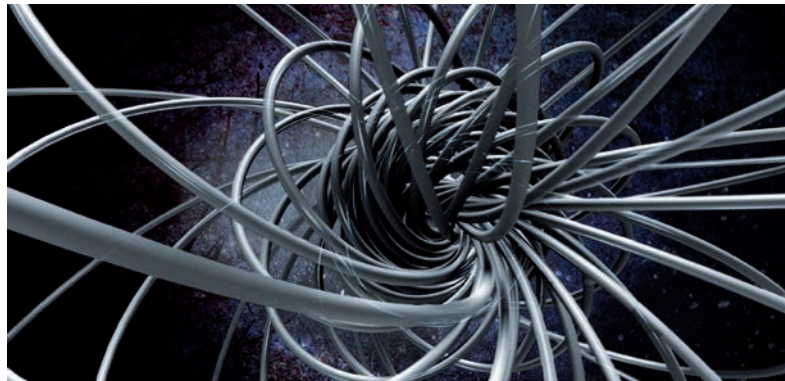


Von Qubits lernen

Ein neuer Zugang zur Quantenphysik für den Schulunterricht – moderne Forschung im Visier

Wolfgang Dür

Die Quantenphysik verdient wegen ihrer enormen Bedeutung einen Platz im Schulunterricht. Eine auf den Erkenntnissen der Quanteninformationstheorie basierende Sicht erlaubt Schülerinnen und Schülern einen konzeptionell einfachen und gleichzeitig modernen Zugang zur Quantenphysik. Dieser ermöglicht auch die Diskussion von modernen Forschungsthemen und Zukunftstechnologien.



Auch komplexe Themen wie die Quantenphysik (hier ein Bild aus der DVD „Quantendimensionen“ [8]) lassen sich elementarisieren und durch Bilder verständlich machen.

Die Quantenmechanik beschreibt die mikroskopische Welt mit bisher unerreichter Genauigkeit. Sie bildet zudem die Basis für moderne technische Anwendungen wie Laser oder Kernspintomograph. Der Formalismus ist sehr gut ausgearbeitet und verstanden, doch noch immer bestehen zahlreiche offene Fragen.

Die Grundlagen der Quantenphysik sind bereits seit geraumer Zeit Bestandteil des Lehrplans der Sekundarstufe 2. Die behandelten Themen orientieren sich dabei stark an historischen Aspekten. In den letzten beiden Jahrzehnten hat allerdings ein Wandel in der quantenphysikalischen Forschung stattgefunden. Anwendungsmöglichkeiten sind gegenüber fundamentalen Fragen in den Vordergrund gerückt. Dank eindrucksvoller Fortschritte bei der Kontrolle von Quantensystemen ist es heutzutage möglich, einzelne Atome und Photonen gezielt zu manipulieren und damit für Anwendungen zu nutzen [1]. Sogar die Beobachtung von Quanteneffekten bei immer größeren, beinahe makroskopischen Systemen wird diskutiert und vorangetrieben [2]. Technologien wie Teleportation, Quantenkryptographie, Quanteninternet oder Quantencomputer haben das Potenzial, unsere Gesellschaft nachhaltig zu beeinflussen. Diese Entwicklungen bieten auch

neue Möglichkeiten für den Schulunterricht und erlauben zukünftigen Generationen, Einblicke in die moderne Physik zu geben und auf die wichtige Rolle von Naturwissenschaft und Technik in unserer Gesellschaft hinzuweisen.

Angesichts der überragenden Bedeutung der Quantenphysik ist es überraschend, dass es im Vergleich zu anderen Theorien kein allgemein akzeptiertes Kern-Curriculum gibt. In der Elektrodynamik sind die wichtigsten Grundzüge und zentralen Begriffe identifiziert und zugehörige Elementarisierungen entwickelt: Spannung und Stromstärke, Elektrostatik und stationäre Stromkreise (Magnetostatik), Induktion und elektromagnetische Wellen. Elektrodynamik und Quantenmechanik haben zwar eine vergleichbare mathematische Komplexität: Die zentralen Gleichungen beider Theorien sind partielle Differentialgleichungen. Doch für die Quantenphysik fehlt ein vergleichbar klares, allgemein akzeptiertes Lehrkonzept. Weder über Unterrichtsziele noch Elementarisierungen besteht Konsens. Erschwerend kommt hinzu, dass Quantenphysik nicht unmittelbar im Alltag erfahrbar ist und oft genug unseren Alltagserfahrungen widerspricht.

