truncated Levy flight“ motiviert (Abb. 1). Betrachtet man die Preisänderungen $\delta p(t) = p(t+\delta t) - p(t)$ für kleine Zeitintervalle δt im Bereich von Minuten bis etwa Stunden, dann findet man für die kumulative Wahrscheinlichkeitsverteilung $P_{>}(\eta) = \text{Prob}(\delta p > \eta) = \int_{\eta}^{\infty} dx p(x)$ einen Bereich, der gut mit einem potenzartigen Abfall $\eta^{-\alpha}$ beschrieben wird. Für verschiedene Märkte ist der Exponent α ungefähr 3 (Abb. 1).

Eine weitere wichtige Beobachtung, die zu den so genannten „stilisierten Fakten“ der Finanzmärkte gehört, betrifft die Autokorrelationen der Volatilitäten. Unter Volatilität versteht man, wie schon erwähnt, die zeitlich normierte Standardabweichung der Renditen. Man multipliziert die Volatilitäten zu den Zeitpunkten t und $t+T$ miteinander, mittelt über verschiedene t , und betrachtet die zeitliche Änderung der so gewonnenen Größe als Funktion von T . Gewissermaßen misst man damit die zeitlichen Fluktuationen der Fluktuationen. Empirisch findet man nun, dass die Autokorrelation nicht exponentiell abfällt, sondern langsamer, nämlich wie $T^{-\gamma}$, wobei $\gamma \approx 0,8$ ist. Dieses Verhalten ist konsistent mit dem so genannten Clustern in der zeitlichen Entwicklung der Volatilität, d.h. Perioden geringer Preisschwankungen werden immer wieder von Ausbrüchen wilder Kursoszillationen unterbrochen (man kennt dieses Phänomen als Intermittenz in der nicht-linearen Dynamik). Dieses Phänomen sollte jedes vernünftige Modell für Finanzdaten wiedergeben, was im Falle der Brownschen Bewegung nicht der Fall ist.

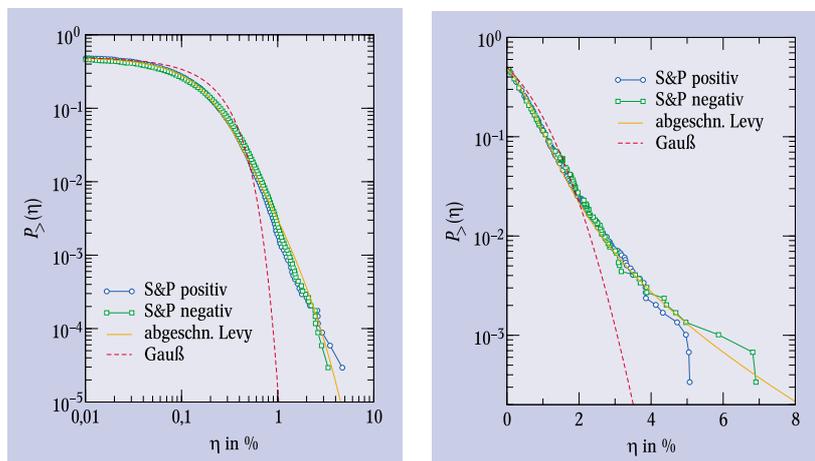


Abb. 1: Kumulative Wahrscheinlichkeitsverteilung $P_{>}(\eta)$ (für $\eta > 0$) und $P_{<}(\eta) = 1 - P_{>}(\eta)$ (für $\eta < 0$) der Renditen der im Standard & Poors-500-Index vertretenen Aktien, für eine Zeitskala $\delta t = 30$ min (links, doppelt logarithmisch aufgetragen) bzw. $\delta t = 1$ Tag (rechts, einfach logarithmisch auf-

getragen). Die dicke Linie entspricht dem besten Fit für eine symmetrische abgeschnittene Levy-Verteilung $L_{\mu}^{(\alpha)}$ mit Index $\mu = 3/2$. Ebenso gezeigt sind der beste Fit mit einer Gaußverteilung gleicher Varianz. (freundlich überlassen von J.P. Bouchaud)

rer Protagonisten sind in der stochastischen Analysis groß geworden – eine der wichtigsten Bastionen der Theorie geblieben.

In der Physik sind wir es vielleicht in stärkerem Maße gewohnt, unsere Modelle auf empirische Fakten zu gründen. Der Physiker H. Eugene Stanley, der den Begriff „econophysics“ prägte, hat genauer auf die Daten geschaut und zusammen mit R. N. Mantegna und anderen zeigen können, dass Börsenkurse statt der Brownschen Bewegung eher der Statistik eines so genannten abgeschnittenen Levy-Flugs folgen [2]. Levy-Flüge sind stochastischen Prozesse, die extreme Fluktuationen mit einer höheren Wahrscheinlichkeit als bei einer Gaußverteilung zulassen. Man sagt auch: die Levy-Verteilung hat „fette Schwänze“, die Wahrscheinlichkeit für große Abweichungen vom Mittelwert ist größer. Anschaulich und vereinfacht lässt sich der Flug einer Biene, die in einem Blumenbeet auf Nektarsuche ist, als Levy-Flug auffassen: Die meiste Zeit wird sie einen erratischen Kurs in der unmittelbaren Nähe einer Blüte einschlagen, der hin und wieder von einem längeren Sprung zur nächsten Blüte unterbrochen wird.

Der reine Levy-Flug – was daran „rein“ ist, wird

Warum „ökonomische Physik“?

