

TOPOLOGIE

Topologische Materie – ultrakalt

Ultrakalte Atome liefern neue Einblicke in topologische Quantenmaterie.

Monika Aidelsburger und Christof Weitenberg

Geschlossene Flächen wie die Oberfläche einer Kugel lassen sich anhand ihrer Topologie klassifizieren, die durch die Anzahl der Löcher des geometrischen Objekts bestimmt ist. Sehr ähnliche Konzepte spielen auch in der Festkörperphysik eine wichtige Rolle. Dort klassifizieren topologische Invarianten Materiezustände nach ihren topologischen Eigenschaften. Topologische Materiezustände zeigen außergewöhnliche Phänomene wie die präzise Quantisierung des Hall-Widerstandes. Diese Eigenschaften lassen sich im Labor auf kontrollierte Art und Weise in Modellsystemen studieren.

Topologie ist ein Konzept aus der Mathematik, das in den letzten Jahrzehnten auch in der Physik an Bedeutung gewonnen hat. Das gilt neben der traditionellen Festkörperphysik zunehmend auch für synthetische Quantenmaterie wie photonische Wellenleiter oder ultrakalte Atome in optischen Gittern [1, 2]. Ein zentrales Beispiel sind topologische Isolatoren, die leitende Randkanäle besitzen, in denen der Strom verlustfrei transportiert wird. Diese Eigenschaft entsteht aufgrund der Topologie des Materials, die durch ganzzahlige topologische Invarianten wie die Chern-Zahl beschrieben sind. Ein

topologisch triviales Material hat eine Chern-Zahl $\nu = 0$, ein topologisch nicht-triviales Material $\nu \neq 0$. Die Chern-Zahl bestimmt die Anzahl der leitenden Randkanäle an der Grenzfläche zu einem topologisch trivialen Material oder dem Vakuum. Für viele Anwendungen sind genau diese Randkanäle interessant, weil sie elektrischen Strom nur in eine Richtung leiten und daher gegen Rückstreuung geschützt sind, also einen verschwindenden elektrischen Widerstand haben.

In diesem Artikel wollen wir die Physik der eher abstrakten topologischen Konzepte anhand von Experimenten mit ultrakalten Atomen in optischen Gittern veranschaulichen. Hierbei kommen im ersten Schritt Laserkühlung und Evaporation zum Einsatz, um Atome auf sehr kalte Temperaturen von wenigen Nanokelvin zu bringen. Dies verringert die Bewegungsenergie der Atome so weit, dass sie in periodischen Potentialen gefangen sind, die durch interferierende Laserstrahlen entstehen (**Abb. 1a**). Die Bewegung der Atome in diesem künstlichen Kristall aus Laserlicht lässt sich ähnlich wie die Bewegung von Valenzelektronen in einem Festkörper beschreiben. Somit stellt dieses im Labor erzeugte, wohl kontrollierte System ein stark vereinfachtes Modell von Festkörpern dar (**Abb. 1b, c**).

- ◀ Atome (Kugeln) befinden sich in den Potentialtöpfen eines hexagonalen optischen Gitters, das durch Interferenz von drei Laserstrahlen entsteht.

und erlaubt es, deren grundlegende elektronische Eigenschaften zu untersuchen. Diese Quantensimulation der Physik von Festkörpern bietet neue Einblicke, die in vielerlei Hinsicht komplementär zu den Messgrößen in Festkörpern sind [3]. Dieser Ansatz ist besonders vielversprechend für wechselwirkende topologische Zustände, deren Eigenschaften trotz jahrzehntelanger Forschung immer noch Rätsel aufgeben.

Geometrische Phasen

Die Grundkonzepte topologischer Isolatoren lassen sich über die topologische Bandtheorie verstehen, welche die Eigenschaften von Festkörpern über die Wellenfunktionen der Elektronen im Kristall beschreibt. Ihre erlaubten Energien bilden Bänder und Bandlücken, und die Lage der Fermi-Energie E_F in einem Band oder einer Bandlücke erklärt beispielsweise das Verhalten als Metall oder Isolator. Die topologische Bandtheorie berücksichtigt neben den Energien der Wellenfunktionen auch ihre geometrische Struktur. Diese kann zu interessanten geometrischen und topologischen Phänomenen führen. Ein Beispiel ist die Berry-Phase ϕ , die ein Elektron bei der adiabatischen Bewegung entlang eines geschlossenen Pfades im Quasiimpulsraum zusätzlich zur dynamischen Phase aufammelt. Hierbei handelt es sich um eine geometrische Phase, weil sie nur vom Pfad abhängt, aber nicht von der Geschwindigkeit der Bewegung. Dieses Konzept hat Michael Berry 1984 für die adiabatische Bewegung eines Teilchens eingeführt.