Der vielleicht erfolgreichste Unterrichtsansatz ist das Münchner Konzept [3], das vier Wesenszüge der Quantenphysik identifiziert

und behandelt: die statistische Vorhersagbarkeit von Ereignissen, die Fähigkeit zur Interferenz von einzelnen Quantenobjekten, die Eindeutigkeit von Messergebnissen und die Komplementarität. Dies erfolgt entlang der Eigenschaften von Photonen und Elektronen.

Dabei orientiert sich der Zugang an historischen Schlüsselexperimenten (Photoeffekt, Welle-Teilchen-Dualismus, Interferometer, Doppelspaltversuch, Elektronenbeugung), welche auch die identifizierten Ziele des Quantenphysikunterrichts abdecken. Dazu zählt das Herausarbeiten der Gegensätze zur klassischen Physik und die Bereitstellung klarer Begriffe, um einer Mystifizierung vorzubeugen. Außerdem gelingt es, die Bornsche Wahrscheinlichkeitsinterpretation hervorzuheben und den Unterschied zwischen „eine Eigenschaft haben“ und „eine Eigenschaft messen“ zu vermitteln. Das Konzept wurde – wenn auch nur im kleinen Rahmen – erfolgreich im Unterricht eingesetzt und getestet [3].

Quanteninformation als Zugang

Statt entlang der historischen Entwicklung lässt sich über die Quanteninformation ein alternativer Zugang zur Quantenphysik schaffen. Dieser umgeht durch eine

Prof. Dr. Wolfgang Dür, Institut für Theoretische Physik, ICT-Gebäude, Technikerstraße 21A, 6020 Innsbruck, Österreich

1) Alle Abbildungen im Artikel wurden gemeinsam mit Stefan Heusler (U Münster) konzipiert und von Michael Tewiele (MT Mediendesign) umgesetzt.

größtmögliche Elementarisierung begriffliche und mathematische Schwierigkeiten. Die Verwendung komplexer Mathematik – wie sie bei der Beschreibung eines einzelnen Atoms mittels Wellenfunktion und Schrödinger-Gleichung notwendig ist – lässt sich vermeiden, wenn man sich auf einzelne Qubits beschränkt. Das Qubit als einfachstes mögliches Quantensystem erlaubt es, zentrale Aspekte der Quantentheorie herauszuarbeiten: die Möglichkeit von Überlagerung und Interferenz, das stochastische Verhalten bei Messungen sowie die Veränderung des Zustands durch die Messung. Für eine vollständige Beschreibung ist lediglich Vektor- bzw. Matrizenrechnung nötig. Die wesentlichen Aspekte sind aber bereits mit einfachen Bildern vermittelbar [5, 6].

Die Erweiterung auf zwei bzw. mehrere Qubits erlaubt es, Verschränkung oder Quanteninformationsverarbeitung zu diskutieren. Damit lassen sich die genannten vier Wesenszüge der Quantenphysik vollständig behandeln und auch die Unterschiede zur klassischen Physik verdeutlichen. Der unmittelbare Bezug zu Natur- und Alltagsphänomenen, der die Stärke moderner Unterrichtskonzepte ausmacht, fehlt zwar, lässt sich aber durch den Bezug zu moderner Forschung und zukünftigen Anwendungen bzw. Zukunftstechnologien ersetzen. Der Einsatz moderner

Medien, insbesondere die Gegenüberstellung von Standbildern [5, 6], interaktiven Apps und Bildschirmexperimenten [7], bzw. die Verwendung eines multimedialen Ansatzes [8], scheint in diesem Zusammenhang besonders wichtig.

Die Wirksamkeit der einzelnen Ansätze gilt es noch zu untersuchen: Ist der Kontext der Zukunftstechnologien ähnlich effektiv wie ein unmittelbarer Alltagsbezug? Zeigt die vorgeschlagene Visualisierung von abstrakten und komplexen Sachverhalten und Zusammenhängen den erhofften Erfolg?

