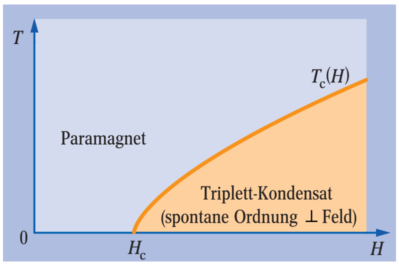
Bose-Einstein-Kondensation von Magnonen

Isolatoren mit einem paramagnetischen Dimer-Grundzustand zeigen in einem starken Magnetfeld einen Phasenübergang zu einem magnetisch geordneten Zustand – hier „kondensieren“ magnetische Triplett-Anregungen.

Bose-Einstein-Kondensation bezeichnet das Auftreten eines makroskopischen Quantenzustandes in einem Bosonen-System bei tiefsten Temperaturen, gekennzeichnet durch langreichweitige Ordnung und Phasenkohärenz der quantenmechanischen Wellenfunktion. Das klassische Beispiel für ein Bose-Einstein-Kondensat ist superflüssiges ^{4}He; allerdings ist die Wechselwirkung



Phasendiagramm für einen dreidimensionalen Quanten-Paramagneten im äußeren Magnetfeld. In dem schraffierten Bereich führt die Kondensation von Magnonen zu langreichweitiger Ordnung *senkrecht* zum Feld.

zwischen den Helium-Atomen sehr stark, sodass Vergleiche mit quantitativen theoretischen Vorhersagen schwierig sind. Anders ist dies in ultrakalten atomaren Gasen, in denen im Jahr 1995 erstmals Bose-Einstein-Kondensation nachgewiesen wurde [Nobelpreis 2001 für Cornell, Wiemann und Ketterle].

Seit längerem wird auch über Bose-Einstein-Kondensation in Festkörpern diskutiert – hierbei könnten bosonische *Quasiteilchen*, die Anregungen des elektronischen Grundzustandes beschreiben, kondensieren. Ein Beispiel ist die Kondensation von Exzitonen, d. h. gebundenen Teilchen-Loch-Paaren in Halbleitern, allerdings ist hier noch kein zweifelsfreier Nachweis gelungen.

Kürzlich haben nun C. Rüegg und Mitarbeiter am Paul-Scherrer-Institut in Villigen, Schweiz, eine wichtige Vorhersage zur Bose-Einstein-Kondensation *magnetischer* Anregungen in einem Festkörper experimentell bestätigt [1]. Dabei haben sie das Material $TlCuCl_3$ benutzt, das zu den hochinteressanten Quanten-Paramagneten zählt: Die klassische magnetische Ordnung von Spins ist hier auch bei tiefsten Temperaturen durch Quanteneffekte vollständig unterdrückt. Die Kupfer-Ionen in $TlCuCl_3$ tragen Spin 1/2; aufgrund der speziellen Gitterstruktur bilden diese Spins jeweils stark gebundene Paare (Dimere) mit einem quantenmechanischen Singulett-Zustand, $|s\rangle = (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$. Die elementaren magnetischen Anregungen entsprechen dem Aufbrechen jeweils eines Singuletts – diese Spin-1-Anregungen werden Tripletts oder Magnonen genannt. Für ein Spin-Paar lauten die Triplett-Zustände $|t_1\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle$, $|t_0\rangle = (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$, $|t_{-1}\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle$. Zum Erzeugen einer Triplett-Anregung ist eine minimale Energie nötig, d. h. das Anregungsspektrum besitzt eine Energielücke Δ, die in $TlCuCl_3$ 0,7 meV beträgt.

