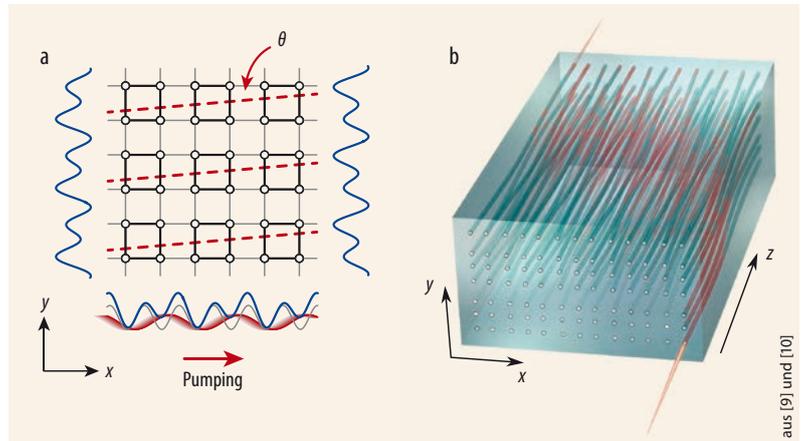


## ■ Die unbekannt Dimension

Forschern ist es gelungen, den vierdimensionalen Quanten-Hall-Effekt experimentell zu simulieren und die zweite Chern-Zahl zu messen.

Der Quanten-Hall-Effekt, entdeckt durch Klaus von Klitzing im Jahr 1980 [1], hat die Welt der Festkörperphysik fundamental erweitert: Ein zweidimensionales Elektronengas wird einem Magnetfeld ausgesetzt und weist dabei eine Landau-Quantisierung der erlaubten hochentarteten Energieniveaus auf. Die Beschränkung der elektronischen Bewegungsfreiheitsgrade auf zwei Dimensionen kann auf verschiedene Weise erfolgen: Eine Möglichkeit ist es, ein Quantentropfpotential an der Grenzfläche zweier Halbleiter zu erzeugen, sodass das elektronische Energiespektrum senkrecht zur Grenzfläche quantisiert ist und so für hinreichend tiefe Temperaturen die elektronische Kinematik in dieser Bewegungsrichtung unterbunden wird.

Die außergewöhnliche Signatur des Quanten-Hall-Effekts ist das universelle Verhalten des Hall-Widerstands  $\rho = 1/n \cdot h/e^2$  mit  $n \in \mathbb{N}$ , der sich aus dissipationslosen chiralen Randzuständen ergibt. David J. Thouless hat 1982 gezeigt [2], dass die damit verknüpfte Hall-Leitfähigkeit durch  $\sigma = C_1 \cdot e^2/h$  gegeben ist, wobei  $C_1 \in \mathbb{N}$  die erste Chern-Zahl bezeichnet. Als topologische Invariante ist die Chern-Zahl eng mit der Berry-Phase verknüpft [3]. Diese beschreibt Interferenzeffekte, die aus der Krümmung des Parameterraums eines (nicht notwendigerweise quantenmechanischen) physikalischen Systems resultieren. Aufgrund der Ähnlichkeit zu den Effekten eines geladenen Teilchens im Magnetfeld erscheint die Berry-Phase oft in einer zum Elektromagnetismus forminvarianten Gestalt. Aus physikalisch-theoretischer Perspektive beschreibt die Ganzzahligkeit der Chern-Zahl den Umstand, dass Berry-Fluss-Monopole im Impulsraum, verstanden als Quellen der Berry-Phase, dieselbe Flussquantisierungsbedingung erfüllen wie magnetische Monopole im Ortsraum [3].



**Abb. 1** (a) Ein optisches Gitter beinhaltet ultrakalte Atome und setzt sich aus einem System zweier Übergitter zusammen (grau, rot). Die Minima des zusammengesetzten Feldes (blau) bestimmen die Positionen der Atome, die Höhe der Potentialbarrieren das Tunneln. Beim Pumpvorgang wird ein Übergitter (rot) in x-Richtung verschoben und ist geringfügig um den Winkel  $\theta$  gegen die Summe verdreht. (b) Für eine eindimensionale Wellenleiterpumpe ist eine in x-Richtung angeordnete Kette von Licht-

wellenleitern gegeben, die evaneszent aneinander koppeln. Die Propagationsrichtung der Wellenleiter in z-Richtung verhält sich in den Bewegungsgleichungen wie eine synthetische Zeitdimension. Für die eindimensionale Thouless-Pumpe sind die Wellenleiter so angeordnet, dass sie eine z-periodische Variation und damit ein Pumpen simulieren. Die zweidimensionale Thouless-Pumpe setzt sich entsprechend aus einem zweidimensionalen Gitter von Wellenleitern zusammen.