Mehr als klassisch

Das Qubit ist die Verallgemeinerung des klassischen Bits und ein Zwei-Niveau-System, das sich im Gegensatz zum Bit in einer Überlagerung der beiden Basiszustände befinden kann. Relevant ist, dass es eine charakteristische Eigenschaft gibt, die zwei Einstellungsmöglichkeiten aufweist: Polarisationszustände von einzelnen Photonen, der Spin eines Elektrons, Ortszustände eines Atoms in einem Doppelmuldenpotential oder zwei elektronische Zustände eines einzelnen Ions. Alle anderen Freiheitsgrade sind „eingefroren“ bzw. unzugänglich. Die mathematische Beschreibung erfolgt in allen Fällen durch zweidimensionale komplexe Vektoren. Anschaulich lässt sich ein

Qubit mittels der Bloch-Kugel oder bei Vermeidung komplexer Koeffizienten durch einen Bloch-Kreis darstellen. Die möglichen Zustände eines Qubits sind durch Einheitsvektoren gegeben (Abb. 1).¹⁾ Die beiden orthogonalen Basiszustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ entsprechen antiparallelen Vektoren in positive bzw. negative z -Richtung. Überlagerungszustände wie beispielsweise

$$|0_x\rangle = 1/\sqrt{2} (|0\rangle \pm |1\rangle)$$

werden durch einen Vektor mit positiver bzw. negativer x -Komponente dargestellt (Abb. 2). Dann befindet sich das Qubit in einer Überlagerung der beiden möglichen Einstellungen. Messungen liefern aber eindeutig eines der beiden möglichen Ergebnisse, wobei das Ergebnis einer Einzelmessung zufällig ist. Im Bloch-Kugel-Bild lässt sich eine solche Messung mit Hilfe eines im Raum orientierten Schlitzes illustrieren (Abb. 3). Durch diesen wird der Zustandsvektor „durchgepresst“ und klappt in positive bzw. negative Schlitzrichtung um – dies entspricht den beiden möglichen Messergebnissen, z. B. „ $|0\rangle$ “ bzw. „ $|1\rangle$ “ für eine z -Messung illustriert durch einen in z -Richtung orientierten Schlitz. Die Wahrscheinlichkeit für das Umklappen ist dabei durch den entsprechenden Winkel bzw. das Skalarprodukt zwischen den entsprechenden Vektoren bestimmt: Je kleiner der Winkel, desto größer

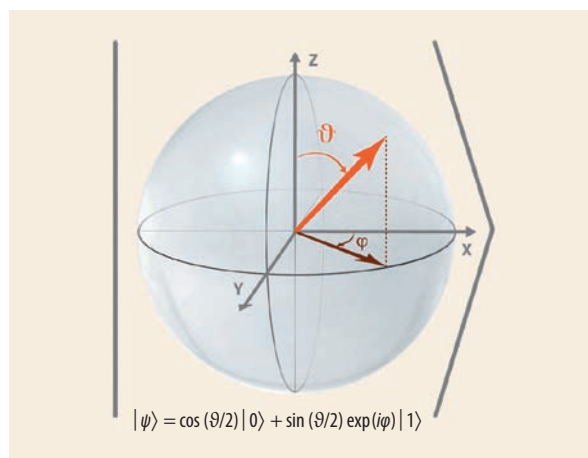


Abb. 1 Die Zustände eines Qubits lassen sich mit Hilfe der Bloch-Kugel veranschaulichen. Quantenmechanische Zustände $|\psi\rangle$ entsprechen Einheitsvektoren im 3-dimensionalen Raum. Diese Vektoren werden durch Angabe des Polarwinkels ϑ und des Azimutwinkels φ (Kugelkoordinaten) charakterisiert.

