HYDRODYNAMIK

Monsterwellen im Modell

Lassen sich riesige Meereswellen als Lösungen der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung beschreiben?

Norbert Hoffmann und Amin Chabchoub

Riesige Wellen, die auf offener See wie aus dem Nichts zu kommen scheinen und Schiffe versenken können, galten lange Zeit als Seemannsgarn. Mittlerweile ist unstrittig, dass solche „Monsterwellen" existieren, doch ihre Entstehungsmechanismen werden nach wie vor kontrovers diskutiert. Jüngere Arbeiten deuten darauf hin, dass spezielle Lösungen der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung einen Schlüssel zum Verständnis bilden könnten.

Bureau L.A. Collection / Sygma / Corbis

So malt sich Hollywood im Film „The Perfect Storm" eine Monsterwelle aus, deren Existenz mittlerweile als gesichert gilt.

Im Jahr 1826 berichtete der französische Kapitän Dumont d'Urville, ein erfahrener Expeditionsleiter und Wissenschaftler, von 30 Meter hohen Meereswellen, die seine Mannschaft und er mit eigenen Augen erblickt hatten. Doch niemand wollte ihren Beobachtungen Glauben schenken. Stattdessen sah sich der Kapitätn öffentlichem Spott ausgesetzt. Daran änderte auch nicht die Tatsache, dass bereits seit der Antike Tsunamis, große zerstörerische Wellen in Küstennähe, bekannt waren. Das überraschende Auftreten besonders großer Wellen fern der Küste erschien dagegen wenig glaubhaft. Dennoch ist die Liste der Seefahrer lang, die Erlebnisse mit besonders großen Wellen auf offener See schilderten. Oft war die Rede von „Kaventsmännern" bei einzelnen großen Wellen, vom Herannahen einer „Weißen Wand" oder von den „Drei Schwestern", mehreren (meist drei) besonders großen Wellen in Folge. Manchmal schien sich gar ein besonders markantes Wellental als „Loch im Ozean" aufzutun. Es liegt in der Natur dieser Phänomene, dass nur selten Seefahrer wohlbehalten an Land kamen, um darüber zu berichten.

Ein Umdenken setzte erst Mitte der 1990er-Jahre ein, ausgelöst durch eine spektakuläre Beobachtung: Am 1. Januar 1995 passierte eine riesige Welle die Offshore-Plattform Draupner in der Nordsee (**Abb. 1**). Die gemessene Höhe von rund 25 Metern dieser später so genannten Neujahrswelle brachte die Welt der Wissenschaft in Bewegung. Forscher untersuchten nun auch frühere Messdaten. In der Tat ließen sich rasch weitere solcher Riesenwellen identifizieren. Bei einer ganzen Reihe mysteriös erscheinender Schiffsunglücke schien es nun plausibel, dass riesige Wellen dabei eine Rolle gespielt haben könnten. In den heutigen Zeiten globaler Container- und Kreuzschifffahrt sind Fälle des Zusammentreffens von Schiffen mit riesigen Wellen gut dokumentiert [1, 2]. Daher besteht mittlerweile Konsens, dass bis zu 30 Meter hohe Meereswellen Realität sind [3, 4]. Phänomenologisch spricht man heute von einer Monsterwelle – im englischen Sprachraum hat sich der Begriff „Rogue Wave" durchgesetzt –, wenn die auftretende Wellenhöhe mehr als doppelt so groß ist wie die „signifikante Wellenhöhe" des umgebenden Seegangs.[1] Viele Eigenschaften von Monsterwellen sind aber nach wie vor schlecht oder gar nicht verstanden. Strittig sind etwa Fragen nach Entstehungsmechanismen, Ausprägungsformen, Auftrittswahrscheinlichkeiten und Möglichkeiten zur Vorwarnung [5]. Hier soll im Vordergrund stehen, wie

1) Die signifikante Wellenhöhe bezeichnet die mittlere Höhe desjenigen Drittels der Wellen mit der größten Amplitude.

KOMPAKT

- Monsterwellen sind Einzelwellen, deren Höhe mehr als doppelt so groß ist wie die „signifikante Wellenhöhe" des umgebenden Seegangs.
- Im Rahmen linearer Wellentheorie lassen sich bereits erste Hypothesen zu ihrer Entstehung formulieren.
- Um Dispersion und Nichtlinearität zu berücksichtigen, bietet sich die „nichtlineare Schrödinger-Gleichung" (NLS) mit kubischer Nichtlinearität an.
- Die Peregrine-Breather-Lösungen der NLS zeigen bereits eine ganze Reihe von Eigenschaften der verschiedenen Arten von Monsterwellen, die sich durch Experimente im Wellenkanal überprüfen lassen.