Obschon Physiker de facto wichtige Beiträge allein in der Datenanalyse geliefert haben, stellt sich natürlich die Frage, was diese wissenschaftliche Aktivitäten mit Physik zu tun haben. Ohne sich hier auf wissenschaftstheoretische Diskussionen einzulassen, die jedem auch noch so vagen Vorverständnis von Physik vorausgehen müssten, kann man Folgendes festhalten: Erstens handelt es sich bei Finanzmärkten offensichtlich um ein System mit vielen Freiheitsgraden (den Händlern), das komplexes kooperatives Verhalten (siehe die beispielhaft genannten Phänomene aus der Kursstatistik) zeigt. Solche Systeme sind klassischerweise Gegenstand der statistischen Physik: ausgehend von mikroskopischen Wechselwirkungen zwischen häufig idealisierten Systemkonstituenten (Kugeln, Spins etc.) versucht man beobachtbare, makroskopische Größen wie die Temperatur oder die Magnetisierung abzuleiten. Leider ist die

grundlegende Hamilton-Funktion, welche die Wechselwirkung unter den Händlern beschreiben könnte, nicht bekannt. Wie sich diese Schwierigkeit umgehen lässt, darüber wird später noch zu berichten sein.

Zweitens verfügt die Physik über Methoden, die die Ansätze der Stochastik und der empirischen Statistik ergänzen können. Auch hier ist vor allem die statistische Physik gefragt. Je nach Herkunft der Physiker kommen auch Methoden der Quantenphysik wie etwa Pfadintegrale zum Einsatz. Dabei handelt sich allerdings um die Ausnutzung formaler Analogien zwischen statistischer und Quantenphysik. Finanzmärkte werden damit noch kein Quantenphänomen. Zwar ist von Ilinski eine „Quantum electrodynamics of finance“ vorgeschlagen worden, die sogar zu einer Erwähnung in „Spektrum der Wissenschaft“ führte [6]. Sie vergleicht das Erscheinen und Verschwinden von Arbitragemöglichkeiten mit Vakuumfluktuationen und virtuellen Photonen. Solche Analogien erscheinen mir jedoch an den Haaren herbeigezogen und bedeuten unnützen Ballast, der das zu beschreibende Phänomen, nämlich das kollektive Verhalten von Händlern auf Finanzmärkten, nicht erhellt.

Die Daten: Verteilungen und Korrelationen

Wie schon erwähnt, spielt die ordentliche Beschreibung der Daten eine entscheidende Rolle. Wie wichtig dieser Aspekt ist, zeigt neben der schon erwähnten Verteilung von Börsenkursen und deren zeitlicher Autokorrelation die Analyse der Korrelationskoeffizienten zwischen verschiedenen Wertpapieren. Die Kenntnis dieser Korrelation ist wichtig, will man ein so genanntes optimales Portfolio aus diversen Titeln zusammenstellen. Wenn man sein Geld anlegt, erscheint es sinnvoll, mehrere Pferde ins Rennen zu schicken. Da sich die Aktienkurse in verschiedenen Industriesektoren häufig gegenläufig verhalten, zum Beispiel in der Halbleiter- und der Energiebranche, kann man sich möglicherweise vor Verlusten aus der Infineon-Aktie durch Halten von RWE-Anteilen schützen. Man minimiert damit das Risiko. Das allgemeine Problem der Portfoliooptimierung besteht darin, Anteile an Wertpapieren so zu wählen, dass für ein gegebenes Risiko die Rendite maximiert oder für eine angezielte Rendite das Risiko minimiert wird. Für die erste Möglichkeit entscheidet sich ein Investor, der kein Risiko oberhalb von z. B. 10 % akzeptiert. Die zweite Option gilt für einen Anleger, der eine Zielrendite von sagen wir 5 % oberhalb des risikofreien Zinssatzes (beispielsweise von Bundesschatzbriefen) anvisiert.

Genauer betrachtet ist die Rendite eines Portfolios R_p aus N Wertpapieren gleich der Summe der Renditen der Wertpapiere, $R_p = \sum_{i=1}^N p_i R_i$, wobei p_i den Anteil des jeweils in Wertpapier i investierten Kapitals angibt. Das Risiko des Portfolios bemisst sich nach der Varianz $\sigma_p^2 = \sum_{i,j=1}^N p_i C_{ij} p_j$, wobei C_{ij} die Kovarianz angibt, ein Maß für die Korrelation der Kurse von i und j . Die klassische Portfolio-Theorie geht nun davon aus, dass es eine Menge optimaler Werte für Risiko und Rendite R_p , σ_p^2 gibt, die alle auf der „Effizienzgrenze“ (in einer von Risiko und Rendite aufgespannten Ebene) liegen. Für jedes Risiko existiert dann eine eindeutige Wahl von Wertpapieren, die die erwartete Rendite maximiert.

Die Physikergruppe Gallucio et al. [7] stellen dagegen ein Modell vor, das für ein gegebenes Risiko eine große Zahl von optimaler Portfolios voraussagt, deren relative Zusammensetzung unterschiedlich sein kann.

Dazu nutzen sie eine Analogie zwischen dem Problem der Portfoliooptimierung und der Berechnung der metastabilen Zustände eines Spinglases (bei Temperatur null) aus. Zunächst berücksichtigen sie, dass die Korrelationen zwischen den einzelnen Aktienkursen, die in die Kovarianzmatrix C_{ij} eingehen, mit Unsicherheit belegt sind und damit Zufallsvariablen sein können. Sie setzen dann die Anteile in einer Aktie i in Beziehung zur Einstellung eines Spins ± 1 an einem Ort i eines Spinglases. Die Kovarianzmatrix C_{ij} wird mit der Matrix der zufälligen Spinwechselwirkungen J_{ij} verknüpft. Dem minimalen Risiko entspricht dann die minimale Energie des Spinglases. Die Gleichung, welche den optimalen Anteil in jedem Wertpapier angibt, hat dann ein Analogon in der Theorie der Spingläser. Dort beschreibt sie die lokal stabile Einstellung eines Spins, z. B. +1, an der Position i . Man weiß, dass es bezogen auf die Gesamtzahl aller Spins (bzw. aller Wertpapiere) exponentiell viele Lösungen gibt. Entsprechend gibt es ebenso viele optimale Aktienportfolios.