Aufgrund der Energielücke ist der Grundzustand eines solchen Quanten-Paramagneten unempfindlich auf kleine Magnetfelder. Allerdings beeinflusst das Feld H die Energien der Spin-1-Anregungen: Sie spalten in drei Zweige gemäß ihrer Spinprojektion in Feldrichtung (im Folgenden parallel zur z-Achse) auf. Bei einem gewissen Feld H_c, das proportional zu Δ ist, verschwindet die niedrigste der drei Einteilchen-Anregungsenergien. Dies bedeutet bei $T = 0$ eine Instabilität des Systems und damit einen Phasenübergang, da für $H \geq H_c$ unendlich viele der Triplett-Anregungen $|t_1\rangle$ erzeugt werden können. Diese *Kondensation* von Tripletts am Temperaturnullpunkt ist ein Beispiel für einen Quantenphasenübergang [2]. Der für $H > H_c$ entstehende Zustand lässt sich für ein Spin-Paar schreiben als $(|s\rangle + ae^{i\phi}|t_1\rangle)$, wobei a und ϕ für alle Paare gleich sind; für das Gesamtsystem bedeutet dies eine makroskopische und phasenkohärente Besetzung des $|t_1\rangle$-Zustandes. Amplitude a und Phase ϕ des Kondensats lassen sich anhand der Erwartungswerte der beiden Spins eines Paars leicht interpretieren: $\langle S_{x1}\rangle = -\langle S_{x2}\rangle \propto a\cos\phi$, $\langle S_{y1}\rangle = -\langle S_{y2}\rangle \propto a\sin\phi$, $\langle S_{z1}\rangle = \langle S_{z2}\rangle \propto a^2$. Obwohl die kondensierten „Teilchen“ $|t_1\rangle$ einen Spin parallel zum Feld ($\uparrow\uparrow$) tragen, ist für kleine Amplituden die Magnetisierung also *senkrecht* zum Feld ausgerichtet (!), wobei ϕ die Richtung festlegt. *Phasenkohärenz* des Kondensats ist hier also gleichbedeutend mit langreichweitiger *transversaler* magnetischer Ordnung. Diese Ordnung verschwindet bei Erhöhen der Temperatur an einem Phasenübergang bei $T_c(H)$ (Abb.).

Während es auf theoretischer Seite keinen Zweifel daran gibt, dass der beschriebene geordnete Zustand als Triplett-Kondensat verstanden werden kann, wird intensiv diskutiert, ob die Eigenschaften nahe H_c tatsächlich mit denen eines verdünnten Bose-Gases nahe des Bose-Einstein-Kondensationsübergangs identisch sind. In dieser Analogie sind die Tripletts $|t_1\rangle$ die relevanten Bosonen, das äußere Magnetfeld spielt die Rolle des chemischen Potentials, und die bosonische Teilchenzahl ist die Gesamtmagnetisierung in Feldrichtung und damit eine Erhaltungsgröße. Diese Teilchenzahl variiert zwar für festes Feld als Funktion der Temperatur, ist jedoch stetig bei T_c [2]. Die kondensierte Phase bricht die Rotationssymmetrie um die z-Achse im Spinraum – diese Symmetriebrechung entspricht der Wahl der quantenmechanischen Phase ϕ des Kondensats. Die gebrochene Symmetrie führt zu einer so genannten Goldstone-Mode, einer kollektiven Anregung, deren Energie für große Wellenlängen verschwindet. Eine vollständige Analogie zwischen der Magnon-Kondensation und konventioneller Bose-Einstein-Kondensation erfordert, dass sowohl die höherliegenden Triplett-Zweige als auch die starke Triplett-Wechselwirkung das kritische Verhalten nicht beeinflussen; dies wird durch theoretische Überlegungen nahegelegt [2], ist jedoch nicht abschließend geklärt.

Ein direkter experimenteller Nachweis der beschriebenen Theorie stand bisher aus. Experimente an $TlCuCl_3$ fanden vor einigen Jahren erste Hinweise für die Kondensation von Magnonen in Messungen der Gesamtmagnetisierung [3]. Ein weiterer Schritt ist nun Rüegg und Mitarbeitern mittels Neutronenstreuung [1] gelungen: In der kondensierten Phase, d. h. bei tiefen Temperaturen und $H > H_c$, wurde eine magnetische Anregung mit linearer Energiedispersion identifiziert – dies ist die aufgrund der gebrochenen Symmetrie erwartete magnetische Goldstone-Mode. Die höherliegenden Triplett-Zweige konnten ebenfall nachgewiesen werden und stimmen gut überein mit theoretischen Vorhersagen [4]. Allerdings können diese Experimente nicht als Nachweis für das Bose-Einstein-Kondensations-Szenarium angesehen werden, da die Existenz der Goldstone-Mode allein aus Symmetriegründen folgt. Die Analyse in [3] zeigt eine Diskre-