Prof. Dr. Norbert P. Hoffmann, Dipl.-Math. Amin Chabchoub, Institut für Mechanik und Meerestechnik, Technische Universität Hamburg-Harburg, Eißendorfer Straße 42, 21073 Hamburg

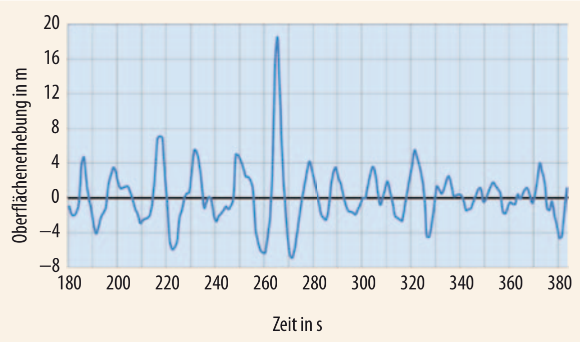


Abb. 1 Am 1. Januar 1995 wurde an der Offshore-Plattform Draupner in der nördlichen Nordsee eine plötzlich auftretende Riesenwelle registriert. Sie hatte eine Höhe von etwa 25 Metern in einem Seegang mit mittlerer Wellenhöhe von rund 8 Metern.

sich Entstehung und Eigenschaften von Monsterwellen physikalisch erklären lassen. Ausgangspunkt ist zunächst die lineare Wellentheorie.

Wellen, mechanisch gesehen

Seegang auf dem Meer ist in erster Linie ein Phänomen der freien Wasseroberfläche. Die typischen Wellenlängen liegen im Bereich von 100 bis 200 Metern. Kapillareffekte, welche die Wellenmechanik bei Wellenlängen unterhalb von 20 cm beeinflussen oder sogar dominieren können, bleiben daher außer Betracht. Zudem beschränken wir uns auf Tiefwasserwellen, bei denen der Meeresboden keinen signifikanten Einfluss ausübt, wenn die Wassertiefe größer als die betrachtete Wellenlänge ist. Bei der Ableitung der beschreibenden Bewegungsgleichungen lässt sich die Kompressibilität des Meerwassers vernachlässigen. Auch nimmt man – gestützt durch die Empirie – an, dass innere Reibung im Wasser keine Rolle spielt und die Strömungsfelder unter den Wellen keine Wirbel aufweisen.

Im Fall ebener Wellen, die sich in x-Richtung ausbreiten und bei denen die Strömungsvektoren in der x-z-Ebene liegen, lässt sich ein Geschwindigkeitspotential $\varphi = (x, z, t)$ einführen, aus dem sich die Strömungsgeschwindigkeiten über Gradientenbildung ableiten lassen.[2)] Die Inkompressibilitätsbedingung führt zur Laplace-Gleichung $\Delta\varphi = 0$ im Inneren des Fluids. Zusätzlich sind Randbedingungen zu erfüllen (**Infokasten**), die man für kleine Wellenamplituden meist linearisieren kann, d. h. man vernachlässigt die nichtlinearen Terme. Die Randbedingungen werden auf Höhe der wellenlosen Fluid-Oberfläche ausgewertet.

Die elementaren Lösungen für das linearisierte Problem stellen ebene Wellen dar. Sie lassen sich aber auch als erste Näherung für das nichtlineare Problem betrachten und bilden einen Ausgangspunkt für die Ableitung schwach oder stark nichtlinearer Lösungen. Für die räumlich und zeitlich variierende Oberflächenerhebung $\eta(x, t)$ einer ebenen Welle gilt z. B. $\eta = a\exp(i(kx - \omega t))$. Die Welle breitet sich dabei in x-Richtung aus; a bezeichnet die Amplitude; k die Wellenzahl, welche mit der Wellenlänge über $\lambda = 2\pi/k$ zusammenhängt, und ω die Wellenfrequenz. Die Wellen bzw. Wellenberge und -täler bewegen sich entsprechend der Phasenveränderung des Arguments der Exponentialfunktion mit der Phasengeschwindigkeit $v_p = \omega/k$. Aufgrund der (linearisierten) Bewegungsgleichungen bestehen über die Dispersionsbeziehung feste Relationen zwischen Wellenzahl bzw. Wellenlänge und -frequenz oder Phasengeschwindigkeit: $\omega = \omega(k)$. Über die Betrachtung von überlagerten Einzelwellen oder Wellengruppen lässt sich zeigen, dass sich Wellengruppen, und damit auch der Energieinhalt von Wellenfeldern, mit der Gruppengeschwindigkeit $v_g = d\omega/dk$ ausbreiten. Für Schwerewellen an einer freien Oberfläche über tiefem Wasser folgt die Dispersionsbeziehung $\omega = \sqrt{gk}$. Die Phasengeschwindigkeit ergibt sich zu $v_p = \sqrt{g/k}$, die Gruppengeschwindigkeit zu $v_g = 1/2\ \sqrt{g/k} = 1/2\ v_p$. Die zentrale Erkenntnis hierbei ist, dass sich lange Wellen schneller ausbreiten als kurze (beachte: $\lambda = 2\pi/k$).

