

METROLOGIE

„Für alle Zeiten ... und Culturen“

Dem internationalen System der Einheiten SI steht eine Neudefinition bevor.

Jörn Stenger und Joachim H. Ullrich

Auf der Basis von Beschlüssen der Generalkonferenz für Maß und Gewicht ist zu erwarten, dass 2018 das internationale Einheitensystem, das SI, einer fundamentalen Änderung unterzogen wird. Hierfür werden die Zahlenwerte von sieben „Definierenden Konstanten“ exakt festgelegt. Für die drei SI-Basiseinheiten Sekunde, Meter und Candela bedeutet dies keine grundsätzliche Veränderung, wohl aber für Kilogramm, Ampere, Kelvin und Mol und somit auch für alle von diesen Basiseinheiten abgeleiteten Einheiten.

Dem gegenüber dürfte es nicht ohne Interesse sein zu bemerken, dass mit Zuhilfenahme der beiden ... Constanten a und b die Möglichkeit gegeben ist, Einheiten für Länge, Masse, Zeit und Temperatur aufzustellen, welche, unabhängig von speziellen Körpern und Substanzen, ihre Bedeutung für alle Zeiten und für alle, auch ausserirdische und aussermenschliche Culturen notwendig behalten und welche daher als ‚natürliche Maasseinheiten‘ bezeichnet werden können“ [1]. Diese visionäre „Bemerkung“ von Max Planck stellt die höchste Stufe der Abstraktion dar, auf welche man ein konsistentes Einheitensystem gründen kann. Als Kurator der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (PTR), die 1887 als erstes Metrologie-Institut weltweit gegründet wurde und Vorläuferin der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) ist, aber auch als Wissenschaftler war ihm die Bedeutung der Einheiten für Wirtschaft, Gesellschaft und Wissenschaft präsent und geläufig. Fundamentale Konstanten, die auf unserem derzeitigen theoretischen Verständnis der Natur basieren und deren Werte sich für alle Zeiten und im gesamten uns bekannten Universum nach heutigem experimentellen Wissen nicht oder allenfalls für praktische Belange nur unmerkbar wenig ändern, sollen idealerweise die Grundlage bilden. Bei den „Planck-Einheiten“, wie sie heute auch genannt werden, waren dies die Planck-Konstante h (b in obigem Zitat), die Boltzmann-Konstante k_B ($a = h/k_B$), die Lichtgeschwindigkeit c sowie die Gravitationskonstante G .

Diesem Prinzip wollen nun die 56 Mitglieds- und 39 assoziierten Staaten der Meterkonvention folgen, um das weltweit gültige und harmonisierte internationale Einheitensystem, das SI, grundlegend zu verbessern. Der formale Beschluss zur Neudefinition wird für die



Diese Einkristallkugel aus angereicherterem ^{28}Si der internationalen Avogadro-Kollaboration erlaubt es, einen Zusammenhang zwischen einer makrosko-

pischen Masse und der Planck-Konstante h herzustellen. Über die Festlegung des Zahlenwerts von h ist somit eine Neudefinition des Kilogramms möglich.

25. Sitzung der Generalkonferenz für Maß und Gewicht (CGPM) 2018 erwartet, mehr als hundert Jahre nach Plancks Vision!

Grundlagen und Motivation

Richtiges, verlässliches und vergleichbares Messen ist eine fundamentale Grundlage des Handels, der industriellen Produktion, der Wissenschaft, der Architektur und von vielem mehr. Messen heißt stets vergleichen, wie der erste PTR-Präsident Hermann von Helmholtz erörtert hat [2]. Bei jedem Messvorgang wird das Ergebnis als Teil oder Vielfaches einer bekannten Referenz ausgedrückt. Diese muss auf Einheiten zurückzuführen sein, damit der Wert einer gemessenen Größe

KOMPAKT

- Das internationale Einheitensystem, das SI, steht vor einer grundlegenden Revision.
- Im neuen SI werden die Zahlenwerte von sieben „Definierenden Konstanten“ exakt festgelegt, wodurch dann alle SI-Einheiten definiert sind.
- Beim Übergang vom derzeitigen zum „Neuen SI“ sollen möglichst keine Sprünge auftreten.

Dr. Jörn Stenger, Prof. Dr. Joachim H. Ullrich, Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), Bundesallee 100, 38116 Braunschweig

Abb. 1 Das „Urkilogramm“ besteht aus einer Platin-Iridium-Legierung (90 % Pt, 10 % Ir) und ist zylinderförmig mit einer Höhe und einem Durchmesser von jeweils 39 mm.



als Vielfaches einer Einheit darstellbar ist. Daher müssen Einheiten nicht nur definiert, sondern auch für die Anwendung (Weitergabe) realisiert werden. Einheiten lassen sich auf grundsätzlich verschiedene Arten definieren: mit *Artefakten*, wie dem Urkilogramm, der Einheit für die Masse; über *Materialparameter*, wie den Tripelpunkt von Wasser für die Einheit Kelvin; mit idealisierten *Messvorschriften*, wie beim Ampere, oder über *Naturkonstanten*, wie der Lichtgeschwindigkeit bei der Einheit Meter.

Bei einem Artefakt entspricht die Definition bereits der Realisierung – ein Weg, den schon alle frühen Hochkulturen beschritten haben. Das ist zwar konzeptionell einfach und anschaulich, geht aber mit dem Risiko eines Verlusts, einer Beschädigung oder einer Veränderung einher. Die anderen drei Einheitsdefinitionen sind zunehmend abstrakt beziehungsweise idealisiert. Bei ihnen sind Realisierungen und Definitionen konzeptionell getrennt, sodass grundsätzlich an jedem Ort und zu jeder Zeit unabhängige Realisierungen der Einheiten möglich sind. Zudem lässt sich die Qualität verschiedener Realisierungen überprüfen.

Seit 1960 basiert das SI auf den sechs Basiseinheiten Sekunde, Meter, Kilogramm, Ampere, Kelvin und Candela. 1971 kam die Einheit der Stoffmenge, das Mol, als siebte Basiseinheit hinzu. Alle weiteren SI-Einheiten leiten sich durch Produkte oder Potenzen davon ab.¹⁾ Dieses System, insbesondere auch die Zahl der Basiseinheiten, ist historisch gewachsen, wurde immer wieder modifiziert und verbessert. Es weist allerdings signifikante Schwächen auf, welche eine Neudefinition von vier der sieben Einheiten motivieren.