Anhand des analogen physikalischen Systems kann man versuchen, den Grund für die hohe Zahl an Lösungen zu verstehen. Aufgrund der Spinwechselwirkungen J_{ij} , die sowohl positiv als auch negativ sein können, sind einige Spins bzgl. ihrer Nachbarn frustriert, da es keine optimale Einstellung gibt, um ihre Energie zu minimieren. Das kann man sich z. B. für ein Dreieck klar machen, an dessen Ecken Spins sitzen, die entlang der Kanten antiferromagnetisch wechselwirken. Fängt man an einer Ecke an und versucht, sukzessive die Spins so auszurichten, dass die Energie minimiert wird, stellt man beim dritten Spin fest, dass dieser frustriert wird: bzgl. eines Nachbarspins ist die Energie minimal, bzgl. des anderen aber nicht. Allein für diese lokale Konfiguration findet man (ohne äußeres magnetisches Feld) bereits sechs verschiedene Einstellungen gleicher Energie. Obschon die Einbettung dieser lokalen Konfiguration in ein makroskopisches System nicht-trivial ist, kann man zumindest erahnen, dass die Zahl lokaler Energieminima sehr groß ist.

Glossar

Rendite: relativer Gewinn/Verlust bezogen auf das eingesetzte Kapital bzgl. eines Zeithorizonts

Portfolio: (engl.) entspricht franz. „Portefeuille“: eine Menge von Anlagen, Wertpapieren.

Volatilität: „Schwankung“, die Standardabweichung, i. A. bezogen auf die logarithmischen Preisänderungen $u_i = \ln(S_i/S_{i-1})$ der Preise S_i zum Zeitpunkt i , geteilt durch $\sqrt{\tau}$, wobei τ das Zeitintervall in Jahren angibt. Volatilitäten werden i. A. „annualisiert“, d. h. auf das Jahr bezogen angegeben.

Risiko: ökonomisch für Unsicherheit der zukünftigen Wertentwicklung, z. B. von Wertpapieren. Wird i. A. mit Hilfe der Volatilität quantifiziert. Lässt sich mit Hilfe der Kovarianzmatrix auf Portfolios erweitern.

Arbitrage: ist eine sich selbst finanzierende Handelsstrategie, die ausgehend von einem Wert null zu einem späteren Zeitpunkt einen positiven Wert erwirtschaftet. Sei z. B. der Terminkurs US-Dollar zu Euro F für T Monate, S der aktuelle Kurs und r der risikolose

Zins (z. B. Geldmarktkonto) bezogen auf T Monate. Dann gibt es eine Arbitragemöglichkeit, wenn $F < S(1+rT)$: man kauft US-Dollar auf Termin, geht eine Short-Position in US-Dollar ein (d. h. man leiht die Dollar für eine hier vernachlässigte Gebühr), verkauft die US-Dollar zum aktuellen Kurs S und legt die Euro zu r an. Am Ende der Laufzeit T stellt man die Short-Position glatt (man gibt die geliehenen US-Dollar zurück), indem man den Terminkauf erfüllt (zu F). Aus der Anlage der Euro bezieht man $S(1+rT)$, womit ein Profit von $S(1+rT) - F > 0$ bleibt. **Arbitragefrei:** heißen Märkte, in denen es keine Arbitragemöglichkeiten gibt. Arbitragefreiheit ist der Grundbegriff des ökonomischen Gleichgewichts in der klassischen Finanztheorie. Im Beispiel des Termingeschäfts (siehe Arbitrage) folgt z. B., dass weil $F > S(1+rT)$ ebenfalls eine Arbitragemöglichkeit eröffnet (Übung!), der arbitragefreie Terminkurs $F = S(1+rT)$ lautet.

Von der Mikro- zur Makrowelt: von Händlern zu Preisen

Neben einer kritischen Beschreibung der Daten fragt die statistische Physik, die sich Finanzmärkten zuwendet, nach den mikroskopischen Wechselwirkungen, die zwischen den Konstituenten, hier den Händlern, existieren. Die Unmöglichkeit, eine Hamilton-Funktion anzugeben, wird dabei umgangen z. B. mit Hilfe von rein mikroskopischen Agentenmodellen – Agenten sind hier nichts anderes als Objekte, die sich nach Regeln verhalten, und werden hier mit den Händlern identifiziert – oder effektiven Populationsmodellen, die auf einer Einteilung der Händler etwa nach „Fundamentalisten“ oder Chart-Technikern beruhen. Hier wollen wir einige Modelle kurz vorstellen.

Agentenmodelle: Minderheitenspiele

Ein prominenter Vertreter von agentenbasierten Modellen bildet das Minderheitenspiel (*minority game*) [8]. In der einfachsten Variante haben eine Zahl von Agenten die Wahl zwischen zwei Möglichkeiten, die wir im Hinblick auf die ökonomische Interpretation mit „Kaufen“ und „Verkaufen“ (auf einem Markt, an dem nur ein einziges Wertpapier gehandelt wird) identifizieren. Die Agenten, die die Minderheit wählen, werden belohnt. Gibt es z. B. mehr Käufer als Verkäufer, dann ist die Nettonachfrage (engl. „excess demand“) positiv, sodass der Preis ansteigt. Davon profitieren die Verkäufer, die in der Minderheit sind, da sie einen höheren Verkaufspreis erzielen, während es sich bei den Käufern, also der Mehrheit, umgekehrt verhält. Zur Einfachheit kürzt man die Spielausgänge „Käufer gewinnen“ bzw. „Verkäufer gewinnen“ mit 0 und 1 ab.