Die Zusammenhängen der linearen Wellentheorie erlauben es bereits, erste mögliche Mechanismen für besonders große Wellen zu diskutieren. Zunächst ist zu beachten, dass natürlicher Seegang immer eine gewisse Bandbreite aufweist, oder in anderen Worten, aus verschiedenen Anteilen unterschiedlicher Wellenlängen zusammengesetzt ist. Ursächlich hierfür sind zum einen die Erregungs- und Dissipationsmechanismen wie Wind und Wellenbrechen, zum anderen aber auch die tatsächlich nichtlinearen Entwicklungsgleichungen, die zur Ausbildung eines turbulenten Wellenfeldes führen. Die lineare Dispersionsbeziehung zeigt zunächst, dass sich die einzelnen spektralen Anteile eines gegebenen Seegangs entsprechend ihrer jeweiligen Wellenlänge mit eigener Ausbreitungsgeschwindigkeit bewegen. Geht man davon aus, dass sich die einzelnen Anteile (zumindest auf zeitlich kurze Sicht) ohne gegenseitige Wechselwirkung entwickeln, ergibt sich ein klassisches Interferenzproblem, bei dem die lokalen Phasenbeziehungen zwischen den Wellenanteilen über konstruktive oder destruktive Interferenz entscheiden und große Wellenerhebungen bei entsprechenden Phasenlagen auftreten können. Rein statistisch müsste folglich hin und wieder zufällig eine besonders große

2) Die vertikale Koordinate z wird von der ungestörten freien Wasseroberfläche nach oben gemessen.

RANDBEDINGUNGEN

Im Falle ebener, inkompressibler Wellen als erstem Ansatz für die Beschreibung von Tiefwasserwellen soll weit entfernt von der Oberfläche keine Vertikalgeschwindigkeit w auftreten:

$$w = \frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0 \text{ für } z \to -\infty.$$

An der freien Oberfläche selbst, beschrieben durch die Oberflächenerhebung $\eta(x, t)$, ergibt sich eine **kinematische Randbedingung** aus der Forderung, dass Fluidteilchen an der Oberfläche diese nicht verlassen:

$$\frac{D\eta}{Dt} = \frac{\partial\eta}{\partial t} + u\frac{\partial\eta}{\partial x} = w \text{ bei } z = \eta.$$

Dabei bezeichnen $\frac{D}{Dt}$ die aus der Kontinuums- oder Fluidmechanik bekannte **materielle Ableitung** und u die Geschwindigkeit in x-Richtung. Da der Druck im Fluid an der freien Oberfläche gleich dem als konstant angenommenen Luftdruck sein muss, folgt eine **dynamische Randbedingung** an der freien Oberfläche:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + g\eta = 0 \text{ bei } z = \eta.$$

Zu beachten ist, dass die Randbedingungen an der freien Oberfläche nichtlineare Terme beinhalten und an der erst noch zu bestimmenden Oberfläche auszuwerten sind.

Wellenerhebung vorkommen. Gerade im Bereich sehr großer Amplituden decken sich die beobachteten Häufigkeiten nur sehr schlecht mit dieser Erwartung. So zeigen Langzeitmessungen mittels Bojen, dass besonders große Wellen wesentlich häufiger auftreten, als es obiger Erwartung entsprechen würde. Daher müssen weitere Effekte eine Rolle spielen.

Betrachtet man zunächst Effekte innerhalb der linearen Wellenmechanik, liegen zwei Hypothesen nahe:

- Aufgrund räumlicher Inhomogenitäten wie Strömungen oder variierender Meerestiefe in flacherem Wasser[3] können sich in bestimmten Raumbereichen große Amplituden ausbilden (**Abb. 2**) – analog zur räumlichen Fokussierung von Lichtwellen in Medien mit räumlich oder zeitlich veränderlichem Brechungsindex.
- Fokussierung kann auch bei räumlich homogenen Bedingungen auftreten: Die Dispersionsbeziehung zeigt, dass sich lange Wellen schneller bewegen als kurze. Tritt also eine Situation auf, bei der längere Wellen zunächst hinter kürzeren herzulaufen scheinen, kann es zur „dispersiven Fokussierung“ kommen: Die langen Wellen holen die kurzen ein, und Wellenenergie fokussiert sich räumlich, sodass große Wellen entstehen.

Viele Eigenschaften der räumlichen Fokussierung, insbesondere wenn diese im Bereich starker Meeresströmungen auftritt, decken sich mit Beobachtungen und Erfahrungen der Seefahrt. So sind Seegebiete um den Agulhas-Strom vor der Küste Südafrikas seit langem als besonders gefährlich bekannt, eine Reihe von Vorfällen ist gut dokumentiert. Allerdings sind ebenfalls zahlreiche Monsterwellen aus Seegebieten verzeichnet, die weit ab von Küsten oder starken Strömungen liegen. Für diese Ereignisse scheint dispersive Fokussierung eine naheliegende Ursache. Die Erklärungskette ist dabei jedoch nicht vollständig geschlossen, da das anfängliche Auftreten langer Wellen hinter kurzen noch der Erklärung bedarf.