■ Das **Kilogramm**, seit 1889 als Einheit der Masse definiert und realisiert durch den Kilogramm-Prototyp, das „Urkilogramm“ (Abb. 1), wird relativ zu den meisten nationalen Normalen sowie relativ zu den offiziellen

Kopien am Bureau International des Poids et Mesures immer leichter, und zwar um ca. 50 µg über etwa ein Jahrhundert. Die möglichen Gründe hierfür wurden vielfältig in der Literatur diskutiert (z. B. [3]), sind aber bis heute nicht gänzlich verstanden. Diese Drift hat in der heutigen SI-Definition auch Konsequenzen für das Ampere, das Mol und die Candela sowie alle abgeleiteten Einheiten, die das Kilogramm enthalten, wie das Newton, das Joule oder das Pascal.

■ Das **Kelvin**, definiert über den Tripelpunkt von Wasser, ist in seiner Realisierung sensitiv auf Verunreinigungen und die Isotopenzusammensetzung. Darüber hinaus ist es notwendig, die Skala über Nullpunkt und Tripelpunkt hinaus durch Zusatzdefinitionen zu etablieren. Dafür schreibt die Internationale Temperaturskala ITS-90 bestimmten Phasenübergängen als definierenden Fixpunkten Temperaturwerte zu. Zwischen diesen muss interpoliert werden, wodurch Unsicherheiten und Abweichungen entstehen. Dieses aufwändige Vorgehen rührt auch daher, dass die Temperatur keine additive Größe ist.

■ Das **Ampere** hat den Nachteil, dass es über die Kraft direkt mit dem Kilogramm verknüpft ist. Zudem lässt es sich nicht gemäß seiner sehr idealisierten Definition („unendlich“ langer Leiter mit „vernachlässigbar“ kleinem Querschnitt) mit der heute erforderlichen Genauigkeit realisieren.

Demgegenüber stehen die sehr erfolgreichen Definitionen und Realisierungen der Sekunde (seit 1967 über die Festlegung der Frequenz des Hyperfeinstruktur-Überganges in Cäsium) und des Meters (seit 1983 über die Sekunde und Festlegung der Lichtgeschwindigkeit).

Zudem hat sich gezeigt, dass der Quanten-Hall- und der Josephson-Effekt extrem stabile und gut reproduzierbare Normale für das Ohm und das Volt ermöglichen [4, 5]. Zusammengefasst unter dem Kürzel SI_{90} werden seit dem 1. 1. 1990 das Ohm und das Volt mit Hilfe der damals festgelegten von Klitzing-Konstanten $R_{K-90} = h/e^2 = 25\,812,807\ \Omega$ (e : Elementarladung) und der Josephson-Konstanten $K_{J-90} = 2e/h = 483\,597,9\ \text{GHz}\ V^{-1}$ weitergegeben. Dies ermöglicht zwar eine hervorragend reproduzierbare Weitergabe, sie bewegt sich formal jedoch außerhalb des gültigen SI. Die Festlegung von R_{K-90} und K_{J-90} entspricht einer Festlegung von e und h . Beide sind im derzeitigen SI aber Messgrößen, deren beste Werte sich seit 1990 verändert haben.

Das Prinzip des neuen SI

Die Schwächen und Stärken der momentanen Realisierungen sowie grundlegende Überlegungen im Sinne der Vision von Max Planck machen offensichtlich, dass eine Definition aller Einheiten über die Festlegung der Zahlenwerte von „Definierenden Konstanten“ der beste Weg ist. Aus diesem fundamental neuen Prinzip ergibt sich im Vergleich zur bisherigen Vorgehensweise eine Reihe von Konsequenzen.

1) The International System of Units, 8th edition 2006, www.bipm.org/en/si/si_brochure

Die Definition der Einheiten

Der Wert Q einer Konstanten, wie jeder anderen Messgröße, ist das Produkt aus Zahlenwert $\{Q\}$ und Einheit $[Q]$, also $Q = \{Q\} [Q]$. Ist der Wert einer Konstanten bekannt, so wird durch eine Einheitsdefinition ihr Zahlenwert festgelegt. Umgekehrt kann man auch durch die Festlegung des Zahlenwertes die Einheit definieren. Für das Beispiel der Lichtgeschwindigkeit gilt $c = \{c\} [c] = 299\,792\,458 \text{ m/s}$. Mit der Definition der Sekunde und dem Zahlenwert für die Lichtgeschwindigkeit ist also die Länge eines Meters festgelegt.

Will man insbesondere die bisherigen sieben Basiseinheiten darstellen, da diese international akzeptiert und eingeführt sind, so sind genau sieben Konstanten nötig. Das neue SI soll nun durch folgende Festlegungen definiert werden:

- Die Frequenz $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ des Hyperfeinstrukturübergangs des Grundzustands des Cäsiumatoms ist genau gleich $9\,192\,631\,770 \text{ Hertz, Hz}$.
- Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c ist genau gleich $299\,792\,458 \text{ Meter durch Sekunde, m s}^{-1}$.
- Die Planck-Konstante h ist genau gleich $6,626\,069\,57 \cdot 10^{-34} \text{ Joulesekunden, J s}$.
- Die Elementarladung e ist genau $1,602\,176\,565 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb, C}$.
- Die Boltzmann-Konstante k_B ist genau $1,380\,648\,8 \cdot 10^{-23} \text{ Joule durch Kelvin, J K}^{-1}$.
- Die Avogadro-Konstante N_A ist genau $6,022\,141\,29 \cdot 10^{23} \text{ durch Mol, mol}^{-1}$.
- Das photometrische Strahlungsäquivalent K_{CD} einer monochromatischen Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12} \text{ Hertz}$ ist genau gleich $683 \text{ Lumen durch Watt, lm W}^{-1}$.

Die exakte Festlegung der Zahlenwerte der Konstanten bei Nennung der zu verwendenden Einheiten $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$, m , J , C , K , mol , lm und $\text{W} = \text{J s}^{-1}$ legt diese implizit fest und mit ihnen alle weiteren SI-Einheiten, die sich als Produkte oder Potenzen darstellen lassen, z. B. das Ampere über $\text{A} = \text{C s}^{-1}$ oder das Kilogramm über $\text{kg} = \text{J m}^{-2} \text{s}^2$. Die oben genannten Zahlenwerte können sich grundsätzlich bis zum Zeitpunkt der Neudefinition noch verändern, falls neue experimentelle Ergebnisse dies nahelegen.