Der Quanten-Hall-Effekt stellt für viele die Geburtsstunde topologischer Phasen in der Festkörperphysik dar und ist damit seit mehr als 30 Jahren Ausgangspunkt zahlreicher davon abgeleiteter Forschungsrichtungen [4]. Dazu zählen der Quanten-Hall-Effekt von Dirac-Fermionen bei Zimmertemperatur in Graphen [5], der Chern-Isolator als zweidimensionale Gittervariante des Quanten-Hall-Effekts mit chiralen Randmoden ohne externes Magnetfeld [6] sowie der Quanten-Spin-Hall-Effekt in HgTe/CdTe-Quantentrögen als eine der zentralen Entdeckungen des vergangenen Jahrzehnts [7].

Eine interessante Analogie zum zweidimensionalen Quanten-Hall-Effekt weist die topologische Ladungspumpe nach Thouless auf [8]. Ein Systemparameter eines eindimensionalen Elektronensystems mit Anregungslücke wird adiabatisch zyklisch variiert. Trotz der Anregungslücke lässt sich in jedem Zyklus ein ganzzahliges Vielfaches

der Elementarladung  $e$  transportieren. Dieses Vielfache ist durch die erste Chern-Zahl  $C_1$  gegeben, die ihrerseits dem totalen Fluss eines Berry-Fluss-Monopols in (1+1)-dimensionaler Raumzeit entspricht.

Zwei unabhängige Experimente erlaubten nun erstmals, die zweite Chern-Zahl zu messen – eine bisher nicht zugängliche topologische Invariante [9, 10]. Um das Jahr 2000 haben mehrere Theoriegruppen begonnen, höherdimensionale Verallgemeinerungen des Quanten-Hall-Effekts zu untersuchen [11]. Ihr Interesse lag in Fragestellungen der Kosmologie und im Bestreben begründet, fraktionale topologische Quantenzustände von Materie in höheren Dimensionen zu definieren und deren Randzustände zu analysieren. Daran schließen die zwei aktuellen experimentellen Arbeiten der Gruppen von Immanuel Bloch am Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching [9] und von Mikael C. Rechtsman an der Pennsylvania State University

an [10]. Die Kernidee der Experimente, ein klassisches Analogon zum vierdimensionalen Quanten-Hall-Effekt zu entwickeln, geht auf die theoretischen Arbeiten von Oded Zilberberg zurück, der die topologische Ladungspumpe nach Thouless auf zwei Dimensionen erweitert hat [12]. Ein Zusammenhang besteht deshalb, weil jede adiabatische zyklische Parametervariation eine weitere synthetische Dimension erzeugt, sodass sich über die zweidimensionale Thouless-Pumpe eine Realisierung des vierdimensionalen Quanten-Hall-Effekts ergibt. Für einen  $2n$ -dimensionalen Quanten-Hall-Effekt lassen sich  $n$  verschiedene Chern-Zahlen definieren – im vierdimensionalen Fall die erste Chern-Zahl  $C_1$ , gegeben durch eine Integration der Berry-Krümmung über einen geschlossenen zweidimensionalen Parameterunterraum, und die zweite Chern-Zahl  $C_2$ , gegeben durch eine Integration des Produkts der Berry-Krümmungen zweier zweidimensionaler Parameterschnitte über den gesamten vierdimensionalen Parameterraum.

Die Gruppe um Immanuel Bloch realisierte die adiabatische zyklische Parametervariation durch laserinduzierte Übergitter in einem ultrakalten Gas [9]. Die Gruppe

um Mikael C. Rechtsman stimmte dagegen die Abstände individueller Wellenleiter ab [10]. Während die eindimensionale Thouless-Pumpe bereits experimentell realisiert wurde [13], erlauben es diese Experimente erstmals, die zweite Chern-Zahl  $C_2$  zu messen, die in einem Term der Bewegungsgleichungen auftaucht, der beide Thouless-Pumpen koppelt und somit eine quadratische Form in den effektiven externen Feldern einnimmt.

Wenn beide eindimensionalen Thouless-Pumpen unabhängig voneinander sind, reduziert sich die zweite Chern-Zahl auf das Produkt der beiden individuellen ersten Chern-Zahlen. Um diesen Spezialfall auszuschließen, gilt es, die eindimensionalen Thouless-Pumpen so miteinander zu verknüpfen, dass die tatsächliche Kinematik der ultrakalten Atome beziehungsweise des evaneszent propagierenden Lichts durch den Wellenleiter ein kombiniertes Phänomen beider Pumpvorgänge wird. Im optischen Gitter erfolgt dies über einen kleinen Verschiebungswinkel  $\theta$  der Übergitter (Abb. 1a). Im Wellenleiter hängt die evaneszente Kopplung im Gitter sowohl von den Leiterabständen als auch von der Wellenlänge ab (Abb. 1b).