Wie aber leitet sich die Berry-Phase aus den Eigenzuständen ab? Im Kristall sind die Eigenzustände Bloch-Wellen

$$|\psi_k(\mathbf{r})\rangle = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}|u_k(\mathbf{r})\rangle,$$

die durch den Quasiimpuls des Elektrons im Gitter \mathbf{k} bestimmt sind. Ihre geometrische Struktur wird durch die Berry-Krümmung

$$\Omega(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}} \times i \langle u_k | d/d\mathbf{k} | u_k \rangle$$

beschrieben. Diese lokale Größe im \mathbf{k} -Raum ist ein Maß dafür, wie stark sich die Wellenfunktion als Funktion des Quasiimpulses ändert. Die Berry-Phase, die ein Teilchen entlang eines geschlossenen Pfades aufammelt, leitet sich aus dem Integral über die Berry-Krümmung der eingeschlossenen Fläche S ab: $\phi = \int_S \Omega(\mathbf{k}) d^2\mathbf{k}$. Dieser Zusammenhang erinnert an die Beschreibung von Magnetfeldern und deren Vektorpotentialen, und tatsächlich kann man die Berry-Krümmung formal als ein Magnetfeld im Impulsraum betrachten. Die Berry-Phase entlang des geschlossenen Pfades entspricht dabei einem Berry-Fluss durch die eingeschlossene Fläche im \mathbf{k} -Raum.

Die Berry-Phase – ein theoretisches Konzept in der topologischen Bandtheorie – lässt sich direkt mit ultrakalten Atomen mithilfe eines Interferometers im Quasiimpulsraum messen [4]. Hierfür wird ein Wellenpaket, genauer ein Bose-Einstein-Kondensat, mit einem wohldefinierten mittleren Quasiimpuls $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ in einem Energieband präpariert. Durch Anlegen einer Kraft verändert sich der Quasiimpuls zeitlich, und das Wellenpaket bewegt sich im Quasiimpulsraum in Richtung der Kraft (k_y -Achse in **Abb. 2a**). Um ein Interferometer zu realisieren, muss das Wellenpaket aufgespalten und entlang zweier Pfade bewegt werden, die eine Fläche umschließen. Zum Auslesen der Phase am Ende wird das Interferometer geschlossen, damit die zwei Teile des Wellenpakets interferieren können.

In unserem Beispiel dient ein Mikrowellenpuls dazu, zwei interne Zustände des Atoms mit unterschiedlichen magnetischen Momenten kohärent zu überlagern. Die Zustände haben zwar magnetische Momente gleicher Stärke, aber mit unterschiedlichen Vorzeichen. Durch Anlegen eines Magnetfeldgradienten senkrecht zur Kraft (k_x -Achse) bewegen sich die Teile des Wellenpakets abhängig von ihrem internen Zustand in entgegengesetzte Richtungen und öffnen das Interferometer. Nach der Hälfte des Pfades sorgt ein weiterer Mikrowellenpuls dafür, dass die beiden internen Zustände vertauschen, sodass sich die Wellenpakete wieder aufeinander zubewegen. Am Ende interferieren sie dank eines dritten Mikrowellenpulses. Die relative Phase zwischen den beiden Pfaden lässt sich durch Auslesen der Spinpopulationen experimentell bestimmen und ist proportional zum Berry-Fluss, den das Interferometer umschließt.

Diese Experimente erfolgten in einem Graphen-Gitter (**Abb. 2**), also einem Honigwabengitter, wie es auch in Graphen-Monolagen auftritt. Dieses Gitter hat eine spezielle Bandstruktur: Die beiden untersten Bänder berühren sich an zwei Punkten im \mathbf{k} -Raum (K und K'), an denen die Dispersion linear verläuft. Diese Punkte heißen Dirac-Punkte, da die lineare Dispersion an ein relativistisches Teilchen erinnert, für das die Dirac-Gleichung gilt. In der Bandstruktur von Graphen ist die Berry-Krümmung gerade an den Dirac-Punkten lokalisiert, und tatsächlich springt das Signal des Interferometers um π , wenn es einen Dirac-Punkt umschließt (**Abb. 2b**). Mit dieser Methode gelang es erstmals, den Berry-Fluss von π an einem Dirac-Punkt in

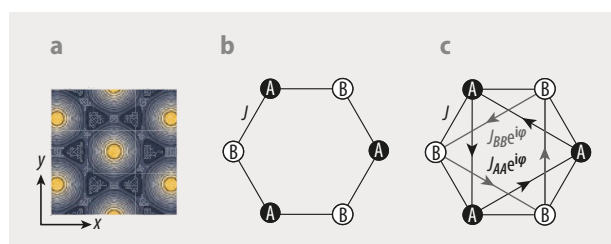


Abb. 1 Durch Interferenz von drei Laserstrahlen entsteht ein Honigwabengitter mit Chern-Zahl $\nu = 0$ (a, b). Die Atome tunneln mit Amplitude J zwischen benachbarten Gitterplätzen bzw. den Subgittern A und B. In Gittern mit topologisch nicht-trivialer Bandstruktur ($\nu = 1$, c) brechen die zusätzlichen komplexen Tunnelkopplungen $J_{AA}e^{i\phi}$ und $J_{BB}e^{i\phi}$ die Zeitumkehrsymmetrie.