Prof. Dr. Matthias Vojta und Dr. Achim Rosch, Institut für Theorie der kondensierten Materie, Universität Karlsruhe

panz zwischen Theorie und Experiment bezüglich des Verlaufs der Phasengrenze $T_c(H)$; diese könnte darin begründet liegen, dass das Experiment das asymptotische Regime in der Nähe des quantenkritischen Punktes bei H_c nicht erreicht hat. Ein detaillierter Vergleich des kritischen Verhaltens mit den Vorhersagen für ein verdünntes Gas schwach wechselwirkender Bosonen steht also noch aus.

Die Arbeiten in [1] und [3] zeigen, dass die Kondensation magnetischer Anregungen beobachtet und im Detail untersucht werden kann. Anders als in bisherigen Realisierungen von Bose-Einstein-Kondensaten lässt sich der Ordnungsparameter als transversale Magnetisierung direkt messen – eine interessante Perspektive für zukünftige Experimente und Theorien.

Matthias Vojta und Achim Rosch

[1 *C. Rüegg* et al., Nature **423**, 62 (2003)

[2] *S. Sachdev*, Quantum Phase Transitions, Cambridge University Press (1999)

[3] *T. Nikuni* et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 5868 (2000)

[4] *M. Matsumoto* et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 077203 (2002)

Eine geometrische Phase im Raum der Lichtmoden

Michael Berry, der „Erfinder" der quantenmechanischen geometrischen Phase [1], beschrieb seinen Forschungsbereich 1988 als „staubige Ecke der Quantentheorie, die durch die Besen unseres Verstehens allmählich aufgerührt wird." Eine Gruppe um Enrique Galvez an der Colgate-Universität in Hamilton (USA) wirbelt jetzt neuen Staub auf. In einem eleganten Experiment wurde die Phase vermessen, die durch Transformationen im Raum der Lichtmoden zustande kommt [2].

Wenn ein periodisches System sich entlang eines geschlossenen Pfades im Parameter- oder Zustandsraum entwickelt, kann es eine Phase gewinnen, die von der Geometrie des Pfades abhängt (Abb. 1). Mittels geometrischer Phasen lassen sich so verschiedenartige Probleme wie etwa das Foucault-Pendel, der Aharonov-Bohm-Effekt oder die lokale Krümmung der Raumzeit beschreiben. So schwingt das Foucault-Pendel entlang eines geschlossenen Pfades im Gravitationsfeld der Erde. Kehrt das Pendel in seine Anfangsposition zurück, hat sich seine Schwingungsebene um einen gewissen Winkel gedreht oder, in anderen Worten, die Phase der Schwingungsebene geändert.

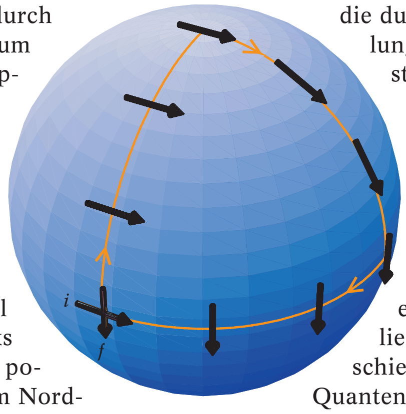


Abb. 1:
Geometrische Phasen kann man auch durch Spaziergänge auf dem Globus erleben: Verschiebt man einen Pfeil vom Äquator zum Nordpol, dann im rechten Winkel wieder zum Äquator und zurück zur Anfangsposition, ohne ihn dabei zu verdrehen, so hat sich die „Phase" der Pfeilrichtung um 90 Grad geändert.

Während sich dieses mechanische System durch den Koordinatenraum bewegt, kann ein optisches System auch einen Pfad im Polarisationsraum durchlaufen. Dieser Raum wird anschaulich als Oberfläche der sog. Poincaré-Kugel dargestellt, mit links und rechts zirkular polarisiertem Licht am Nord- und Südpol und linearer Polarisation entlang dem Äquator (Abb. 2). Eine Bewegung in dem Polarisationsraum lässt sich durch Transformationen zwischen zirkularer und linearer Polarisation realisieren. Damit einher geht, wie bereits 1956 von dem indischen Forscher Pancharatnam entdeckt, eine geometrische Phase, die proportional zu dem Raumwinkel des geschlossenen Pfades auf der Poincaré-Kugel ist.