Prinzipiell lassen sich die Zahlenwerte der Definierenden Konstanten im Rahmen der Konsistenz der sie verknüpfenden, theoretisch bekannten und akzeptierten mathematischen Zusammenhänge frei wählen. Die Wahl sollte jedoch einen möglichst sprunghaften Übergang erlauben. Ferner wird man diejenigen Konstanten wählen, die im derzeitigen SI mit den kleinsten Unsicherheiten behaftet sind. Es ist dann möglich, mit den gleichen Apparaturen im neuen SI die entsprechenden Einheiten am besten zu realisieren. Dies schließt z. B., wie von Planck ursprünglich vorgeschlagen, die Nutzung der Gravitationskonstanten G aus, da sie lediglich mit einer relativen Unsicherheit von $1,2 \cdot 10^{-4}$ bekannt ist. Da hingegen die von Klitzing-Konstante $R_K = h/e^2$ und die Josephson-Konstante $K_J = (2e)/h$ (zu unterscheiden von den 1990 festgelegten Zahlenwerten für R_{K-90} und K_{J-90} !) mit $u(R_K) = 3,2 \cdot 10^{-10}$

und $u(K_J) = 2,2 \cdot 10^{-8}$ sehr genau bekannt sind, liegt es nahe, neben der Planck-Konstanten die Elementarladung heranzuziehen.

Mit e , h und der Lichtgeschwindigkeit c nimmt man Bezug auf fundamentale Naturkonstanten. Ihr jeweiliger Wert ist, wie der Name sagt, von der Natur vorgegeben, lässt sich nicht berechnen und ist nach heutigem experimentellen Wissen konstant (zu möglichen Veränderungen siehe z. B. [6]).

Am genauesten lassen sich Frequenzen messen. Deswegen bleibt die Definition der Sekunde, abgesehen von einer sprachlichen Anpassung, unverändert, obwohl $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ keiner fundamentalen Konstanten, sondern einem quantenmechanisch bestimmten, atomaren Parameter entspricht. Störungen, wie äußere elektrische und magnetische Felder, lassen sich jedoch experimentell so gut beherrschen, dass systematische Unsicherheiten heutiger Cäsium-Uhren bei wenigen 10^{-16} liegen. Noch deutlich bessere Stabilitäten im Bereich einiger 10^{-18} erreichen Uhren im optischen Spektralbereich ($\approx 500 \text{ THz}$), z. B. an der PTB [7]. Weltweit werden verschiedene optische Frequenzstandards auf der Basis gespeicherter kalter Ionen oder ultrakalter Atomensembles untersucht, von denen bisher jedoch keiner den anderen offensichtlich überlegen ist. Daher plant das CIPM (Comité International de Poids et Mesures) bis 2018 keine Neudefinition der Sekunde.

Neben h , e , c und $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ kommen auch Konstanten zum Einsatz, die eher den Charakter praktischer Konventionen haben, vor allem bei der Candela und beim Mol. Der Begriff „Definierende Konstante“ wurde daher mit Bedacht gewählt, da der Begriff „Naturkonstante“ oder „Fundamentalkonstante“ im Kontext der Einheitsdefinition irreführend wäre.

Die Boltzmann-Konstante k_B ist rein rechnerisch ein Umrechnungsfaktor zwischen den Einheiten Kelvin und Joule, wobei sich der Zahlenwert aus historischen Festlegungen zur Temperaturskala ergibt.

Die Wahl der Zahl der Einheiten und der Konstanten selbst macht deutlich, dass das Einheitensystem ein pragmatisches und historisch gewachsenes System ist, welches ganz wesentlich insbesondere wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Aspekten genügen muss. Dabei muss es jedoch auch gleichzeitig höchste wissenschaftliche Anforderungen erfüllen sowie Weiterentwicklungen unterstützen und ermöglichen.

Basiseinheiten und abgeleitete Einheiten

Als Konsequenz des neuen Konzepts gibt es grundsätzlich keinen Unterschied mehr zwischen Basis- und abgeleiteten Einheiten. So ist z. B. die im derzeitigen SI abgeleitete Einheit Coulomb mit $C = (1/1,602\,176\,565 \cdot 10^{-19}) e$ künftig direkt durch eine einzige der obigen Konstanten definiert und in diesem Sinne unmittelbarer festgelegt als die Basiseinheit $A = (e/1,602\,176\,565 \cdot 10^{-19}) \cdot (\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}/9\,192\,631\,770) = 6,789\,68711... \cdot 10^8 \Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}} e$.

Trotzdem enthält der Entwurf der neuen SI-Broschüre²⁾ auch explizite Formulierungen für die sieben Basiseinheiten, um Probleme bei der Umstellung zu

2) Diese befindet sich gerade in der internationalen Abstimmung, siehe www.bipm.org/en/si/new_si

vermeiden. Geht man so vor, bilden die weiter bestehenden sieben SI-Basiseinheiten Sekunde, Meter, Kilogramm, Ampere, Kelvin, Mol und Candela die sieben exakt festzulegenden Konstanten ab. Bis auf Sekunde und Mol gibt es jedoch keine Eins-zu-eins-Abbildung einer Basiseinheit zu einer Konstanten, sondern man braucht mehr als eine Einheit bzw. Konstante, um diese Verbindung herzustellen. Dies spiegelt sich in der Reihenfolge der Basiseinheiten wider: Man führt s, m, kg, A, K, mol, cd in dieser Reihenfolge ein und bezieht sie auf $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$, c , h , e , k_B , N_A und K_{CD} , sodass in den Definitionen, wo erforderlich, zuvor eingeführte Konstanten zu Hilfe genommen werden können.

Beispielhaft seien hier vier solcher Formulierungen für die Einheiten Sekunde, Kilogramm, Ampere und Kelvin vorgestellt (die drei weiteren finden sich im Entwurf der neunten SI-Broschüre).

■ „Die **Sekunde** mit dem Symbol s ist die SI-Einheit der Zeit; ihre Größe ist bestimmt durch die Festlegung des Zahlenwertes der Frequenz des ungestörten Hyperfeinstrukturübergangs im Cäsium-133-Atom zu exakt 9 192 631 770, wenn er in der SI-Einheit s^{-1} ausgedrückt wird, was für periodische Phänomene gleich Hz ist.“

Somit gilt exakt $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}} = 9\,192\,631\,770\text{ Hz}$. Die Umkehrung dieser Relation ergibt einen Ausdruck für die Einheit Sekunde als Funktion des Wertes der Definierenden Konstanten $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$:

$$s = \frac{9\,192\,631\,770}{\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}} \quad \text{und} \quad \text{Hz} = \frac{\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}}{9\,192\,631\,770}$$

■ „Das **Kilogramm** mit dem Symbol kg ist die SI-Einheit der Masse; seine Größe ist bestimmt durch die Festlegung des Zahlenwertes der Planck-Konstanten zu exakt $6,626\,069\,57 \times 10^{-34}$, wenn er in der SI-Einheit für die Wirkung $\text{J s} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ ausgedrückt wird.“