Dies sorgt für die

nötige effektive Kopplung beider Pumpvorgänge.

Die Zukunft wird zeigen, welche technischen Anwendungen sich aus den Experimenten ableiten lassen. Dessen ungeachtet gilt, dass die Vereinigung von Topologie und synthetischen physikalischen Freiheitsgraden die Forschung an elektronischen Materialien nicht nur ergänzen, sondern maßgeblich vorantreiben wird.

Ronny Thomale

Prof. Dr. Ronny Thomale, Lehrstuhl für Theoretische Physik I (TP1), Julius-Maximilians-Universität Würzburg, Am Hubland, 97074 Würzburg

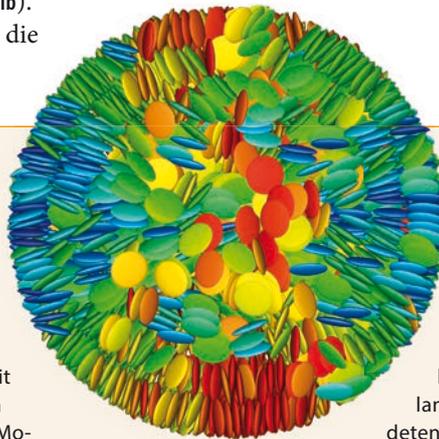
- [1] K. v. Klitzing et al., Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980)
- [2] D. J. Thouless et al., Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982)
- [3] M. Berry, Proc. Royal Soc. Lond. A **392**, 45 (1984)
- [4] R. Thomale, Ihrer Zeit vorausgeilt, Physik Journal, Dezember 2016, S. 24
- [5] K. S. Novoselov et al., Science **315**, 1379 (2007)
- [6] F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **61**, 2015 (1988); C.-Z. Chang et al., Science **340**, 167 (2013)
- [7] M. König et al., Science **318**, 766 (2007)
- [8] D. J. Thouless, Phys. Rev. B **27**, 6083 (1983)
- [9] M. Lohse et al., Nature **553**, 55 (2018)
- [10] O. Zilberberg et al., Nature **553**, 59 (2018)
- [11] P. Werner, Diplomarbeit, ETH Zürich (2000), arXiv: 1207.4954; S.-C. Zhang und J. Hu, Science **294**, 823 (2001)
- [12] H. M. Price et al., Phys. Rev. Lett. **115**, 195303 (2015)
- [13] M. Lohse et al., Nat. Phys. **12**, 350 (2015)

## NANORINGE AUS FLÜSSIGKRISTALLEN

Flüssigkristalle, die aus scheibenförmigen Molekülen aufgebaut sind, können hohe, elektrisch leitfähige Säulen bilden, wenn sie sich wie Münzen aufeinander stapeln. Diese so genannten diskotischen Flüssigkristalle zeigen aber noch eine andere erstaunliche Fähigkeit zur Ordnung: Eingefüllt in die Nanoporen eines Silikatglases, ordnen sie sich beim Abkühlen in konzentrischen Ringen an (Abb.).

Dieses Verhalten haben Forscherinnen und Forscher mit Diffraktionsmethoden an der Röntgenquelle PETRA III am DESY in Hamburg beobachtet. Motiviert waren die Untersu-

chungen durch überraschende stufenartige Signaländerungen, die in laseroptischen Experimenten mit den Flüssigkristallen bei Raumtemperatur auftraten. Typischerweise zeigt sich dieses Quantenverhalten erst bei sehr tiefen Temperaturen.



Die Flüssigkristalle befanden sich in  $360\ \mu\text{m}$  langen Poren mit  $17\ \text{nm}$  Durchmesser. Nach dem Erhitzen auf etwa  $100\ \text{°C}$  kühlten die Kristalle langsam ab und bildeten schrittweise, beginnend vom Rand der Pore, immer

mehr konzentrische Ringe (Abb.). Diese ließen sich durch kleine Temperaturänderungen gezielt ein- und ausschalten. Numerische Simulationen bestätigten diese unerwarteten Phasenübergänge.

In Nanoporen eingeschlossene, diskotische Flüssigkristalle könnten damit ein temperaturgesteuertes optisches Metamaterial ermöglichen. Als weitere Anwendung sind temperaturschaltbare Nanodrähte denkbar. K. Sentker et al., Phys. Rev. Lett. **120**, 067801 (2018)