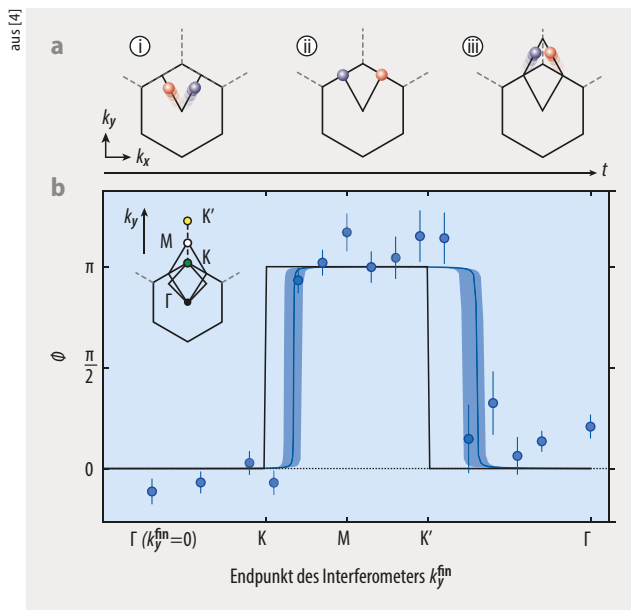


Abb. 2 Die Interferometersequenz im Quasiimpulsraum wird mithilfe zweier interner Zustände (rote und blaue Kugel) realisiert (a). Die Berry-Phase Φ wird für verschiedene Endpunkte des Interferometers gemessen und springt um π , wenn das Interferometer einen Dirac-Punkt K bzw. K' einschließt (b). Aufgrund der endlichen Impulsbreite des Wellenpakets findet der Phasensprung leicht verschoben statt (blaue Linie). Das Inset zeigt die Einheitszelle des Gitters mit den Hochsymmetriepunkten K, K', Γ, M und zwei unterschiedlichen Endpunkten des Interferometers. Die Berry-Krümmung ist an den Dirac-Punkten lokalisiert (grüner und gelber Kreis).

einer Graphen-ähnlichen Bandstruktur experimentell zu vermessen. Der Phasensprung taucht auch in echtem Graphen auf, ist dort aber nur indirekt messbar.

Auch die lokale Berry-Krümmung $\Omega(\mathbf{k})$ lässt sich mit kalten Atomen direkt bestimmen. Dazu vermisst man die Wellenfunktionen selbst, also die Bloch-Eigenzustände des Gitters [5, 6]. Dies sei wieder am Honigwabengitter und seinen untersten beiden Energiebändern gezeigt. Die zugehörigen Eigenzustände sind am einfachsten als Pseudo-Spin 1/2 auf einer Bloch-Kugel mit den Polar- und Azimutwinkeln θ_k und ϕ_k darstellbar (Abb. 3a), welche die Eigenzustände vollständig bestimmen. Die Pole der Bloch-Kugel entsprechen Zuständen, die nur eines der beiden Subgitter (Abb. 1b) besetzen, also $|\mathbf{k}, A\rangle$ und $|\mathbf{k}, B\rangle$.

Die Winkel θ_k und ϕ_k lassen sich durch die Dynamik auf der Bloch-Kugel nach einem Quench des Systems detektieren [5]. Dazu projiziert man den Zustand schlagartig auf die Eigenzustände eines Gitters ohne Tunnelkopplung zwischen den Gitterplätzen. Dies wird durch einen sehr großen Energieunterschied $\Delta_{AB} \gg J$ zwischen den Subgittern realisiert, der das Tunneln zwischen den Subgittern energetisch unterdrückt. Damit sind die Pole der Bloch-Kugel die neuen

Eigenzustände, und der Pseudospin präzediert um den Pol. Nach einer variablen Haltezeit t schaltet man alle Potentiale aus. Anschließend expandieren die Atome und erlauben die Abbildung der ursprünglichen Impulsverteilung auf den Ort. Aufgrund der Interferenz der Atome aus dem Subgitter A und B ergibt sich eine oszillierende Dichte

$$n(\mathbf{k}, t) \propto [1 - \sin\theta_k \cos(t\Delta_{AB}/\hbar + \phi_k)],$$

aus der sich die Winkel θ_k und ϕ_k ablesen lassen (Abb. 3b, c). Aus Ableitungen dieser Winkel im Quasiimpulsraum folgt direkt die Berry-Krümmung (Abb. 3d). In diesem Beispiel wurde sie durch Floquet-Engineering modifiziert (mehr dazu unten) und unterscheidet sich daher von der scharf am K -Punkt lokalisierten Berry-Krümmung in Abb. 2. Sie ist breiter verteilt und um die mit K und Γ bezeichneten Quasiimpulse konzentriert. Ähnliche Methoden lassen sich in Systemen mit Spin-Orbit-Kopplung durch Messung der Spintextur realisieren [7].