Somit gilt exakt $h = 6,626\,069\,57 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$. Die Umkehrung dieser Relation ergibt einen Ausdruck für die Einheit Kilogramm als Funktion der Werte der Definierenden Konstanten h , $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ und c :

$$\begin{aligned} \text{kg} &= \left(\frac{h}{6,626\,069\,57 \times 10^{-34}} \right) \text{m}^{-2} \text{s} \\ &= 1,475\,521\dots \times 10^{40} \frac{h\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}}{c^2} \end{aligned}$$

■ „Das **Ampere** mit dem Symbol A ist die SI-Einheit des elektrischen Stromes; seine Größe ist bestimmt durch die Festlegung des Zahlenwertes der Elementarladung zu exakt $1,602\,176\,565 \times 10^{-19}$, wenn er in der SI-Einheit für die elektrische Ladung $\text{C} = \text{A s}$ ausgedrückt wird.“

Somit gilt exakt $e = 1,602\,176\,565 \times 10^{-19} \text{ C}$ = $1,602\,176\,565 \times 10^{-19} \text{ A s}$. Die Umkehrung dieser Relation ergibt einen Ausdruck für die Einheit Ampere als Funktion der Werte der Definierenden Konstanten e und $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$:

$$\begin{aligned} \text{A} &= \left(\frac{e}{1,602\,176\,565 \times 10^{-19}} \right) \text{s}^{-1} \\ &= 6,789\,687\dots \times 10^8 \Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}} e \end{aligned}$$

■ „Das **Kelvin** mit dem Symbol K ist die SI-Einheit der thermodynamischen Temperatur; seine Größe ist bestimmt durch die Festlegung des Zahlenwertes der Boltzmann-Konstanten zu exakt $1,380\,648\,8 \times 10^{-23}$, wenn er in der SI-Einheit für Energie pro thermodynamischer Temperatur $\text{J K}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}$ ausgedrückt wird.“

Somit gilt exakt $k_B = 1,380\,648\,8 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ = $1,380\,648\,8 \times 10^{-23} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}$. Die Umkehrung dieser Relation ergibt einen Ausdruck für die Einheit Kelvin als Funktion der Werte der Definierenden Konstanten k_B , h und $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$:

$$\begin{aligned} \text{K} &= \left(\frac{1,380\,648\,8 \times 10^{-23}}{k_B} \right) \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \\ &= 2,266\,665\dots \frac{\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}} h}{k_B} \end{aligned}$$

Diese Definition bedeutet somit, dass die Änderung der thermodynamischen Temperatur um 1 K einer Änderung der thermischen Energie $k_B T$ um $1,380\,648\,8 \times 10^{-23} \text{ J}$ entspricht.

Die Realisierung der Einheiten

Um Kalibrierungen durchzuführen, also die SI-Einheiten „weiterzugeben“, sind neben der Einheitendefinition auch praktische Einheitenrealisierungen notwendig. Hier zeigen sich weitere, wichtige Konsequenzen aus der Neudefinition, die ganz wesentliche Stärken des neuen SI darstellen.

Grundsätzlich gilt, dass die Experimente, die heute die geringsten Unsicherheiten bei der Messung der Definierenden Konstanten liefern, künftig als Realisierung der Einheiten dienen können. Die Genauigkeit, mit der die Konstanten im geltenden SI gemessen werden, bestimmt zum Zeitpunkt des Übergangs die

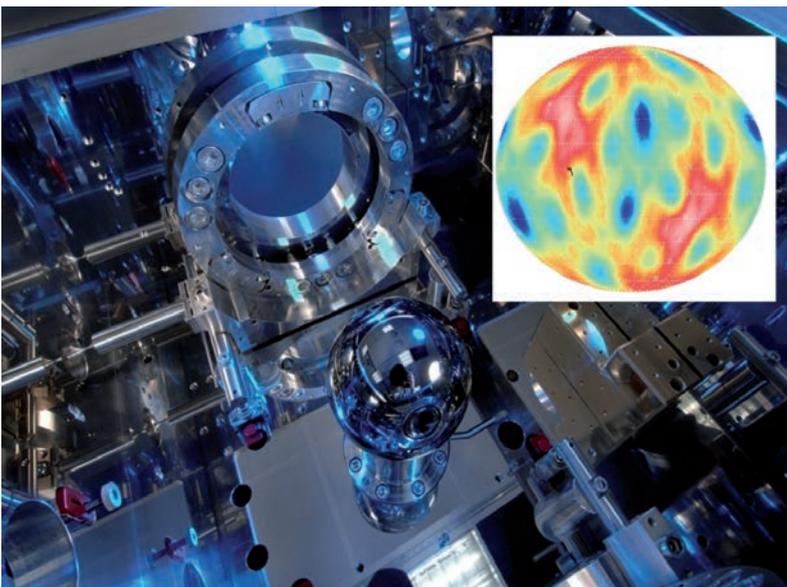


Abb. 2 Im Kugelinterferometer der PTB werden inzwischen Formabweichungen von einer Kugeloberfläche mit maximalen Unterschieden zwischen Berg (rot im Topographiebild oben rechts) und Tal

(blau) von 16 nm bei einer Messunsicherheit von 1 nm erreicht. Das im Topographiebild erkennbare Muster lässt sich auf die Gitterstruktur des Siliziums zurückführen.

Genauigkeit, mit der man im neuen SI die Einheiten weitergeben kann. Weltweit unternehmen daher Metrologie-Institute große Anstrengungen, die Konstanten mit der geforderten Genauigkeit zu bestimmen sowie Realisierungen vorzubereiten. Da e und das Produkt $N_A \cdot h$, die sog. molare Planck-Konstante, mit $u(e) = 2,2 \cdot 10^{-8}$ und $u(N_A \cdot h) = 7 \cdot 10^{-10}$ bereits genau genug bekannt sind, konzentrieren sich die Experimente auf die Planck- und Boltzmann-Konstante.

■ Das **Kilogramm**: Unter den Namen „Siliziumkugel“ und „Watt-Waage“ gibt es zwei grundsätzlich verschiedene Methoden, die entweder die Messung von h mit Bezug auf den internationalen Kilogramm-Prototypen im derzeitigen SI oder künftig die primäre Realisierung des Kilogramms mit Bezug auf h im neuen SI erlauben.