Von Stokes zu Schrödinger

Die bislang skizzierten Mechanismen für große Amplituden basieren auf der Zerlegung des Wellenfeldes in spektrale Komponenten, die nicht miteinander wechselwirken, also auf einer Linearitätsannahme. Dass Nichtlinearitäten bei Schwerewellen aber eine bedeutende Rolle spielen können, ist bereits seit dem 19. Jahrhundert bekannt. George Gabriel Stokes berechnete 1847 ebene periodische Wellen endlicher Amplitude als Lösungen der nichtlinearen Bewegungsgleichungen: die heute nach ihm benannten Stokes-Wellen. Diese sind gegenüber harmonischen linearen Wellen durch etwas steilere Wellenberge und etwas flachere Wellentäler gekennzeichnet. Erst in den 1960er-Jahren zeigten allerdings Stabilitätsanalysen, dass Stokes-Wellen instabil sind. Die Instabilität heißt heute meist nach ihren Entdeckern Benjamin-Feir-Instabilität und wird in Versuchen rasch sichtbar: Breiten sich periodische Wellen entlang eines Versuchsbeckens aus, bilden sich in der Regel zunächst anwachsende Wellengruppen. Allerdings verschwinden die Modulationen etwas später wieder, und es ergibt sich entweder ein chaotisches Wellenfeld oder aber ein quasiperiodischer Zustand aus auf- und abklingenden Wellenmodulationen. Das Phänomen tritt auch im Meer auf, und vieles deutet darauf hin, dass das An- und Abschwellen der Brandung an Strand oder Küste Folge der Benjamin-Feir-Instabilität ist.

Es liegt nahe, die Entstehung besonders großer Einzelwellen ebenfalls mit der Benjamin-Feir-Instabilität und den resultierenden Modulationseffekten in Verbindung zu bringen. Allerdings wurde die Stabilität der (nichtlinearen) Stokes-Wellen im Rahmen einer linearen Stabilitätsanalyse bestimmt. Daher sind auch nur bedingt Aussagen darüber möglich, wie sich instabile Modulationen und die tatsächliche Größe der Amplituden der resultierenden Wellengruppen langfristig entwickeln – hierfür ist die Analyse bzw. Lösung der nichtlinearen Bewegungsgleichungen notwendig.

Eine Lösung des Anfangsrandwertproblems der nichtlinearen Wellengleichungen auf der Ebene des Strömungspotentials und der hochgradig nichtlinearen Randbedingungen ist heute zwar numerisch mit verschiedenen Verfahren möglich, für das Auffinden besonders charakteristischer Lösungen oder Lösungsklassen erweisen sich aber idealisierte nichtlineare Bewegungsgleichungen als fruchtbarer.

Die elementarste Beschreibung, die es für näherungsweise periodische Wellen erlaubt, Dispersion, also die Wellenlängenabhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit, und Nichtlinearität zu berücksich-

3) Beide Effekte beeinflussen auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit einzelner Wellenphasen.

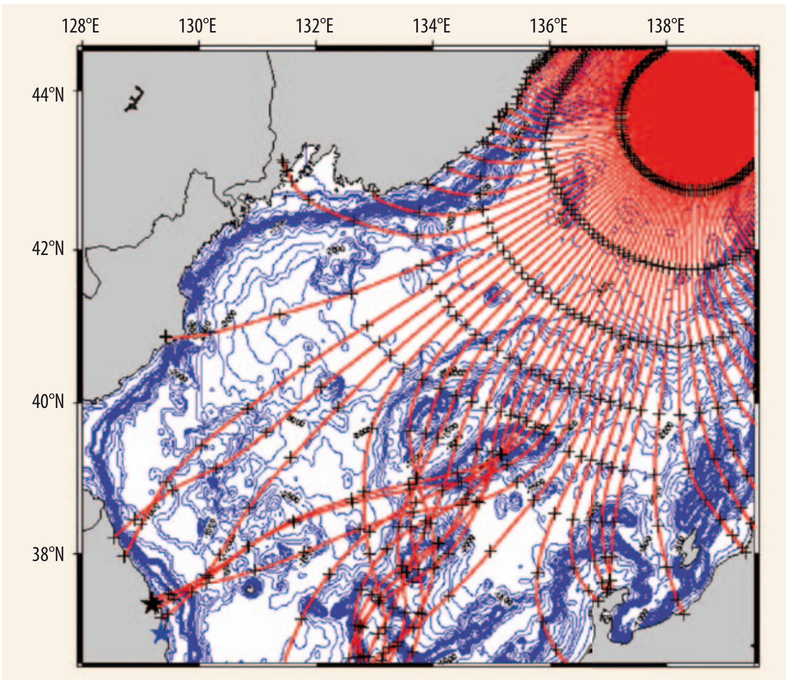


Abb. 2 Wellenausbreitung in einem Seegebiet mit Meeresströmungen und unterschiedlicher Tiefe (blaue Tiefenlinien). Die roten Strahlen sind dabei stets orthogonal zu den zugrunde liegenden Wellenfronten und wurden numerisch (mit Ray Tracing) bestimmt. Die Wellen breiten sich von rechts oben aus. Im unteren Bereich sind ausgeprägte räumliche Fokussierungseffekte erkennbar.