Von der Geometrie zur Topologie

Topologische Invarianten sind die entscheidenden Größen, um topologische Phasen zu charakterisieren. Für zweidimensionale nicht-wechselwirkende Systeme ohne zusätzliche Symmetrien beschreiben ganzzahlige Größen wie die Chern-Zahlen die topologischen Eigenschaften. Die Chern-Zahl ν ist definiert als das Integral der Berry-Krümmung über die gesamte Brillouin-Zone (BZ)

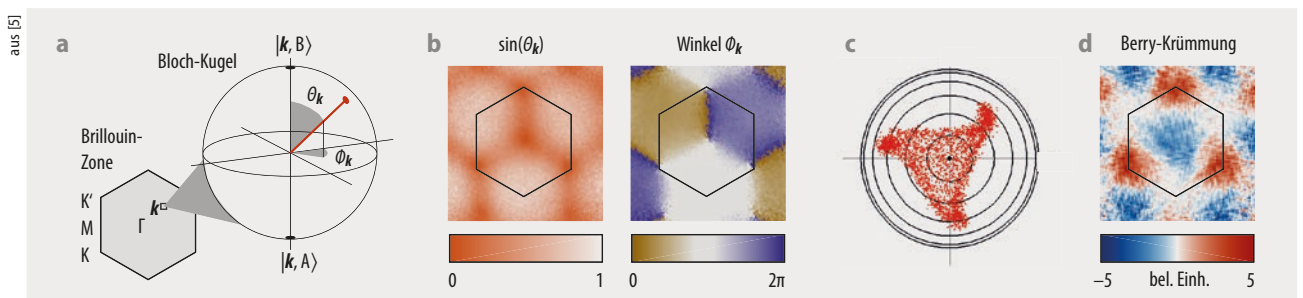


Abb. 3 Der Eigenzustand für jeden Quasiimpuls lässt sich auf einer Bloch-Kugel darstellen und wird durch die beiden Winkel θ_k und ϕ_k vollständig charakterisiert (a). Das Hexagon in der impulsaufgelösten Messung der Quasiimpuls-Eigenzustände markiert die Brillouin-Zone (b). c zeigt die Daten auf der Bloch-Kugel vom Nordpol aus gesehen. Aus den Winkeln in b) leitet sich die Berry-Krümmung ab, deren positive und negative Bereiche sich hier bei der Integration über die Brillouin-Zone wegheben und die Chern-Zahl $\nu_{\text{exp}} = 0,005(6)$ ergeben (d).

Abb. 4 Eine externe Kraft F lenkt die Atomwolke bestehend aus elektrisch neutralen Teilchen transversal ab (a). Diese Hall-Ablenkung lässt sich durch in-situ-Abbildungen auflösen (b). Das differenzielle Bild für den magnetischen Fluss pro Einheitszelle $\pm \Phi$ erlaubt es, die transversale differenzielle Ablenkung zu bestimmen.

Sie ist eine Funktion der Zeit für ein Gitter ohne (blau) und mit (grau) künstlichem Magnetfeld Φ (c). Die experimentell bestimmte Chern-Zahl für das unterste Band bei $\Phi \neq 0$ ist $\nu_{\text{exp}} = 0,99(5)$, also kompatibel mit der erwarteten Ganzzahligkeit. Die Sättigung der Ablenkung folgt aus der Anregung in höhere Bänder mit entgegengesetzter Chern-Zahl während der Messung.

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \int_{\text{BZ}} \Omega(\mathbf{k}) d^2\mathbf{k}$$

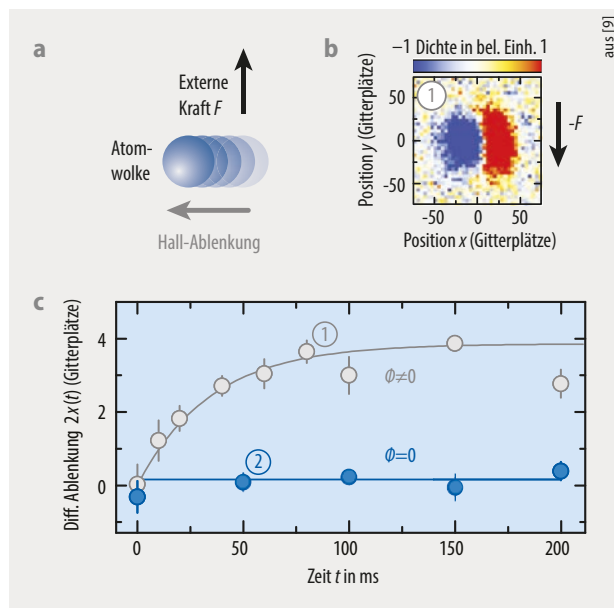
(Abb. 3) und verbindet damit die lokalen geometrischen Eigenschaften der Eigenzustände mit den globalen topologischen Eigenschaften des Festkörpers bzw. der Energiebänder.