Die „Siliziumkugel“ besteht aus einem möglichst perfekt kugelförmig geschliffenen Einkristall aus Silizium mit einer Masse von etwa einem Kilogramm bei einem Durchmesser von etwa 9 cm (Abb. 2). Über eine Volumenmessung (aus der Mittelung vieler 100 000 optisch-interferometrischer Durchmesserbestimmungen und einer Annäherung der Kugeloberfläche mit etwa 1500 Kugelflächenfunktionen) und mit der Kenntnis des Gitterparameters (röntgen-interferometrisch vermessen) lässt sich die Zahl der Siliziumatome bestimmen und eine makroskopische Masse auf atomare Massenverhältnisse und Naturkonstanten beziehen [8]. In der Gleichung [9]

$$m_{\text{Kugel}} = \frac{8V}{a_{220}^3} \cdot \frac{2hR_{\infty}}{c\alpha^2} \cdot \frac{\sum f_i A_i}{A_r}$$

mit dem Volumen V , dem Gitterparameter a_{220} , den Isotopenanteilen f_i von ${}^i\text{Si}$ ($i = 28, 29, 30$), den Verhältnissen der Silizium-Isotopenmassen zur Elektronenmasse A_i/A_r , der Feinstrukturkonstanten α und der Rydberg-Konstanten R_{∞} stellt der erste Bruch die Zahl der Atome dar (die Einheitszelle enthält acht Atome). Der zweite Bruch entspricht der Elektronenmasse m_e und der dritte dem Massenverhältnis vom „gemittelten Siliziumatom“ zum Elektron. Somit ist die Beziehung zwischen einer makroskopischen, wägbaren Masse und der Planck-Konstanten hergestellt. Momentan lässt sich h mit einer relativen Messunsicherheit von $3 \cdot 10^{-8}$ angeben, die von der Volumenbestimmung dominiert wird. Verschiedene zurzeit in der PTB vorangetriebene Verbesserungen lassen eine signifikant geringere Unsicherheit in den nächsten beiden Jahren erwarten. Momentan betragen die Abweichungen von der Kugelform lediglich bis zu 16 nm („Berg zu Tal“)³⁾ (Abb. 2). Dieser gegenüber 2011 deutlich verbesserte Wert, kürzlich erzielt durch Optimierung der Polierprozeduren an der PTB, ist sehr nahe dem unter optimalen Bedingungen voraussichtlich erreichbaren Wert von etwa 10 nm, der aufgrund der sich auswirkenden Kristallgitterstruktur kaum zu unterschreiten ist.

Silizium hat gegenüber Edelmetallen oder Kohlenstoff den Vorteil, dass es sich chemisch extrem rein und als nahezu perfekter Einkristall produzieren lässt. Zudem bildet es eine stabile, schützende und gut

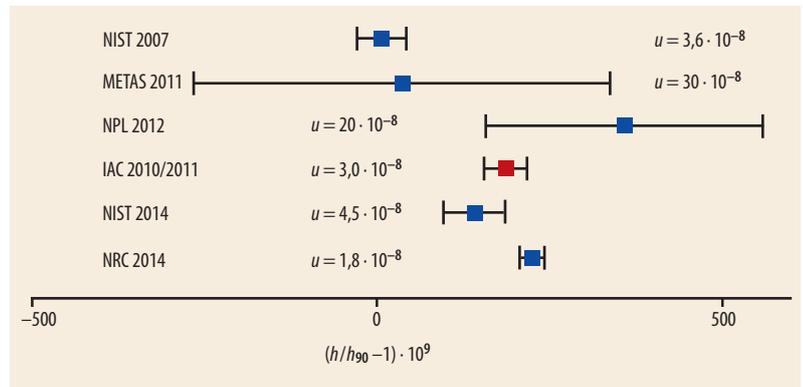


Abb. 3 Relativ zum h_{90} -Wert der Planck-Konstanten, der sich aus K_{J-90} und R_{K-90} ergibt, weichen die neuesten Werte von den Watt-Wagen aus USA (NIST) und Kanada (NRC), die frühere Messungen aus Großbritannien (NPL) und der Schweiz (METAS) erheblich verbessern, ebenso deutlich ab wie das Resultat der Internationalen Avogadro-Koordination (IAC).

charakterisierbare etwa 2 nm dünne Oxidschicht. Da das Isotopenverhältnis bei natürlichem Silizium bei weitem nicht mit der erforderlichen Genauigkeit zu bestimmen ist, wird hochangereichertes ${}^{28}\text{Si}$ mit einem Reinheitsgrad von besser 99,99 % verwendet.

Übrigens war das Experiment ursprünglich im Rahmen der Internationalen Avogadro-Koordination (IAC) dazu angelegt, über die Messung der molaren Masse und des Volumens die Avogadro-Konstante zu bestimmen. Dementsprechend stellt dieses „Avogadro-Experiment“ gleichzeitig eine Realisierung des Mol im neuen SI dar, welches ja gerade durch die Festlegung der Avogadro-Konstanten definiert ist.

In einer „Watt-Waage“ wird abwechselnd die Gewichtskraft einer Masse durch die elektrische Kraft auf eine stromdurchflossene Spule im Magnetfeld im statischen Betrieb kompensiert bzw. die Waage dynamisch betrieben, wodurch sich die Planck-Konstante durch die Messung der Schwerebeschleunigung g , der Geschwindigkeit v der Spule im dynamischen Betrieb, der Spannung und des Widerstands an der Spule bestimmen lässt [10]. Misst man die Spannung mit einem Josephson-Array, das mit einer Mikrowelle der Frequenz f bestrahlt wird, und den Widerstand über den Quanten-Hall-Effekt, so erhält man

$$m \cdot g \cdot v = \frac{U^2}{R} = \frac{n^2 f^2}{K_J^2} \cdot \frac{i}{R_K} = n^2 f^2 i \cdot \frac{h^2}{4e^2} \cdot \frac{e^2}{h} = n^2 f^2 i \cdot \frac{h}{4},$$

wobei n das Produkt aus dem Stufenindex und der Zahl der Josephson-Kontakte ist und i der Quanten-Hall-Plateauindex. Wichtig ist die Annahme, dass der aus dem Quanten-Hall-Effekt erhaltene Widerstandswert tatsächlich exakt $R = R_K/i = h/e^2 i$ und der Spannungswert exakt $n f/K_J = n f h/2e$ sind. Mögliche Abweichungen sind theoretisch nicht ausgeschlossen, werden aber experimentell als mit null verträglich betrachtet [11].

Beide Ansätze erlauben es also, die Planck-Konstante mit Hilfe des internationalen Kilogrammprototypen zu bestimmen. Die besten Ergebnisse der beiden Ansätze erfüllen die vom CCM, dem Konsultativkomitee für die Masse und abgeleitete Einheiten, geforderten

3) Auf die Größe der Erde übertragen entsprechen 16 nm einem Höhenunterschied von etwa 2 m.