Alle Agenten entscheiden sich nicht zufällig, sondern gehen induktiv vor. Zu Beginn erhalten sie allerdings zufällig zugelost einen Satz von Strategien, die einen bestimmten Spielausgang für eine gegebene Information vorhersagen. Eine Strategie besteht aus zwei Teilen, nämlich erstens der Eingangsinformation und zweitens der vorgeschlagenen Wahl für die nächste Runde. Können sich die Spieler an Ergebnisse aus $M=3$ Spielrunden erinnern, ist die Eingangsinformation eine Folge von 3 Bits, die angeben, welche Wahl in den letzten drei Spielrunden zum Sieg führte, z. B. 101.

Eine Strategie besteht nun darin, für jede mögliche Eingangsinformation (i. A. der Länge M) eine konkrete Wahl für die nächste Spielrunde vorzuschlagen, z. B. (bei $M=3$) die Wahl 1 für die Eingangsinformation 101 usw. Die Strategie umfasst dann eine Menge von $2^3=8$ Folgen wie z.B. 1|101 für „wähle 1 für 101“, usw. Die Spieler weisen den verschiedenen Strategien, die sie besitzen, nach ihrem Erfolg in der Vergangenheit Punkte zu, egal ob sie sie benutzt haben oder nicht. Zu einem bestimmten Zeitpunkt wählen sie immer die Strategie mit der höchsten Punktzahl. Wichtig für die Dynamik des Spiels ist die Größe der Eingangsinformation. Wenn für alle Spieler die Historie der M letzten Runden die Strategie bestimmt (d. h. ihre Gedächtnis M Spielrunden lang zurückreicht), dann gibt es genau $P=2^M$ Möglichkeiten, wie die Historie ausgesehen haben kann. Die Zahl der Strategien, die darauf basieren, beträgt 2^{2^M} und wächst gewaltig mit der Gedächtnislänge an. Nehmen nun N Spieler an dem Spiel teil, dann bestimmt der Parameter $q=P/N$ das kooperative Verhalten im Spiel, das man mittels der quadratischen Größendifferenz zwischen Mehrheits- und Minderheitsfraktion messen kann. Ist diese Größe klein, lie-

gen Mehrheits- und Minderheitsfraktion nahe beieinander, und die Spieler verhalten sich kooperativ, d. h. so, dass der Spielausgang für möglichst viele Spieler optimal ist. In unserem konkreten Fall ist dann die Fraktion der Gewinner möglichst groß (allerdings kleiner als 50 %).

Unterhalb eines kritischen Wertes für q verhalten sich die Agenten ineffizient. Viele Spieler wählen aus dem zahlenmäßig kleinen Raum der Strategien die gleichen aus, und Herdeneffekte entstehen. Spieler sind nicht in der Lage, Information aus der Historie zu gewinnen, was ökonomisch gesprochen bedeutet, dass Arbitragemöglichkeiten verschwinden. Oberhalb des kritischen Wertes dagegen befinden sich die Agenten in einer kooperativen Phase (der Begriff ist hier durchaus physikalisch zu verstehen). Es ist möglich, aus der Spielhistorie Informationen zu gewinnen. Außerdem gibt es einen Anteil von Agenten, die stets die gleiche Strategie spielen, was zur Folge hat, dass Herdeneffekte unterdrückt werden.

Die ökonomische Aussagekraft des Minderheitenspiels liegt vor allem darin, das zeitliche Clustern der Volatilität wie oben beschrieben zu reproduzieren. Strategien auf der Basis einer bestimmten Folge erfolgreicher Kauf- und Verkaufsentscheidungen zu formulieren, mag für die Modellierung für kurzfristiges auf Mustererkennung basiertes Handeln an Finanzmärkten sinnvoll sein. Es lässt allerdings auf realen Märkten vorkommende Verhaltensmerkmale außer Acht, die sich an ökonomischen Fundamentaldaten – wie liegt der Aktienkurs zum ökonomisch „richtigen“ Preis – oder an Preistrends ausrichten.

Populationen: Fundamentalisten vs. Chart-Techniker

Eine andere Modellklasse versucht das Verhalten der Agenten dadurch zu erfassen, dass sie ihr Handeln nach zumeist zwei gängigen Mustern einteilt. So werden zwei Populationen von Händlern angenommen, die ihr Handeln beide nach dem Preisverlauf in der Vergangenheit richten. Die Klasse der „Fundamentalisten“ richtet sich nach den so genannten Fundamentaldaten, die hinter einem Wertpapier, etwa einer Aktie, stehen und die einem Fundamentalpreis entsprechen, auf den der aktuelle Börsenkurs immer zurücksteuert. Fällt der aktuelle Preis unter den (angenommenen) Fundamentalpreis, dann kaufen diese Händler, steigt er darüber, verkaufen sie. Im Gegensatz dazu setzen die Chart-Techniker auf den Trend, an dem sie durch Ein- und Aussteigen verdienen wollen. Beide Gruppen verhalten sich gegenläufig: einmal treiben die „Chartists“ den Markt, bis der Fundamentalpreis überschritten wird. Dann werfen die „Fundamentalisten“ ihre Papiere auf den Markt und treiben den Preis zurück. Diverse Modelle implementieren dieses Verhalten, wobei z. B. bei Lux und Marchesi [9] zusätzlich ein Wechsel zwischen den Populationen erlaubt wird. In einem Modell von Bouchaud und Cont [10] wird eine effektive stochastische Differentialgleichung für den Preis abgeleitet, die Gedächtnisterme enthält, welche die unterschiedlichen Populationen berücksichtigt. Dabei geht zusätzlich risikogetriebenes Verhalten ein: risikoaverse Investoren werden bei hoher Volatilität ihre Nachfrage nach einem Wertpapier heruntersetzen. Andererseits wird die Nachfrage bei einem Aufwärtstrend zunehmen. Im weiteren Sinne spielt hier eine Abwägung von Risiko zu Rendite eine Rolle, wie sie auch bei der Portfoliooptimierung zugrunde gelegt wird.