Nun kann Licht nicht nur zirkulare Polarisation (Spin) besitzen, sondern auch Bahndrehimpuls, der die Verdrehung der Phasenfronten der Lichtmoden beschreibt, wie in Galvez' Experiment. Dort entsteht eine geometrische Phase durch Transformation zwischen Laguerre-Gauß- (LG) und Hermite-Gauß-Moden (HG)[1)] eines Lichtstrahls.

Während der Spin nur zwei Eigenzustände annehmen kann, ($s = \pm\hbar$ für rechts- und linkszirkular polarisiertes Licht), wird der Bahndrehimpuls in einem unendlich-dimensionalen Hilbert-Raum beschrieben, sodass sich im Prinzip ein Informationsgehalt von N bit auf einem einzelnen Photon kodieren lässt. Licht mit einer azimutalen Winkelabhängigkeit von $e^{il\varphi}$ – also etwa die Laguerre-Gauss-Mode LG_p^l – trägt einen Drehimpuls von $l\hbar$ und lässt sich mittels eines geeigneten Hologramms aus einer Gaußschen Lasermode erzeugen.

Die Quanteninformationsverarbeitung mittels Licht mit Bahndrehimpuls setzt die Erzeugung von verschränkten Drehimpulszuständen [3, 4] sowie die Detektion des Bahndrehimpulses einzelner Photonen [5] voraus. Die Funktionsweise eines Quantencomputers beruht darauf, dass die Entwicklung eines Untersystems von dem Zustand eines anderen abhängt, etwa indem die Phase eines Untersystems durch ein anderes kontrolliert wird. Bislang hat man hierbei meist an die dynamische Phase gedacht, die durch die Entwicklung in der Zeit zustande kommt. J. Jones et al. [6] wiesen jedoch darauf hin, dass sich die geometrische Phase genauso gut eignet und entwickelten ein erstes kontrolliertes Phasenverschiebungsgatter für Quantencomputer, die auf magnetischer Kernresonanz beruhen. Das Konzept lässt sich auch auf andere Quantensysteme, wie etwa verschränkte Lichtmoden, ausweiten. Die Vermessung der geometrischen Phase von Licht mit Bahndrehimpuls ist daher ein weiterer Schritt in Richtung N-bit-Quantenrechner.

In ihrem Experiment beschränkt sich die Arbeitsgruppe um Enrique Galvez jedoch zunächst auf Lichtmoden erster Ordnung und damit auf einzelne bits. In diesem Fall besteht nämlich zwischen Bahndrehimpuls und Spin eine starke Analogie, weil die Lichtmoden erster Ordnung ebenfalls nur zwei „Einstellmöglichkeiten" (LG_0^{+1} und LG_0^{-1}) besitzen, die sich auf der

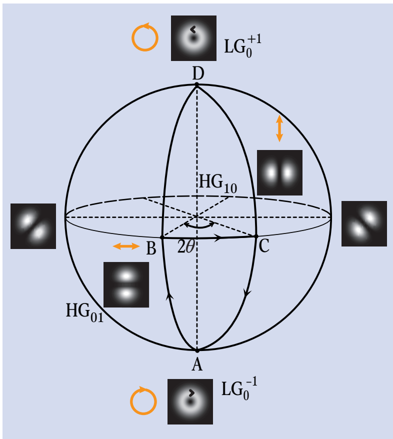


Abb. 2:
Der Modenraum des Lichts kann, genau wie der Polarisationsraum (in orange), auf der Poincaré-Kugel veranschaulicht werden. Ein Lichtstrahl, der sich entlang eines geschlossenen Pfades auf der Kugeloberfläche bewegt, gewinnt eine geometrische Phase, die proportional zum eingeschlossenen Raumwinkel ist.

1) HG- (oft auch TEM-Moden genannt) und LG-Moden sind Lösungen der paraxialen Wellengleichung in kartesischen bzw. zylindrischen Koordinaten.