tigen, ist die „nichtlineare Schrödinger-Gleichung" (NLS) mit kubischer Nichtlinearität. Sie ist aus einer Vielzahl von Bereichen der Wellenphysik bekannt, wie der nichtlinearen Optik oder der Plasmaphysik. Für Tiefwasserwellen nimmt sie die folgende Form an:

$$i\left[\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\omega_0}{2k_0}\frac{\partial A}{\partial x}\right]-\frac{\omega_0}{8k_0^2}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}-\frac{1}{2}\omega_0 k_0^2|A^2|A=0$$

Die komplexe Amplitude A beschreibt darin die Einhüllende eines Wellenzugs und erlaubt die Betrachtung von Amplituden- und Phasenmodulationen. ω_0 und k_0 stehen für Frequenz und Wellenzahl der als Trägerwelle zugrunde liegenden Stokes-Welle. Die NLS leitet sich dabei aus den Grundgleichungen ab. Die Ableitung selbst ist vergleichsweise formal, die Bedeutung der auftretenden Terme ist aber auch intuitiv zu erfassen: In der eckigen Klammer findet sich die sog. Lagrangesche oder materielle Veränderung der Wellenamplitude mit der Zeit. Der zweite Term verschwindet, wenn man die Gleichung in einem Koordinatensystem formuliert, das sich mit Gruppengeschwindigkeit mit den Wellen mitbewegt. Darauf folgt ein diffusiver Term, der nichtkonstante Amplitudenverläufe auszugleichen versucht. Er ist Ausdruck der Dispersion und korrespondiert mit dem Auseinanderlaufen von Wellenpaketen aufgrund ungleicher Ausbreitungsgeschwindigkeiten der konstituierenden Wellenkomponenten. Beide Anteile führen zu einer linearen Schrödinger-Gleichung, wie sie aus der Quantenmechanik bekannt ist: Im Wesentlichen handelt es sich um eine Diffusionsgleichung mit imaginärer bzw. komplexer Diffusionskonstante. Der letzte Term der Gleichung ergibt sich aus der „Amplitudendispersion": Nichtlineare Wellengleichungen führen in der Regel dazu, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen von ihrer Amplitude abhängt. Im vorliegenden Fall ergibt sich ein Beitrag, der kubisch mit der Amplitude eingeht. Die NLS erlaubt aufgrund der ihr inhärenten Abstraktion und Idealisierung des übergeordneten Strömungsproblems geradezu archteypisch, nichtlineare Wellenphänomene in dispersiven Medien zu analysieren.

Bei entsprechender Skalierung von Raum- und Zeitvariablen sowie der Amplitude lässt sich die NLS für Tiefwasserwellen auch in einer Normalform darstellen, die wir im Folgenden verwenden:

$$iA_T + A_{XX} + 2|A^2|A = 0\,,$$

wobei der Index X bzw. T für die Ableitung nach der skalierten Orts- bzw. Zeitvariable steht.

Besonders intensiv werden seit einigen Jahren die „Breather-Lösungen" der NLS diskutiert – meist im Kontext solitärer Lösungen oder von Solitonen, weil ihre Bestimmung oft mit denselben Methoden erfolgt. Bei solitären Lösungen bleibt die Wellenform zeitlich erhalten. Bei Breathern handelt es sich dagegen um Lösungen, die aus nichtlinearen periodischen Wellen entstehen, große Amplituden entwickeln und anschließend wieder zur periodischen Ausgangswelle zurückkehren – d. h. das Wellenfeld „atmet" quasi genau einmal. Das Entstehen großer Amplituden aus einer Stokes-Welle heraus, und damit quasi „aus dem Nichts", und das anschließende Verschwinden der großen Erhebungen und die Rückkehr zur Stokes-Welle wirft daher die Frage auf, ob Monsterwellen Realisierungen von Breather-Zuständen der NLS entsprechen.

Der elementarste Breather-Zustand der NLS ist die Peregrine-Lösung:

$$A(X,T) = a\exp(2ia^2T)\left(1-\frac{4(1+4ia^2T)}{1+4a^2X^2+16a^4T^2}\right)$$

Sie enthält nur einen freien Parameter, nämlich die Amplitude a des zugrunde liegenden periodischen Wellenzustands (**Abb. 3a**). Wie aus dem Nichts fokussiert sich Wellenenergie aufgrund der nichtlinearen Wechselwirkungen im Zeitverlauf. Eine maximale Amplitude entsteht, die genau dreimal so groß ist wie die Ursprungsamplitude des Hintergrundfeldes. Anschließend findet eine Defokussierung statt, und das Wellenfeld kehrt zum Ursprungszustand zurück.