Bedingungen zur Neudefinition (Abb. 3): Ein Wert muss eine Unsicherheit von weniger als $2 \cdot 10^{-8}$ aufweisen, zwei weitere Werte eine Unsicherheit von kleiner $5 \cdot 10^{-8}$, und diese Werte, die alle im Rahmen ihrer jeweiligen Unsicherheiten konsistent sein sollen, müssen auf mindestens zwei verschiedenen Messmethoden basieren. Die letzte Bedingung und die jüngsten Ergebnisse der „Siliziumkugel“ und der „Watt-Waage“ geben gleichzeitig starke experimentelle Hinweise, dass sich mögliche Abweichungen der aus Quanten-Hall- und Josephson-Effekt erhaltenen Werte für den Widerstand und die Spannung tatsächlich im Rahmen höchstens einiger 10^{-8} bewegen. Dieses Resultat ist wichtig, um die Konsistenz des gesamten Systems nachzuweisen.

Für die künftige Realisierung des Kilogramms existieren somit zwei konzeptionell unterschiedliche Methoden auf makroskopischer Ebene bei etwa 1 kg. Zudem werden grundsätzlich im neuen SI auch atomare Massen z. B. über den Photonenrückstoß oder über die de-Broglie-Wellenlänge erstmals primär darstellbar sein.

■ Das **Ampere**: Die Realisierungen des Volt auf Basis der Josephson-Konstanten $K_J = 2e/h$ sowie des Ohm auf Basis der von-Klitzing-Konstanten $R_K = h/e^2$ sind konsistent ins neue SI eingebunden. Über die Messung beider Größen lässt sich auch das Ampere darstellen. Eine weitere, direkte primäre Realisierung des neuen Ampere ist eine Schaltung, um den Fluss einzelner Elektronen pro Zeitintervall zu zählen. Die Machbarkeit einer solchen „Einzelelektronenpumpe“ ist im Nano- bis hin zum Attoampere-Bereich (10^{-9} – 10^{-18} A) bereits gezeigt worden [12]. Mit vier hintereinandergeschalteten Elektronenpumpen und drei Einzelelektronendetektoren (Abb. 4) sowie einem aufwändigen Korrekturalgorithmus ist es gelungen, die unvermeidlich auftretenden Fehlerereignisse so sicher zu erkennen, dass eine Realisierung mit einer Genauigkeit von wenigen 10^{-8} möglich ist. In diesem Regime wird diese

Methode die voraussichtlich genaueste Realisierung des Ampere erlauben.

Unter Realisierung des Volt mittels K_J , des Ohm mittels R_K und des Ampere auf Basis der Zählung einzelner Ladungen $Q = e$ führt die Entsprechung des Ohmschen Gesetzes auf Quantenbasis zu $K_J R_K Q = (2e/h) (h/e^2) e = 2$. Dieses „quantenmetrologische Dreieck“ ist ein weiterer wichtiger Konsistenztest und wurde bisher mit einer Unsicherheit von $9 \cdot 10^{-7}$ geschlossen [13].

■ Das **Kelvin**: Für die Bestimmung der Boltzmann-Konstanten fordert das Konsultativkomitee für die Temperatur, CCT, ebenfalls mindestens zwei unabhängige Messmethoden sowie eine Unsicherheit von etwa 10^{-6} . Hierfür kommt zum einen die akustische Gasthermometrie (AGT) infrage, bei der k_B über die Schallgeschwindigkeit in einem Gas gemäß

$$u_0 = \sqrt{\frac{\gamma_0 N_A k_B T}{M}}$$

bestimmt wird, wobei $\gamma_0 = c_p/c_v$ das Verhältnis der spezifischen Wärmen, M die molare Masse des verwendeten Gases und T die Temperatur ist [14 – 16]. Zum anderen ist dies die an der PTB verfolgte Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometrie (DCGT) über den hier vereinfacht dargestellten Zusammenhang für ein ideales Gas

$$p = k_B T \frac{(\epsilon - \epsilon_0)}{\alpha_0}$$

mit dem Druck p , der Dielektrizitätskonstanten ϵ , der elektrischen Feldkonstanten ϵ_0 und der statischen elektrischen Polarisierbarkeit α_0 [17].

Die geforderte Unsicherheit wird zwar erreicht, allerdings weichen die beiden besten Werte signifikant voneinander ab, ohne dass die Ursache dafür bekannt wäre (Abb. 5). Zurzeit wird mit Hochdruck an weiteren Verbesserungen gearbeitet, um die Unsicherheiten zu reduzieren und die noch bestehenden Unterschiede zu klären. Für die primäre Darstellung des Kelvin können künftig neben der AGT und der DCGT verschiedenste Prinzipien wie Rauschthermometrie oder Planck-Strahler, je nach Eignung bei jedem beliebigen Punkt, auf der gesamten Temperaturskala zum Einsatz kommen [18, 19].

Auswirkungen auf andere Konstanten

Die exakte Festlegung der Definierenden Konstanten wirkt sich auf die Zahlenwerte und Unsicherheiten einer Reihe von anderen Konstanten aus.

Zahlenwerte: Die Generalkonferenz für Maß und Gewicht hat entschieden, dass die Neudefinition zu möglichst kleinen Sprüngen der Zahlenwerte bei Messungen nach altem und neuem SI führen soll. Um dies sicherzustellen, sollen kurz vor der Neudefinition die CODATA-Werte der Konstanten im derzeitigen SI aktualisiert werden, unter Berücksichtigung aller relevanten Experimente weltweit. Die beim Übergang trotzdem unvermeidlich auftretenden Sprünge sollen, nach jetzigem Stand der Diskussion, so aufgeteilt wer-

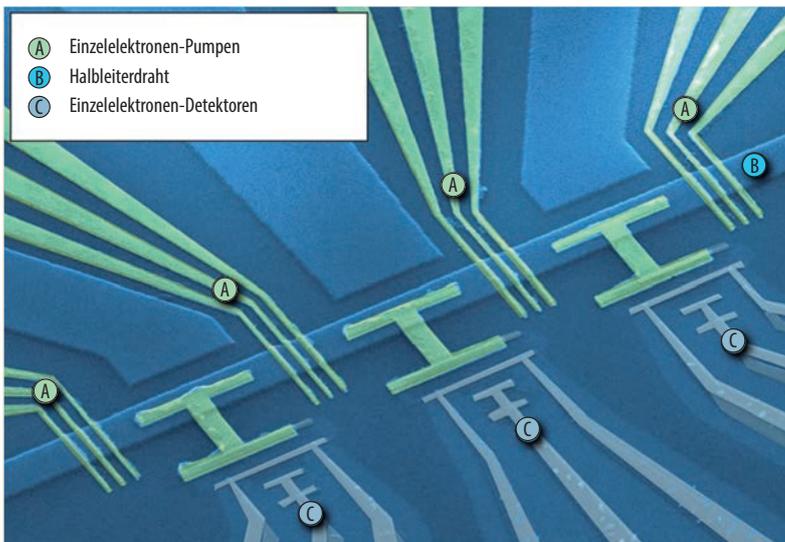


Abb. 4 Diese Halbleiterstruktur kann einzelne Elektronen und deren Ladung messen. Auf dem Chip sind vier Einzel-Elektronen-Pumpen angeordnet, die

einen Halbleiterdraht kreuzen. Mit drei Einzel-Elektronen-Detektoren werden die gepumpten Elektronen detektiert [12].