Die Preisdynamik

Die Hypothese effizienter Märkte

Sei es mittels konkurrierender, sich allmählich anpassender Agenten oder sei es auf der Basis von Dynamiken für verschiedene Händlerpopulationen, am Ende der Rechnung findet sich eine zeitliche Entwicklung für einen Marktpreis, der den Beobachtungen tatsächlich entspricht. Die genannten Modelle unterscheiden sich dabei deutlich von einer Renditedynamik als Brownsche Bewegung, wie sie aus der Hypothese effizienter Märkte folgt. Die Annahme vollständiger Information und rein rationalen Handelns findet also ihre Grenzen. Vielmehr markiert Herdenverhalten zu gewissen Zeiten den Markt, was sich z.B. aus dem Modell des Minderheitenspiels ableiten lässt. Aus dem effektiven Modell von Bouchaud und Cont [10] ergeben sich sogar durch Risikoaversion induzierte Crashes, die man als aktivierte Prozesse beschreiben kann. Dabei kann die mittlere Zeit τ bis zu einem Crash exponentiell lang sein, ein Ergebnis, das sich aus der berühmten Arrhenius-Kramers-Formel für den Übergang eines Teilchens bei Temperatur T über eine Potentialschwelle ΔV ergibt, $\tau \sim \tau_0 \exp(\Delta V / (k_B T))$, wobei τ_0 eine elementare Zeitskala und k_B die Boltzmann-Konstante ist. Das Verhältnis von Potentialschwelle zur thermischen Energie bei Temperatur T entspricht im Modell von Bouchaud und Cont dem Verhältnis einer anomalen Preisbewegung während der Korrelationszeit, wie sie durch die Markttiefe bestimmt ist, und einer „normalen“ Preisbewegung aufgrund des Hintergrundrauschens, das den Markt durch alle Phasen begleitet. „Markttiefe“ bedeutet hierbei, dass der Markt bzw. der Preis unterschiedlich schnell auf Änderungen der Nettonachfrage reagiert, ein Phänomen, das mit der erwähnten Korrelationszeitskala beschrieben wird. Dabei sind die „normalen“ Fluktuationen und Preisschocks Eigenschaften ein und desselben dynamischen Prozesses. Es ist demnach falsch, die Statistik normaler Schwankungen auf die extremen Ende der Verteilung hin zu extrapolieren.

Anwendungen: Risikomanagement und Optionsbewertung

An dieser Stelle sollen die Anwendungen von Marktmodellen in der Finanzindustrie nicht vergessen werden, nicht zuletzt auch, weil viele Physiker mit Statistikkenntnissen hier seit Mitte der 90er-Jahre ein Auskommen gefunden haben. Auf die Kursvorhersage, für die die Analyse von Autokorrelationen beispielsweise von Nutzen sein kann, soll hier nicht eingegangen werden. Bei der Risikomessung, sei es im Handel selbst (Risikomanagement im engeren Sinne) oder im Risikocontrolling, das das Globalrisiko der Bank im Auge hat, Kapital nach Rendite-Risiko-Gesichtspunkten zuweisen (Gesamtbanksteuerung) und das unabhängig vom Handel eine Bewertung der Portfolios durchführen muss, spielen gerade die statistischen Aussagen eine große Rolle. Eine Vielzahl von „Unfällen“ (hier sei auf die Wirtschaftspresse verwiesen) hat Mitte der 90er-Jahre die Aufsichtsbehörden und deren internationale Gremien auf den Plan gerufen. Sie begannen, den Banken statistik-basierte Verfahren zur Erfassung des Marktrisikos vorzuschreiben. „Basel II“ dehnt diese Maßnahmen zur Risikoerfassung auf das Kreditrisiko, ein in der Finanzphysik kaum behandeltes Thema, aus.

Die Implementierung von Erkenntnissen zu Volatilitätsautokorrelationen ist wohl überwiegend im Han-

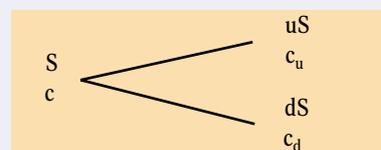
del zu erwarten, wo die zeitliche Auflösung im Sekunden bis Minutenbereich liegt. Die richtige Erfassung von fetten Verteilungsschwänzen und Korrelationsdaten dagegen würde auch im nachgeordneten Risikocontrolling zu Buche schlagen.

Neben dem richtigen Umgang mit Marktdaten spielt in der Anwendung auch die korrekte Bewertung von Finanzinstrumenten eine Rolle, deren Wert sich auf das Risiko eines „Underlying“ (eines „dahinterliegenden“ Wertpapiers) bezieht, z. B. Aktienoptionen [11, 12]. Als einfaches Beispiel sei ein sogenannter europäischer Call (Kaufoption) auf ein Aktie (z. B. Siemens) genannt, die das Recht verleiht, die zugrunde liegende Aktie zu einem garantierten Basispreis (engl. strike) zu einem festen Verfalltag zu kaufen. Bei Fälligkeit lässt sich der Wert einer solchen Option einfach bestimmen: ist der aktuelle Siemens-Kurs bei 45 Euro, der Basispreis bei 40 Euro, dann wird der Käufer der Option diese „ausüben“. Denn er kann die Aktie über die Option billiger zu 40 Euro erwerben, um sie anschließend zu 45 Euro am Markt zu verkaufen. Sein Profit (der so genannte „payoff“) beträgt 5 Euro. Eine Bank wird nun eine ganze Serie verschiedener Optionen mit verschiedenen Basispreisen emittieren. Für sie stellt sich nun die Frage: Wie teuer soll die einzelne Option, die z. B. in sechs Monaten fällig wird, heute (!) sein? Dieses und ähnliche Derivate werden derzeit immer noch mit einfachen gaußschen Prozessen für die zeitliche Entwicklung der Preiszuwächse modelliert, wenn auch mit empirisch angepassten Varianzen, die vom Verhältnis der aktuellen Kurse zum Basispreis abhängen.