Im Lauf der letzten Jahre wurden die vorliegenden Messdaten von Monsterwellen mit dem Verhalten des Peregrine-Breathers verglichen (**Abb. 3b, c**). Alle bishe-

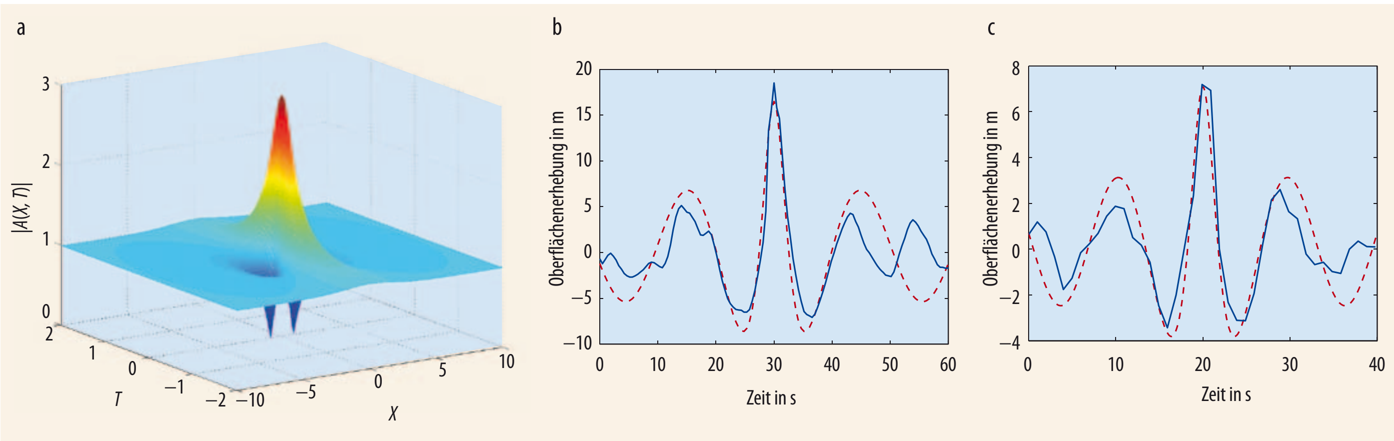


Abb. 3 Bei der analytischen Peregrine-Breatherlösung der NLS zeigt sich eine raumzeitlich lokalisierte Verstärkung des Wellenfeldes (a). Gezeigt ist der Betrag der Amplitudenmodulation als (skalierte) Funktion von Raum und Zeit. Beobachtete Ereignisse (blaue Linie) wie die Neujahrswelle in der Nordsee (b, vgl. **Abb. 1**) und eine Monsterwelle aus der japanischen See (c) lassen sich bereits recht gut mit Peregrine-Breatherlösungen der NLS (rot gestrichelte Linie) modellieren.

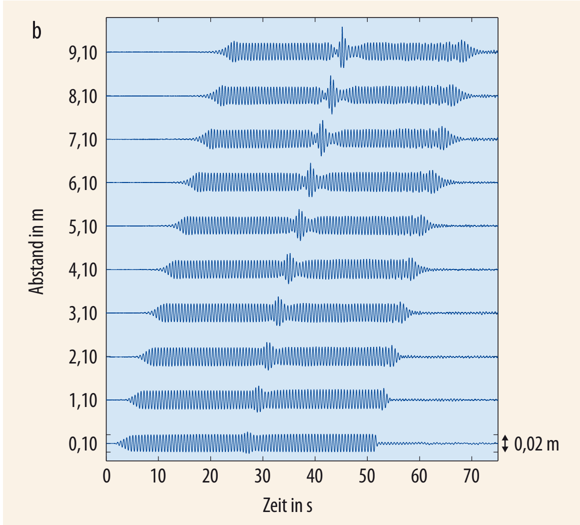


Abb. 4 Am kleinen Wellenkanal am Institut für Mechanik und Meeresenergie der TU Hamburg-Harburg – zu erkennen sind Wellenerzeuger und -sonde – lassen sich Wellen in verschiedenen Abständen zum Wellenerreger messen (b).

rigen Vergleiche stützen die Hypothese, dass Monsterwellen mit dem Auftreten von Breather-Lösungen im Meer korrelieren. Leider liegen vollständig raumzeitlich aufgelöste Messdaten natürlicher Monsterwellen derzeit nicht vor: Die meisten Messungen werden an einzelnen festen Raumpunkten vorgenommen. So ergibt sich die Wellenerhebung an diesen Punkten als Funktion der Zeit. Zur räumlichen Wellenform oder zum Strömungsfeld selbst gibt es nur sehr wenige Daten. Einen ersten Schritt, um das räumliche Verhalten zu ermitteln, leisteten vor einigen Jahren Satellitenmessungen. Die gewonnenen Felder zur Oberflächenerhebung liegen aber nur für einen festen Zeitpunkt vor, sind also nur zeitliche Schnappschüsse.