Das wohl bekannteste physikalische Phänomen, das auf die Chern-Zahl zurückgeht, ist die Quantisierung des Hall-Widerstands in einem zweidimensionalen Elektronengas, für dessen Entdeckung Klaus von Klitzing den Nobelpreis für Physik erhielt. Der Hall-Effekt bezeichnet das Auftreten einer transversalen Spannung U_y in einem stromdurchflossenen Leiter mit Strom I_x , der sich in einem externen Magnetfeld B_z befindet. Im klassischen Hall-Effekt besteht ein linearer Zusammenhang zwischen dem angelegten Magnetfeld und der beobachteten Hall-Spannung bzw. dem transversalen Hall-Widerstand $\rho_{xy} = U_y/I_x$. Erstaunlicherweise setzt sich dieses Verhalten für zweidimensionale Systeme bei sehr tiefen Temperaturen von wenigen Kelvin und extrem hohen Magnetfeldern von einigen Tesla nicht fort: Der Hall-Widerstand ändert sich hier stufenförmig mit perfekt quantisierten Plateaus bei den materialunabhängigen Werten

$$\rho_{xy} = h/(e^2 \sum_{E_i < E_F} \nu_i).$$

Hierbei sind h das Plancksche Wirkungsquantum, e die Elementarladung und ν_i die Chern-Zahl des i -ten Energiebandes. Diese Quantisierung beim Quanten-Hall-Effekt ist erstaunlich robust und wurde mit einer Genauigkeit von 10^{-10} bestimmt. Die Robustheit hat, wie bald erkannt wurde, einen topologischen Ursprung: Der Hall-Widerstand ist durch die Summe der Chern-Zahlen der besetzten Bänder $\sum_{E_i < E_F} \nu_i$ festgelegt.

Obwohl der Quanten-Hall-Effekt erstmals mit Elektronen beobachtet wurde und durch die Wechselwirkung zwischen elektrischer Ladung und Magnetfeldern auftrat, stellt sich eine Hall-Ablenkung auch mit elektrisch neutralen kalten Atomen ein, solange die Chern-Zahl der besetzten Bänder ungleich Null ist. Dies gelingt beispielsweise durch Anlegen eines künstlichen Magnetfeldes Φ , das die Auswirkung realer Magnetfelder auf elektronische Systeme für elektrisch neutrale Atome nachahmt. Um die Hall-Ablenkung zu messen, legt man eine äußere Kraft F



an, die eine Bewegung der Atome in Richtung der Kraft induziert (Abb. 4).

Da sich die Atome in einem periodischen Gitter befinden, nicht miteinander wechselwirken und es keine Phononen gibt, findet im Mittel keine Bewegung in Richtung der Kraft statt. Die Atome führen stattdessen periodische Bloch-Oszillationen aus. Durch die geometrischen Eigenschaften des Bandes – beschrieben durch die Berry-Krümmung $\Omega(\mathbf{k})$ – erfahren die Atome zusätzlich eine Ablenkung senkrecht zur angelegten Kraft [8, 9]. Sind alle Zustände innerhalb eines Energiebandes besetzt, resultiert eine Schwerpunktsbewegung proportional zur Chern-Zahl ν , die durch Aufsummieren der Beiträge aller Quasiimpulszustände zustande kommt [9]. Da es sich beim ganzzahligen Quanten-Hall-Effekt um ein Einteilchenphänomen handelt, spielt es keine Rolle, welcher Mechanismus die Quasiimpulszustände auffüllt. Eine homogene Besetzung ist nicht nur mit Fermionen mit einer Fermi-Energie innerhalb der Bandlücke möglich, sondern auch mit Bosonen bei geeigneter endlicher Temperatur.

Neben dem Hall-Widerstand gibt es weitere Messgrößen, die aufgrund der Topologie quantisiert sind. So wurde kürzlich ein dissipatives Gegenstück zur quantisierten Hall-Leitfähigkeit – eine quantisierte differenzielle Heizrate in höhere Bänder durch zirkuläres Schütteln des Gitters – experimentell mit kalten Atomen vermessen [10].