Eine darüber hinausgehende Methode der Preisberechnung besteht darin, die Varianz des Renditeprozesses zusätzlich stochastisch zu modellieren. Neben dieser Methode, die sich in der Praxis mit dem Namen stochastische Volatilität verbindet, haben Finanzphysiker Optionspreistheorien für kompliziertere Preisdynamiken als Brownsche Bewegung (Gaußverteilung) eingeführt. Andrew Matacz hat z. B. eine solche Methode für abgeschnittene Levy-Flüge (siehe oben) angegeben [13]. Leider haben Optionspreistheorien, die über die Normalverteilung der Renditen (Lognormalverteilung der Preise) und damit über die klassische Theorie von Black und Scholes hinausgehen, einen wichtigen Ha-

Arbitragefreie Optionsbewertung in einem Ein-Perioden-Modell

Man betrachtet ein Modell mit einem einzigen Zeitschritt T , in dem der heutige Preis einer Aktie S bekannt ist und der Preis zum Zeitpunkt T entweder uS oder dS ist, wobei u und d Zahlen



sind und die Buchstaben für „up“ bzw. „down“ gewählt sind. Zum Zeitpunkt T soll die Option fällig und ihr Payoff soll je nach Aktienkurs als c_u oder c_d bekannt sein. Zur Bestimmung des heutigen Optionspreises c wählt man ein Portfolio aus Δ Anteilen der Aktie und der Position aus dem Verkauf einer Option, dessen Wert heute $\Pi = \Delta S - c$ beträgt. Der Parameter Δ wird so gewählt, dass das Portfolio zur Zeit T

den gleichen Wert im up- bzw. down-Zustand besitzt, also $\Pi_T = \Delta uS - c_u = \Delta dS - c_d$. Daraus lässt sich Δ bestimmen. Da das Portfolio per Konstruktion risikolos ist, weil es für beide Zustände den gleichen Wert hat, ist der Wert heute gegeben durch $\Pi = \exp(-rT)\Pi_T$ (bei exponentiellem risikolosem Zins r). Nun kann man nach dem Optionspreis c auflösen und erhält

$$c = \exp(-rT)(qc_u + (1-q)c_d) \quad (1)$$

mit $q = (\exp(rT) - d) / (u - d)$. Die Schreibweise mit q legt eine Wahrscheinlichkeitsinterpretation dieses Parameters nahe. Das entsprechende Maß heißt „risikoneutral“, denn berechnet man den Erwartungswert von S_T , dem Aktienkurs zur Zeit T , so lautet er

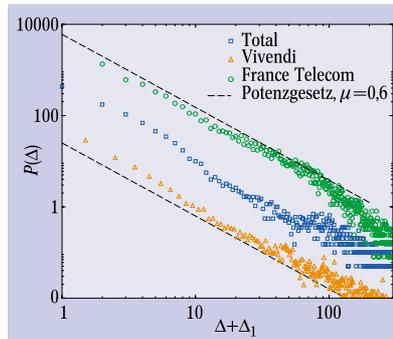
$$\langle S_T \rangle = \exp(rT)S \quad (2)$$

d. h. der Aktienkurs wächst mit dem risikoneutralen Zins. [12]

ken. Sie erlauben keine eindeutige Ermittlung des so genannten risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaßes. Die Bewertung einer einfachen Kaufoption auf Siemens-Aktien basiert nämlich nicht, was einigen Physikern in der Community der „Ökonophysiker“ immer noch nicht klar ist, auf einer reinen historischen Schätzung zukünftiger Marktschwankungen, sondern auf einem Optimierungsalgorithmus im Sinne einer Arbitrageüberlegung. Das Standardbeispiel aus dem Lehrbuch ist im Infokasten „Arbitragefreie Optionsbewertung in einem Ein-Perioden-Modell“ beschrieben.

Allgemein gesprochen besteht die Arbitrageüberlegung darin, eine (sich selbst-finanzierende) Strategie zu finden, wie ein Ersatzportfolio aus dem „Underlying“ (hier eine Siemens-Aktie) und einem Geldmarktkonto so zu steuern ist, dass der Anspruch aus der Op-

Abb. 2: Die Zahl der aktuellen Order als Funktion des Abstands vom aktuellen Kurs fällt nach einem Potenzgesetz ab. Δ_1 ist 1 für France Telecom, 0,5 für Vivendi, 0 für Total. Die Daten sind jeweils zur besseren Übersichtlichkeit vertikal verschoben. Die Geraden entsprechen einem Exponenten von $\mu=0,6$. (aus [16] mit freundlicher Genehmigung des Autors)



tion in jedem Fall befriedigt (oder „repliziert“) werden kann. Eine alternative, aber äquivalente Beschreibung (siehe Kasten) dieses Vorgehens ist die Kombination von Anteilen in der Aktie und der Option mit der Maßgabe, dass ein risikoloses Portfolio entsteht. Im klassischen Modell von Black und Scholes gibt es genau eine solche Strategie, die schließlich in die berühmte geschlossene Formel für den heute „fairen“ Optionpreis mündet.

In vielen realistischen Modellen für die Renditeverteilungen dagegen gibt es viele solcher Strategien. Welche soll man auswählen? Ein Ausweg aus diesem Dilemma ergibt sich, wenn man das Kriterium der Selbstfinanzierung, das in der Black-Scholes-Welt vorausgesetzt wird und ein Anpassen des Ersatzportfolios ohne zusätzliche Kosten vorsieht, durch das der Risikominimierung ersetzt (siehe hierzu [1]). Das bedeutet, eventuell notwendige Nachschüsse, d. h. zusätzliches Geld, das zur Finanzierung der Strategie zur Nachbildung der Option benötigt wird, auf ein Minimum zu begrenzen.