Monsterwellen im Labor

Angesichts der schwierigen Beobachtungslage scheint es vielversprechend, Peregrine-Breather experimentell in einem Wellenkanal zu erzeugen (**Abb. 4a**) [6]: An einem Ende des Wasserbeckens werden die Wellen mit einer eingetauchten und um eine horizontale Achse drehbaren Klappe (Wellenerzeuger) angeregt. Die Klappe generiert zunächst mit einer periodischen Bewegung Stokes-Wellen. Um Peregrine-Breather zu erzeugen, überlagert man anschließend die aus der Peregrine-Lösung der NLS gegebene Amplitudenmodulation multiplikativ der Klappenbewegung. Da es sich um Laborversuche in einer nur etwa 15 Meter langen Anlage handelt, sind die Lösungen entsprechend herabskaliert. Die Oberflächenerhebung lässt sich an verschiedenen Positionen im Becken messen, nachdem der Wellengenerator Anfangsrandwertbedingungen erzeugt hat (**Abb. 4b**): Nahe am Wellengenerator wird eine kleine, der theoretischen Lösung der NLS entsprechende Störung auf das Hintergrundwellenfeld der Stokes-Welle aufgebracht. Die Störung breitet sich mit Gruppengeschwindigkeit aus und fokussiert Wellenenergie auf sich. Im dargestellten Experiment tritt die maximale Wellenerhebung etwa neun Meter vom Wellengenerator entfernt auf. In geradezu verblüffender Übereinstimmung zwischen theoretischer Erwartung und Messergebnis resultiert an der Position der maximalen Verstärkung zum entsprechenden Zeitpunkt eine Welle, die gegenüber dem ungestörten Hintergrundfeld mit hoher Genauigkeit die dreifache Amplitude aufweist (**Abb. 5**): Eine „Monsterwelle" ist quasi aus dem Nichts (d. h. einer homogenen periodischen Stokes-Welle) heraus entstanden.[4)]

Interessant ist auch, dass sich je nach Phasenlage zwischen Trägerwelle (Stokes) und Einhüllender (NLS) solche Monsterwellen an einem gegebenen Beobachtungspunkt in Form besonders markanter Wellenberge (**Abb. 5a**) oder aber besonders tiefer Wellentäler (**Abb. 5b**) äußern. Versuche mit längerer Laufstrecke zeigen zudem, dass sich die so entstandenen Monsterwellen tatsächlich wieder auflösen und in guter Näherung nach einiger Zeit wieder das weitgehend ungestörte Hintergrundwellenfeld (Stokes-Welle) entsteht. Wenn der zugrunde liegende Zustand der Wellen oder des Seegangs keine besonders große Amplituden aufweist, was kleinen „Wellensteilheiten" $\varepsilon = a\,k$ entspricht (mit Wellenamplitude a und Wellenzahl k), und damit die nichtlinearen Effekte weniger stark ausgeprägt sind, können Peregrine-Wellen auch in Form räumlich breiterer Pakete auftreten (**Abb. 5c**). Am Ort der Beobachtung scheint eine gewisse Anzahl sehr großer Wellen wie bei den „Drei Schwestern" aufeinander zu folgen. Insgesamt zeigen die Laborergebnisse also, dass Peregrine-Breather eine Reihe von Eigenschaften besitzen, die auch Monsterwellen auf offener See zugeschrieben werden.

Allerdings gibt es auch markante Unterschiede zwischen Breathern der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung und Meereswellen: Natürlicher Seegang ist zumindest leicht aperiodisch oder gar turbulent, also irregulär, während die NLS-Breather als Zustände auf regulärem Hintergrund einer periodischen Stokes-Welle auftreten. Natürlicher Seegang ist dreidimensional, NLS-Breather sind zweidimensional (Ausbreitungsrichtung und Wassertiefe). Meereswellen sind

4) Auf YouTube gibt es einen Film zur Begegnung einer solchen Welle mit einem Spielzeugboot: bit.ly/J6KsiI

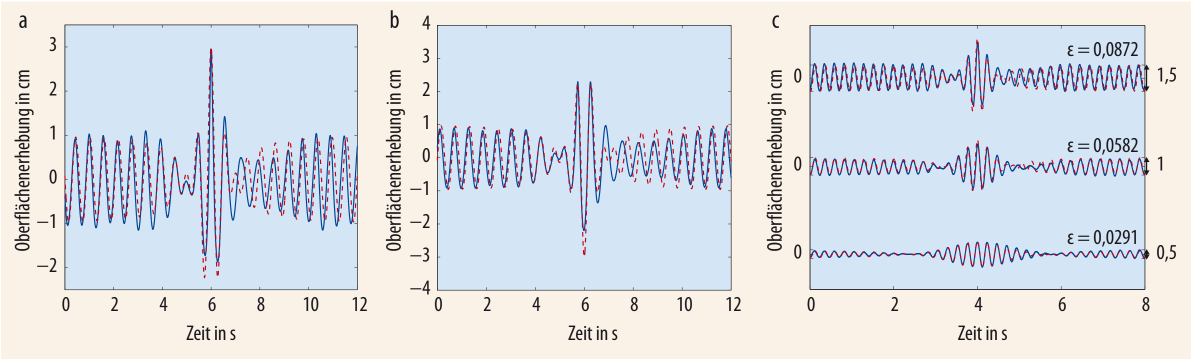


Abb. 5 Der Vergleich von im Wellenkanal erzeugten Peregrine-Breathern (blau) mit der theoretischen Erwartung gemäß NLS-Theorie (rot): Jeweils zum Zeitpunkt maximaler Amplitudenverstärkung können dabei ein extremer Wellenberg (a, „Kaventsmann"), ein extremes Wellental (b, „Loch im Ozean") oder eine hohe Wellengruppe (c, „Drei Schwestern") bei kleinerer Steilheit des Hintergrundseegangs entstehen.