Wie aber kommen nicht-triviale topologische Phasen überhaupt zustande? Für den Fall der hier diskutierten topologischen Phasen liefern die Symmetrie-Eigenschaften der Berry-Krümmung $\Omega(\mathbf{k})$ einen Hinweis: Wenn die Zeitumkehrsymmetrie erhalten ist, gilt $\Omega(\mathbf{k}) = -\Omega(-\mathbf{k})$, und die Chern-Zahl als Integral über die Berry-Krümmung ist Null, weil sich die Beiträge von positivem und negativem \mathbf{k} wegheben. Für eine nicht verschwindende Chern-Zahl muss also die Zeitumkehrsymmetrie gebrochen sein. Das kann beispielsweise in elektronischen Systemen durch das Anlegen eines Magnetfeldes geschehen: Das Magnetfeld bringt die Elektronen auf Landau-Orbits mit einem vorgegebenen

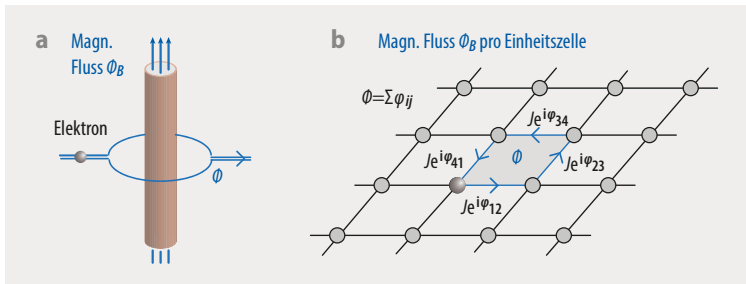


Abb. 5 Im Aharonov-Bohm-Effekt sammeln die zwei Pfade eine relative Phase auf, die proportional zum eingeschlossenen magnetischen Fluss Φ_B ist (a). Im Gitter wird diese Phase durch komplexe Tunnellelemente mit Peierls-Phasen beschrieben, deren Summe $\Phi = \varphi_{12} + \varphi_{23} + \varphi_{34} + \varphi_{41}$ der Aharonov-Bohm-Phase um einen geschlossenen Pfad entspricht (b). Die Kreise markieren die Gitterplätze, die durch Tunnellelemente der Stärke J verknüpft sind.

Drehsinn. Die Zeitumkehrsymmetrie kann aber auch ohne ein äußeres Magnetfeld gebrochen sein.

Die Kunst der künstlichen Eichfelder

Für kalte Atome in optischen Gittern lässt sich die Zeitumkehrsymmetrie durch die Realisierung künstlicher Eichfelder brechen [1, 2]. Die Idee wollen wir anhand des Aharonov-Bohm-Effekts erläutern (**Abb. 5a**): Wird ein Elektronenstrahl aufgespalten und nach einer bestimmten Weglänge auf einem Schirm wieder überlagert, ergibt sich ein Interferenzmuster mit einer Phasenverschiebung

$$\Phi = \frac{e}{\hbar} \int_S B \cdot dS = \frac{e}{\hbar} \Phi_B,$$

die proportional zum eingeschlossenen magnetischen Fluss Φ_B ist. Ein räumlich begrenzter magnetischer Fluss lässt sich beispielsweise durch eine unendlich lange Spule zwischen den beiden Interferometerarmen erzeugen. Entscheidend ist hier die Phase Φ , die ein Teilchen entlang eines geschlossenen Pfades um den magnetischen Fluss aufammelt, da dieser proportional zum magnetischen Fluss ist. Um einen ähnlichen Effekt mit elektrisch neutralen Atomen zu erhalten, reicht es aus, die Phase Φ zu erzeugen. Aus diesem Grund setzt man die Konstanten $e = \hbar = 1$ und verwendet die Phase Φ und den magnetischen Fluss Φ_B als Synonym. Auf einem Gitter sind die möglichen Orte diskretisiert, und die Phasen – sogenannte Peierls-Phasen – tauchen in Form komplexer Tunnelkopplungen auf (**Abb. 5b**).

Unabhängig von der elektrischen Ladung des Teilchens können Peierls-Phasen direkt im Experiment mit unterschiedlichen Methoden erzeugt werden [1, 2]. Weit verbreitet ist hierbei das Floquet-Engineering. Darunter ist ein System zu verstehen, dessen Parameter mit hoher Frequenz moduliert werden [11 – 13]. Die stroboskopische Dynamik, d. h. nach Vielfachen der Modulationsperiode, lässt sich formal durch ein effektives, statisches Modell beschreiben, das völlig neue Eigenschaften wie künstliche Eichfelder aufweist. Da auf diese Art beliebige Peierls-Phasen entstehen können, sind auch viel höhere Magnetfelder möglich als in Experimenten mit echten Festkörpern. Darüber hinaus

können in Floquet-Systemen neuartige topologische Phasen ohne statisches Äquivalent auftreten, beispielsweise anomale Floquet-topologische Isolatoren, die chirale Randkanäle trotz verschwindender Chern-Zahl $\nu = 0$ aufweisen [14].