Es gibt verschiedene Optionspreistheorien, die auf die Selbstfinanzierung verzichten. Neben den Ansätzen von Bouchaud und Sornette [1] ist die Überlegung von Ilinski zu nennen, wonach die Black-Scholes-Theorie gewissermaßen eine Gleichgewichtstheorie bildet, von der es dynamische Abweichungen gibt [6]. Während man Arbitragemöglichkeiten nämlich im klassischen Modell ausschließt, werden sie dort über eine gewisse Zeit hinweg zugelassen. Auf der Basis einer Analogie zur Optionspreistheorie mit stochastischen Zinsen von R. C. Merton ist Ilinskis Idee in [14] zu einer Optionspreistheorie ausgebaut worden, die den Vorteil eines eindeutigen risikoneutralen Maßes hat. Allerdings sind die Annahmen des Modells (insbesondere zur Korrelation von Arbitrageprozess und Preisprozess) noch zu einfach, um empirisch beobachtete Volatilitätskurven (als Funktion von Kurs durch Basispreis), die von Op-

tionspreisen über die Black-Scholes-Formel zurückgerechnet werden, zu reproduzieren.

Neueste Trends: Statistik des Limit-Order-Buchs

Wohin geht die Finanzphysik? Ein wichtiger Trend, den Sergei Maslov initiiert hat [15], ist die Modellierung des Marktes an der Schnittstelle zwischen der makroskopischen Variable, dem Preis eines Wertpapiers, und dem Verhalten der Händler: dem so genannten Limit-Order-Buch. Viele Börsen wickeln ihren Handel elektronisch ab. Systematisch gesehen, platzieren Investoren ihre Gebote als so genannte Limit-Order. Eine Kauforder könnte z. B. lauten „kaufe 1000 Siemens bis 40 Euro“. Auf der Verkaufseite wäre eine Order z. B. „verkaufe/biete 800 Siemens für mindestens 41 Euro“. Gäbe es nur diese zwei Einträge, käme kein Handel auf. Läge dagegen ein weiteres Gebot „verkaufe 500 für mindestens 39,85“ vor, käme es automatisch zur Ausführung. Natürlich gibt es immer so genannte „marketable orders“, die zwischen der aktuellen Geld-Brief-Spanne liegen und damit sofort zur Ausführung kommen, sofern die Volumina vorhanden sind. Sie lassen sich aber theoretisch wie Limit-Order behandeln.

Die Summe aller Kauf und Verkaufgebote machen das Order-Buch aus. Für einige Märkte wie die Nasdaq gibt es so genannte Electronic Communications Networks (wie z. B. Island, siehe www.island.com), welche die Order-Bücher veröffentlichen. Die Echtzeitdynamik des Order-Buchs lässt sich übrigens eindrucksvoll verfolgen unter www.3dstockcharts.com. Natürlich sind nur echte Limit-Order hier vermerkt.

Was beobachtet man? Die Größenverteilungen der tatsächlichen Transaktionen („marketable orders“) sowie der Limit-Order fallen potenzartig mit dem Volumen mit jeweils unterschiedlichen Exponenten ab, die wiederum noch nach Märkten variieren können. Allerdings stehen systematische Untersuchungen noch aus. Denn für die Nasdaq gibt es unterschiedliche elektronische Plattformen, während die Pariser Börse, für die das Order-Buch ebenfalls untersucht wurde, nur eine Plattform kennt. Bouchaud et al. haben hier u. a. festgestellt, dass die Verteilung der aktuell einlaufenden Order

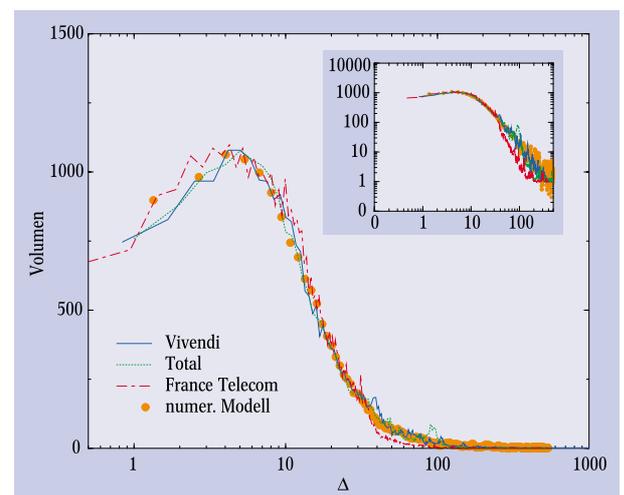


Abb. 3: „Durchschnittliches Order-Buch“ (Volumen) als Funktion des Abstands Δ vom aktuellen Geld/Brief-Kurs. Die Punkte ergeben sich aus einem numerischen Modell. Beide Achsen sind reskaliert, um die Werte für alle drei Aktien auf eine Kurve zu bringen. Inset: gleiche Daten in log-log-Auftragung. (aus [16] mit freundlicher Genehmigung des Autors)

(unabhängig von ihrem Volumen) als Funktion des Abstands Δ vom jeweiligen Geld- oder Briefkurs („bid“ oder „ask“) ebenfalls nach einem Potenzgesetz abfällt, und zwar wie $P(\Delta) \sim 1/(\Delta_1 + \Delta)^{1+\mu}$ (Abb. 2) [16]. Zu berücksichtigen ist dabei, dass die Order eine endliche Lebensdauer besitzen (sie werden geändert, zurückgezogen oder verfallen). Dass die Verteilung mit dem Abstand vom aktuellen Kurs abfällt, verwundert nicht weiter, da die meisten Marktteilnehmer in der Nähe des aktuellen Preises handeln. Erstaunlich ist jedoch die breite Verteilung, die in dem Exponenten $\mu \sim 0,6$ zum Ausdruck kommt. Viele Marktteilnehmer glauben also auch an große Kurssprünge in der Zukunft und platzieren deshalb ihre Order auch deutlich entfernt vom aktuellen Kurs. Ausgehend von der Statistik der Preisänderungen (siehe oben), die für diese ein Potenzgesetz mit einem Exponenten $\alpha \approx 3$ voraussagt, würde man einen deutlichen höheren Wert für μ , nämlich ungefähr 2, erwarten. Für Bouchaud et al. ist das ein Zeichen für unterschiedliche Zeithorizonte der einzelnen Investoren.