den, dass sie beim kg minimal werden. Der nun mittels „Siliziumkugel“ und „Watt-Waage“ ermittelte Wert für die Planck-Konstante bedeutet, dass sich K_J und R_K von K_{J-90} und R_{K-90} deutlich unterscheiden (Abb. 3), was einem Sprung bei der Realisierung des Ohm von etwa $2 \cdot 10^{-8}$ sowie von etwa $1 \cdot 10^{-7}$ beim Volt entspräche. Diese Sprünge werden allerdings nur in Ausnahmefällen sichtbar werden.

Messunsicherheiten: Die exakte Festlegung der Zahlenwerte von h , e , k_B und N_A bedeutet, dass zunächst die im derzeitigen SI exakt festgelegten Zahlenwerte der Masse des Kilogrammprototypen $m(K)$, der magnetischen Feldkonstanten μ_0 und indirekt der elektrischen Feldkonstanten ϵ_0 (wegen $c = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2}$), der Temperatur des Wassertripelpunktes T_{TPW} und der molaren Masse von Kohlenstoff $M(^{12}C)$ zu Messgrößen mit Unsicherheiten werden (Tabelle 1). Darüber hinaus ergeben sich Konsequenzen für weitere Konstanten und Umrechnungen. So bleibt im neuen SI die Feinstrukturkonstante $\alpha = e^2/2ce_0h$ trotz der exakten Zahlenwerte von c , e und h wegen der auf ϵ_0 übergegangenen Unsicherheit eine Messgröße mit unveränderter Unsicherheit.

Bemerkenswert ist, dass sich die Messunsicherheiten aller Konstanten im neuen System sowie von einigen wichtigen Umrechnungsfaktoren abgesehen von Artefakten und Materialeigenschaften ($m(K)$, T_{TPW}), von $M(^{12}C)$ sowie von μ_0 und ϵ_0 zum Teil deutlich verringern, eine weitere wichtige Verbesserung!

Fazit

Das internationale System der Einheiten ist ein weltweites „Währungssystem“ für Messungen, ohne das globaler und rechtssicherer Handel nicht funktioniert. Es stellt sicher, dass sich alle benötigten Messgrößen mit einer Genauigkeit in der Absolutwertbestimmung, wie sie von Gesellschaft, Wirtschaft und Wissenschaft gefordert wird, überall auf der Welt ermitteln lassen.

Unsicherheiten der Konstanten					
Konstante	bisher	neu	Konstante	bisher	neu
$m(K)$	0	4,4	R	91	0
T_{TPW}	0	91	F	2,2	0
$M(^{12}C)$	0	0,07	σ	360	0
μ_0	0	0,032	K_J	2,2	0
ϵ_0	0	0,032	R_K	0,032	0
Z_0	0	0,032	$N_A h$	0,07	0
$\Delta V(^{133}Cs)_{\text{Hfs}}$	0	0	m_e	4,4	0,064
c	0	0	m_u	4,4	0,07
K_{cd}	0	0	$m(^{12}C)$	4,4	0,07
h	4,4	0	α	0,032	0,032
e	2,2	0	$J \leftrightarrow m^{-1}$	4,4	0,0
k_B	91	0	$J \leftrightarrow Hz$	4,4	0,0
N_A	4,4	0	$J \leftrightarrow K$	91	0,0

Tab. 1 Relative Standardunsicherheiten (in 10^{-6}) für einige Konstante und Umrechnungen im derzeitigen und im neuen SI, basierend auf den in CODATA 2010 veröffentlichten Werten [11].⁴⁾

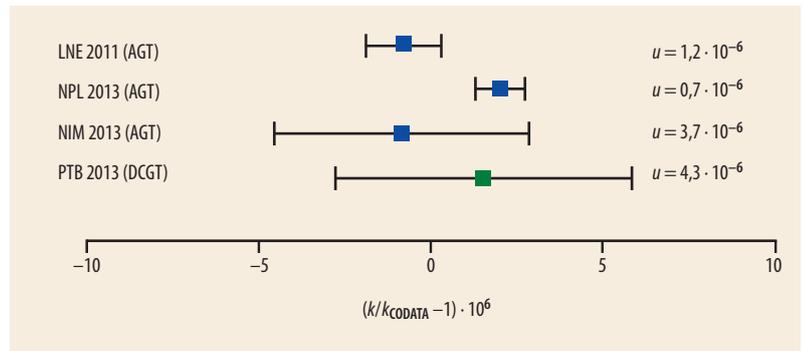


Abb. 5 Bei den neuesten Bestimmungen der Boltzmann-Konstanten (aufgetragen ist die relative Abweichung vom 2010 international festgelegten Wert) erreichen das französische Metrologieinstitut LNE [14] und das britische NPL [15] mit der akustischen Gasthermometrie und sehr ähnlichen Experimenten deutlich geringere Unsicherheiten als das chinesische NIM [16] mit einem etwas unterschiedlichen Konzept. Die DCGT-Methode der PTB [17] erlaubt trotz schlechterer Unsicherheit einen unerlässlichen Konsistenztest.

Dabei geht es also ganz wesentlich um Messgenauigkeit, Reproduzierbarkeiten, Konsistenz und internationale Harmonisierung, also um sehr praktische Aspekte.

Das „Neue SI“ trägt neuesten Entwicklungen und Anforderungen Rechnung und stellt das System langfristig auf eine solide Basis. Dabei geht es nicht darum, physikalische Idealvorstellungen oder theoretische Ästhetik zu verwirklichen, sondern um ein System, welches neben allen praktischen Aspekten keinerlei Kompromisse bezüglich der Anforderungen aus der Wissenschaft eingeht.