meist winderregt, während über die Erregbarkeit von Breather-Lösungen bislang nur wenige Erkenntnisse vorliegen. Meereswellen können in verschiedensten Formen brechen – in der NLS ist dieses Phänomen nicht berücksichtigt. Die NLS in der diskutierten Form ist nur für nicht zu steile Wellen und tiefes Wasser gültig, in manchen Seegebieten treten aber auch steilere Wellen auf, und Flachwassereffekte spielen eine Rolle. Auch aus Sicht der theoretischen Wellenmodellierung liegen zwischen den vollständigen Evolutionsgleichungen von Meereswellen und der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung noch mehrere Abstraktions- und Idealisierungsebenen: Erweiterte Schrödinger-Gleichungen erlauben es, stärkere Nichtlinearitäten, wellengenerierte Strömung und etwas breitbandigeren Hintergrundseegang zu berücksichtigen. Auch die für die NLS angenommene Wirbel- und Dissipationsfreiheit des Strömungsfeldes muss in komplexeren Formulierungen nicht gelten, und letztlich bleiben wohl auch die Winderregung von Meereswellen und die Interaktion zwischen ozeanischer und atmosphärischer Grenzschicht nicht ohne Einfluss auf das Entstehen großer Wellen.

Vom Modell zur Vorhersage

Noch ist das Verständnis natürlicher Monsterwellen sehr lückenhaft, nicht zuletzt weil raumzeitlich aufgelöste Beobachtungsdaten fehlen, mit denen sich Hypothesen zu Erregungsmechanismen validieren lassen: Ob dabei letztlich Überlagerungs- und Interferenzeffekte dominieren oder nichtlineare Fokussierung den Schlüssel zum Verständnis von Extremwellen darstellt, ist derzeit noch ungeklärt. Dennoch scheint sich abzuzeichnen, dass diese seltenen, großen Wellenereignisse in Bezug zu generischen Breathern stehen oder zumindest zu Breather-artigen Lösungen der nichtlinearen Entwicklungsgleichungen. Daher ist zu erwarten, dass der Mythos der Monsterwellen in absehbarer Zeit einem physikalischem Verständnis weichen wird. Das sollte dann wahrscheinlichkeitsbasierte Aussagen zum Auftreten großer Wellen in Seegebieten ermöglichen. Ein solches Wissen ist unabdingbar, wenn es etwa darum geht, Offshore-Anlagen zur Gewinnung erneuerbarer maritimer Energien zu installieren. Schließlich könnten Systeme, mit denen sich Monsterwellen zeitnah erkennen, vorhersagen und vermeiden lassen, den „Monstern" ihren Schrecken nehmen.

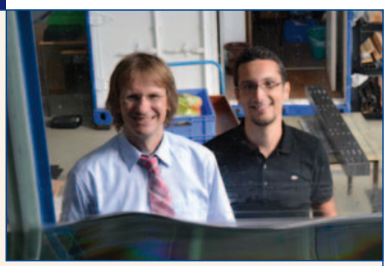
Danksagung

Wir danken der Volkswagen-Stiftung für die Förderung der Arbeiten im Projekt „Extreme Ocean Gravity Waves – Analysis and Prediction on the Basis of Breather Solutions in Nonlinear Evolution Equations".

Literatur

[1] *G. Clauss*, Appl. Ocean Res. **24**, 147 (2002)
[2] *K. Dysthe*, *H. Krogstad* und *P. Müller*, Annu. Rev. Fluid Mech. **40**, 287 (2008)
[3] *P. Müller*, *Ch. Garrett* und *A. Osborne*, Oceanography **18**, 66 (2005)
[4] *Ch. Kharif*, *E. Pelinovsky* und *A. Slunyaev*, Rogue Waves in the Ocean, Springer, Berlin (2009)
[5] *A. Slunyaev*, *I. Didenkulova* und *E. Pelinovsky*, Contemporary Physics **52**, 571 (2011)
[6] *A. Chabchoub*, *N. Hoffmann* und *N.Akhmediev*, Phys. Rev. Lett. **106**, 204502 (2011)

DIE AUTOREN



Norbert Hoffmann (links) hat in Erlangen Physik studiert und in Bayreuth über ein Thema aus der Hydrodynamik promoviert. Ab Mitte 1997 hat er sich im Rahmen von verschiedenen Funktionen bei der Robert Bosch GmbH im industriellen Umfeld mit u. a. nichtlinearen Schwingungen beschäftigt, bevor er 2005 einen Ruf auf eine Professur für Strukturdynamik an der TU Hamburg-Harburg angenommen hat.
Amin Chabchoub war nach seinem Diplomabschluss in Mathematik (U Bremen) als Assistent zwei Jahre an der TU Wien, bevor er 2008 an die TU Hamburg-Harburg wechselte. Kürzlich hat er dort seine Promotion über Breather-Lösungen bei Wasserwellen abgeschlossen.