Bemerkenswerter ist allerdings, dass die Größenverteilung hinsichtlich des Volumens (also der Zahl der geordneten Wertpapiere) innerhalb des Orderbuchs als Funktion von Δ ein Maximum bei einem von null verschiedenen endlichen Wert hat (Abb. 3). Diese Form ist universell und scheint nicht von der einzelnen Aktie abzuhängen. Bouchaud et al. haben versucht, dieses Maximum mit Hilfe eines einfachen Modells, das keinem Händler eine besondere Intelligenz zubilligt („zero intelligence“), zu reproduzieren. Darin geht die potenzartig abfallende Verteilung $P(\Delta)$ (siehe oben), eine konstante Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit für den Verfall einer Limit-Order (unabhängig von Volumen und Abstand zum aktuellen Kurs) sowie eine Brownsche Preisdynamik ein (letztere Annahme ist nicht korrekt, wie wir oben gesehen haben, aber mathematisch am einfachsten).

Fazit

Ob Finanzphysik oder „econophysics“, die physikalische Forschung über Finanzmärkte und ökonomische Systeme bietet noch viele Herausforderungen, so z. B. das Kreditrisiko. Allerdings ist hier die Datenlage etwas dünner als bei Marktrisikofaktoren wie Wechselkursen etc. Die mikroskopische Dynamik der Preisbildung bleibt weiterhin eine interessante Fragestellung. Hier hat auch das Minderheitenspiel, das eine große Aktivität von Physikerinnen und Physikern hervorgerufen hat, die inzwischen etwas abebbt, keine abschließenden Antworten geliefert. Die Arbeiten zum Limit-Order-Buch zeigen hier eine neue Richtung auf. Die Existenz kritischer Parameter, die sich in vielen Modellen zeigt, legt Verbindungen zur Theorie der Phasenübergänge nahe. Ob Märkte an einem kritischen Punkt operieren, ist eine offene Frage. In der Zukunft werden auch Arbeiten gefragt sein, die sich mit bestehenden Modellen und Fragestellungen der Finanztheorie auseinandersetzen. Deren Kenntnis zusammen mit physikalischer Expertise eröffnen zukünftigen Absolventen auch interessante Berufsfelder in der Finanzindustrie. Dort wird sich hoffentlich die Tragfähigkeit physikalischer Methoden langfristig erweisen.

Literatur

- [1] J.-P. Bouchaud und M. Potters, *Theory of Financial Risks*, Cambridge University Press, Cambridge (2000)
- [2] R. N. Mantegna und H. E. Stanley, *An Introduction to Econophysics*, Cambridge University Press, Cambridge (2000)
- [3] D. Sornette, *Critical Phenomena in the Natural Sciences*, Springer Verlag, Berlin u. Heidelberg (2000)
- [4] D. Stauffer, *Phys. Bl.*, Mai 1999, S. 49
- [5] W. Breymann et al., *Phys. Bl.*, April 1997, S. 339
- [6] K. Ilinski, *Physics of Finance*, John Wiley & Sons, Chichester (2001)
- [7] S. Galluccio, J.-P. Bouchaud und M. Potters, *Physica A* **259**, 449 (1998)
- [8] D. Challet und Y.-C. Zhang, *Physica A* **246**, 407 (1997), D. Challet und M. Marsili, *Phys. Rev. E* **60**, 6271 (1999)
- [9] T. Lux und M. Marchesi, *Nature* **397**, 498 (1999)
- [10] J.-P. Bouchaud und R. Cont, *Eur. Phys. J. B* **6**, 543 (1998)
- [11] M. W. Baxter und A. J. O. Rennie, *Financial Calculus*, Cambridge University Press, Cambridge (1996)
- [12] J. Hull, *Options, Futures and Other Derivatives*. Prentice-Hall International (1997)
- [13] A. Matacz, *Financial Modelling and Option Theory with Truncated Levy Process*, Working Paper, School of Mathematics and Statistics, University of Sydney, Report 97-28 (1997)
- [14] M. Otto, *Eur. Phys. J. B* **14**, 383 (2000)
- [15] S. Maslov, *Physica A* **278**, 571 (2000), S. Maslov und M. Millis, *Physica* **299**, 234 (2001)
- [16] J.-P. Bouchaud, M. Mezard und M. Potters, *Quant. Finance* **2**, 251 (2002)

Der Autor

Matthias Otto hat in Mainz und Marseille Physik studiert, 1996 am MPI für Polymerforschung bei T. A. Vilgis promoviert und dabei verhakete Polymerknäuel mit topologischen Invarianten und Random Walks modelliert. Danach arbeitete er als Consultant der Financial and Commodity Risk Consulting von Arthur Andersen (jetzt d-fine) sowie als Risiko-Controller bei der DZ-Bank. Seit Okt. 1998 ist er Post-doc in der Gruppe von A. Zippelius in Göttingen mit einer einjährigen Unterbrechung (2000/2001) zu einem Aufenthalt am CEA-Saclay bei Paris, wo eine Zusammenarbeit mit J.-P. Bouchaud entstand. Neben der Finanzphysik arbeitet er vor allem über die Statik und Dynamik von granularen Materialien sowie über topologische Einschränkungen bei Polymeren.