Das „Neue SI“ ist so konstruiert, dass es in sich schlüssig und widerspruchsfrei ist und prinzipiell immer bessere Realisierungen der Einheiten entstehen können, welche ja nicht explizit vorgeschrieben werden. Es stellt eine substanzielle Verbesserung in vielerlei Hinsicht dar. Die unbekannte Drift des Kilogrammprototypen spielt dann keine Rolle mehr, die elektrischen Quantennormale bilden primäre Realisierungen, und anstelle einzelner Referenzpunkte gibt es im neuen SI auf der gesamten Skala unabhängige Möglichkeiten primärer Realisierungen. Letzteres gilt insbesondere für das Kelvin und das Kilogramm. Nicht zuletzt ist das Mol auf seine eigentliche Bedeutung, nämlich auf die Zahl der elementaren Bestandteile in einem Mol einer spezifizierten Substanz, zurückgeführt.

Die abstrakte Definition über die Festlegung von Konstanten erlaubt es, die Unsicherheiten der Realisierungen stetig zu verbessern, da sich verschiedenste technologische Fortschritte der Messtechnik zur Realisierung und Weitergabe nutzen lassen, ohne die Definition ändern zu müssen. Dies ist z. B. bei der derzeitigen Definition von Kilogramm oder Kelvin nicht der Fall. Darüber hinaus werden Vergleiche der nationalen, häufig primären Normale der Metrologie-Institute verlässlicher, wenn grundsätzlich unterschiedliche Messverfahren für eine bestimmte Messgröße verglichen werden, da so die Gefahr unerkannter korrelierter Fehler sinkt.

Auch wenn die Vision von Max Planck nicht vollständig verwirklicht ist, so ist doch der Grundgedanke

4) K_{cd} : photometrisches Strahlungsäquivalent, $R = N_A k_B$: molare Gaskonstante; $F = N_A e$: Faraday-Konstante; $\sigma = (2\pi^5 k_B^4)/(15h^3 c^2)$: Stefan-Boltzmann Konstante; m_u : atomare Masseneinheit; $m(^{12}C)$: Masse eines Kohlenstoff-12 Atoms; Z_0 : Impedanz des Vakuums; $Q_e \leftrightarrow Q_b$: Umrechnung von der Einheit a nach b.



konsequent mit einer Präzision und Praktikabilität in der Realisierung umgesetzt, wie sie die Planck-Einheiten nicht erreichen würden. Bei Kenntnis der Konstanten gilt das System „...für alle Zeiten ... und Kulturen...“, wie das neue, sich zurzeit noch in Bearbeitung befindliche und nebenstehende Logo ausdrücken soll.

Literatur

[1] *M. Planck*, Ann. Physik **1**, 69 (1900)
 [2] *H. v. Helmholtz*, „Zählen und Messen, erkenntnistheoretisch betrachtet“ in: „Philosophische Aufsätze“, Verlag Fues, Leipzig (1887)
 [3] *R. Davis*, Metrologia **40**, 299 (2003)
 [4] *E. O. Göbel*, Phys. Bl., März 1997, S. 217
 [5] *F. Piquemal*, Quantum Electrical Standards, in: Handbook of Metrology, hrsg. von *M. Gläser* und *M. Kochsiek*, Wiley, Weinheim (2010), S. 267
 [6] *J. P. Uzan*, Living Rev. Relativity **14**, 2 (2011)
 [7] *A. D. Ludlow*, *M. M. Boyd*, *J. Ye*, *E. Peik* und *P. O. Schmidt*, Optical atomic clocks, eingereicht bei Rev. Mod. Phys., <http://arxiv.org/abs/1407.3493>
 [8] *B. Andreas* et al., Phys. Rev. Lett. **106**, 030801 (2011)
 [9] *J. Stenger* und *E. O. Göbel*, Metrologia **49**, L25 (2012)
 [10] *R. Steiner*, Rep. Prog. Phys. **76**, 016101 (2013)
 [11] *P. J. Mohr*, *B. N. Taylor* und *D. B. Newell*, Rev. Mod. Phys. **84**, 1527 (2012)
 [12] *L. Fricke* et al., Phys. Rev. Lett. **112**, 226803 (2014)
 [13] *M. W. Keller*, *N. M. Zimmerman* und *A. L. Eichenberger*, Metrologia **44**, 505 (2007)
 [14] *L. Pitre* et al., Int. J. Thermophys. **32**, 1825 (2011)
 [15] *M. de Podesta* et al., Metrologia **50**, 354 (2013)
 [16] *H. Lin* et al., Metrologia **50**, 417 (2013)

[17] *C. Gaiser* et al., Metrologia **50**, L7 (2013)
 [18] *J. Fischer*, Temperature Measurement, in: Handbook of Metrology, hrsg. von *M. Gläser*, *M. Kochsiek*, Wiley, Weinheim (2010), S. 349
 [19] *W. Buck*, Physik Journal, Dezember 2006, S. 37

DIE AUTOREN

Jörn Stenger (FV Quantenoptik und Photonik) studierte Physik in Heidelberg und promovierte in Erlangen. Als Postdoc arbeitete er unter anderem am MIT bei Wolfgang Ketterle und habilitierte später über Bose-Einstein-Kondensate in Erlangen. Seit 1999 arbeitet er in der PTB, seit 2009 als Mitglied des Präsidiums. Er war beteiligt an der Formulierung des Entwurfs der neunten SI-Broschüre, die das „Neue SI“ beschreibt.



Joachim H. Ullrich (FV Atomphysik und Kurzzeitphysik) studierte Geophysik und Physik in Frankfurt. Nach Stationen als Wissenschaftler an der GSI, Professor für Experimentalphysik in Freiburg, Max-Planck-Direktor in Heidelberg sowie nach mehreren Auslandsaufenthalten wurde er 2012 Präsident der PTB. Er ist Mitglied des

Internationalen Komitees für Maß und Gewicht, CIPM, der Meterkonvention sowie Präsident des Konsultativkomitees für die Einheiten und damit verantwortlich für die Verfassung der neunten SI-Broschüre zum „Neuen SI“.

**DER CALLISTER
 JETZT AUCH
 AUF DEUTSCH
 KANN'S**

W. D. CALLISTER, D. G. RETHWISCH
 Übersetzungsherausgeber: M. Scheffler

**Materialwissenschaften
 und Werkstofftechnik**

Eine Einführung

ISBN: 978-3-527-33007-2
 Nov. 2012 906 S.,
 1200 Abb. (davon 800 farbig).
 Gebunden € 79,-



Wiley-VCH
 Tel. +49 (0) 62 01-606-400
 E-Mail: service@wiley-vch.de
 Irrtum und Preisänderungen vorbehalten.
 Stand der Daten: Dezember 2013

WILEY-VCH