Verschiedene Modulationstechniken können künstliche Eichfelder hervorrufen. Im Fall des Honigwabengitters (**Abb. 2, 3**) genügt ein zirkulares Schütteln des Gitters, welches die Zeitumkehrsymmetrie bricht [8, 10]. Dies lässt sich durch Modulation der Phasen der interferierenden Laserstrahlen realisieren. Das Floquet-System entspricht dem Haldane-Modell mit nicht-trivialen Chern-Zahlen $\nu = \pm 1$. Im Fall eines quadratischen Gitters (**Abb. 4**) ist eine andere Art von periodischer Modulation erforderlich [15, 16], um komplexe Tunnelkopplungen und damit einen homogenen magnetischen Fluss Φ pro Einheitszelle zu realisieren. Dieses sogenannte Hofstadter-Modell kann je nach magnetischem Fluss unterschiedliche Chern-Zahlen aufweisen. Bei beiden Modellen handelt es sich um zentrale topologische Gittermodelle, die auch in anderen synthetischen Systemen realisiert wurden, unter anderem mit Floquet-Engineering [1].

Auf den Rand kommt es an

Eine wichtige Eigenschaft topologischer Bänder sind die chiralen Randkanäle, die sich an der Grenze zu einer anderen topologischen Phase bilden und deren Transport gegen Rückstreuung geschützt ist. Zu deren Messung ist ein wohldefinierter Rand des Systems nötig, der in den harmonisch gefangenen Wolken von ultrakalten Atomen meist nicht existiert. Eine Möglichkeit, dieses Problem zu umgehen, besteht darin, eine künstliche Dimension zu verwenden, in der die Gitterplätze entlang einer Richtung nicht durch räumlich getrennte Gitterplätze gegeben sind, sondern durch interne Zustände, beispielsweise atomare Zeeman-Zustände mit magnetischer Quantenzahl m [17, 18]. Wenn man diese internen Zustände mit Laserstrahlen in einem Zwei-Photonen-Raman-Übergang koppelt, resultiert ein effektives Modell mit kohärentem Tunneln zwischen den Plätzen der künstlichen Dimension, die Peierls-Phasen tragen können und damit zusammen mit einer räumlichen Gitterdimension ein zweidimensionales Hofstadter-Modell ergeben. Da es nur eine kleine Zahl von m Zuständen gibt, beispielsweise drei Zustände $m = -1, 0, 1$ (**Abb. 6a**), weist die künstliche Dimension automatisch einen scharf definierten Rand auf.

In einem semiklassischen Bild führen die Teilchen in einem senkrechten Magnetfeld Zyklotron-Orbits aus: Das Magnetfeld zwingt sie auf geschlossene Kreisbahnen. Am Rand des Gitters werden die Teilchen reflektiert und bewegen sich entlang von Skipping-Orbits nur in eine Richtung. Aus dieser gerichteten, d. h. chiralen, Bewegung resultieren die Randkanäle. In Experimenten mit ultrakalten Atomen ließen sich solche Skipping-Orbits direkt beobachten (**Abb. 6b**). Dazu war es notwendig, die Atome als Wellenpaket an einem Rand der künstlichen Dimension zu präparieren. Anschließend initialisierte das Anschalten der Raman-Kopplung die Dynamik des Systems. Die Bewegung entlang der künstlichen Dimension lässt sich dabei

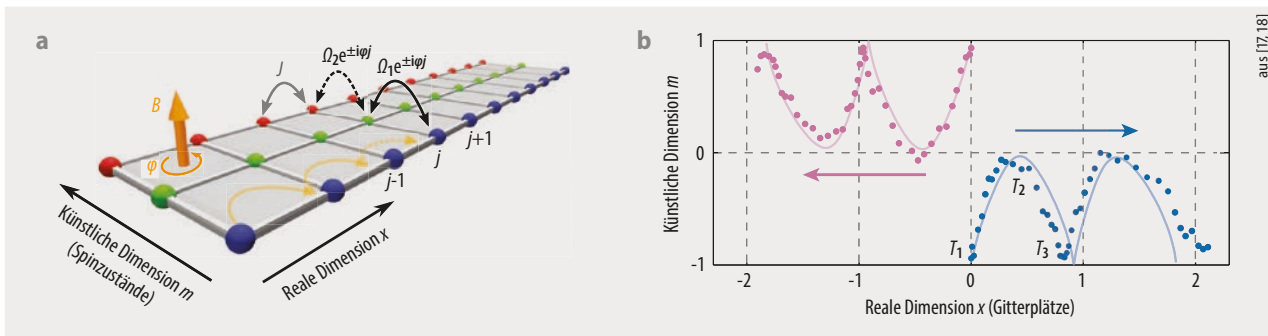


Abb. 6 In diesem Gitter mit magnetischem Fluss bilden interne Zustände eine künstliche Dimension (a). $\Omega_{1,2}$ bezeichnet die Stärke der Raman-Kopplung analog zum Tunnelement J entlang der realen Dimension. In den Experimenten werden drei m Zustände miteinander gekoppelt, sodass sich ein streifenförmiges System ergibt. In diesem System lässt sich direkt beobachten, wie sich die Atome in Skipping-Orbits entlang des Rands in eine Richtung bewegen (b). Die Pfeile geben die Richtung der Bewegung für die unterschiedlich initialisierten Wellenpakete an.

leicht durch eine Zustands-selektive Abbildung, z. B. mithilfe eines Magnetfeldgradienten wie im Stern-Gerlach-Experiment, orts aufgelöst nachweisen.

Die Kombination realer Gitter mit künstlichen Dimensionen erlaubt zudem Experimente in exotischen physikalischen Situationen, beispielsweise höhere Dimensionen, Möbius-Streifen oder mit periodischen Randbedingungen, die andernfalls nur schwer realisierbar sind.

Zusammenspiel mit Wechselwirkungen

Ultrakalte Atome in optischen Gittern ermöglichen es, die Physik von topologischen Bändern zu untersuchen und zentrale Konzepte wie Berry-Phase, Berry-Krümmung oder Skipping-Orbits direkt sichtbar zu machen. Die hier beschriebenen Experimente untersuchen Einteilchenphänomene, die auf den topologischen Eigenschaften der Bandstrukturen beruhen. Ultrakalte Atome erlauben es darüber hinaus, die Wechselwirkungen zwischen den Atomen gut zu kontrollieren. Eine zentrale Herausforderung sind Heizeffekte, die durch das Floquet-Treiben zur Erzeugung topologischer Gittermodelle entstehen. Die Kombination aus Wechselwirkungskontrolle und mikroskopischem Zugang verspricht jedoch, exotische topologische Vielteilchenphasen wie fraktionale Quanten-Hall-Zustände oder fraktionale Chern-Isolatoren [19] experimentell realisieren und mit komplementären Observablen untersuchen zu können. Besonders spannend sind exotische Anregungen, die anyonisch sein können, sich also anders als Bosonen oder Fermionen verhalten und als Bausteine für die Implementierung topologischer Quantencomputer dienen könnten.

Literatur

[1] M. Aidelsburger, S. Nascimbène und N. Goldman, C. R. Physique **19**, 394 (2018)
 [2] N. R. Cooper, J. Dalibard und B. Spielman, Rev. Mod. Phys. **91**, 015005 (2019)
 [3] C. Gross und I. Bloch, Science **357**, 995 (2017)
 [4] L. Duca et al., Science **347**, 288 (2015)
 [5] N. Fläschner et al., Science **352**, 1091 (2016)
 [6] T. Li et al., Science **352**, 1094 (2016)

[7] Z. Wu et al., Science **354**, 83 (2016)
 [8] G. Jotzu et al., Nature **515**, 237 (2014)
 [9] M. Aidelsburger et al., Nat. Phys. **11**, 162 (2015)
 [10] L. Asteria et al., Nat. Phys. **15**, 449 (2019)
 [11] M. Bukov, L. D'Alessio und A. Polkovnikov, Adv. Phys. **64**, 139 (2015)
 [12] A. Eckardt, Rev. Mod. Phys. **89**, 011004 (2017)
 [13] J. Struck et al., Science **333**, 996 (2011)
 [14] K. Wintersperger et al., Nat. Phys. **15**, 1058 (2020)
 [15] M. Aidelsburger et al., Phys. Rev. Lett. **111**, 185301 (2013)
 [16] H. Miyake et al., Phys. Rev. Lett. **111**, 185302 (2013)
 [17] M. Mancini et al., Science **349**, 1510 (2015)
 [18] B. K. Stuhl et al., Science **349**, 1514 (2015)
 [19] S. Rachel, Rep. Prog. Phys. **81**, 116501 (2018)

Die Autoren

Monika Aidelsburger (FV Quantenoptik und Photonik) promovierte 2015 an der LMU München. Nach einem Postdoc-Aufenthalt am Collège de France in Paris kehrte sie als Gruppenleiterin an die LMU zurück, wo sie seit 2019 als Professorin für künstliche Quantenmaterie forschet. Ihre Arbeitsgruppe beschäftigt



sich mit Quantensimulationen ultrakalter Atome auf dem Gebiet der Topologie, Gitter-Eichtheorien und Vielteilchenlokalisierung.

Christof Weitenberg (FV Atomphysik, FV Quantenoptik und Photonik) studierte Physik und Komposition in Saarbrücken und promovierte 2011 an der LMU München. Nach einem Postdoc-Aufenthalt an der ENS in Paris ging er 2013 als Gruppenleiter an der Universität Hamburg. Sein Arbeitsgebiet ist die Quantensimulation mit ultrakalten Atomen, insbesondere von topologischer und stark-korrelierter Materie.



Prof. Dr. Monika Aidelsburger, LMU München und Munich Center for Quantum Science and Technology, Schellingstr. 4, 80799 München und **Dr. Christof Weitenberg**, Institut für Laserphysik, Universität Hamburg und The Hamburg Centre for Ultrafast Imaging, Luruper Chaussee 149, 22761 Hamburg