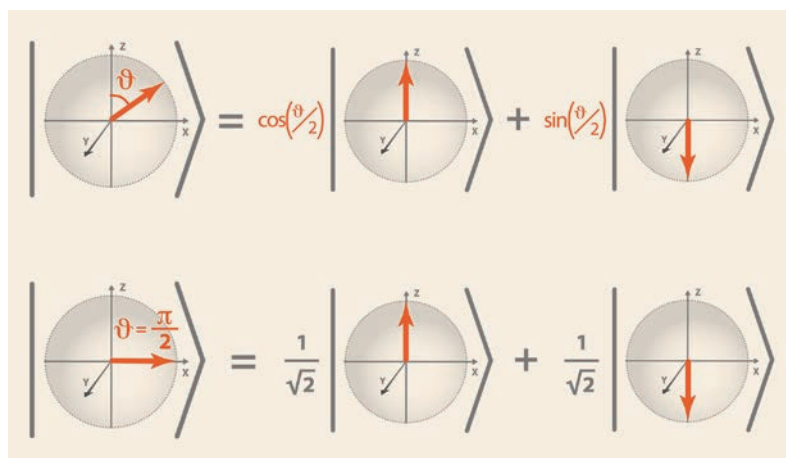


Abb. 2 Überlagerungszustände lassen sich auf der Bloch-Kugel darstellen: oben für $\vartheta \in [0, 2\pi]$ und $\varphi = 0$, unten für $\vartheta = \pi/2$ und $\varphi = 0$. Zu beachten ist in diesem Fall, dass in dem verwendeten Bild senk-

rechte Vektoren antiparallel sind, da als Argument $\vartheta/2$ verwendet wurde – dies ist bei der Veranschaulichung von Messungen hilfreich und kann hier als Konvention angesehen werden.

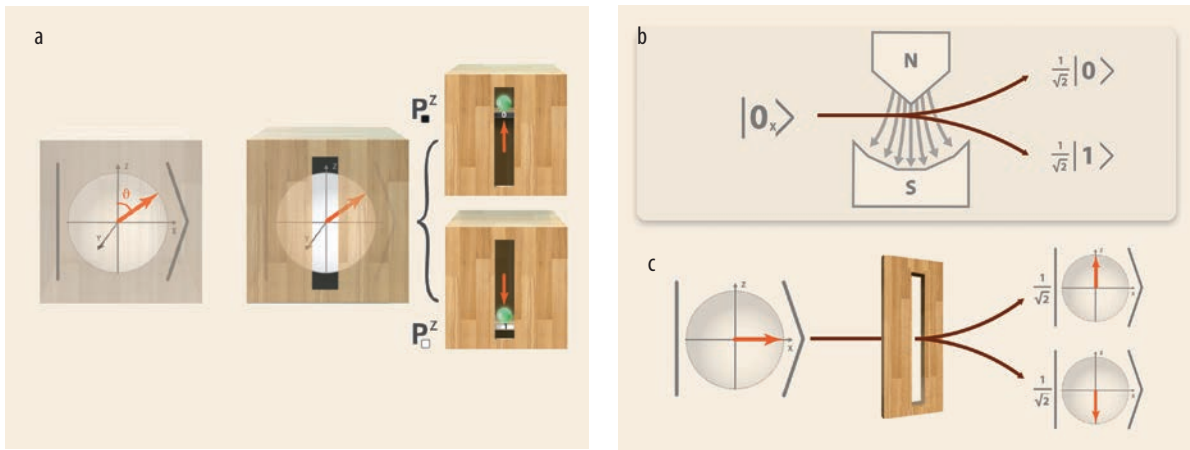


Abb. 3 Bei der Messung am einzelnen Qubit wird die „Schlitzrichtung“ bzw. Messbasis vom Detektor festgelegt (a). Beim Messprozess für Spins mit Hilfe des Stern-Gerlach-Apparates (b) bestimmt die Orientierung des inhomogenen Magnetfeldes die Messrichtung. Durch die Kopplung des Spins an das

inhomogene Magnetfeld erhält man eine diskrete Ablenkung des Teilchens, entsprechend der zwei möglichen Messergebnisse „Spin up“ und „Spin down“. Die hier gezeigte Anordnung entspricht einer Messung in z -Richtung, die sich mittels Schlitz (c) illustrieren lässt.

die Wahrscheinlichkeit. Für den Zustand $|0_x\rangle$ sind beide Messergebnisse bei einer z -Messung gleich wahrscheinlich – man erhält ein vollkommen zufälliges Ergebnis. Es ist aber auch möglich, diese x -Eigenschaft zu messen. In diesem Fall ist der Schlitz entlang der x -Achse orientiert, und die Messung liefert immer das Ergebnis „ $|0_x\rangle$ “. Auch ein zweites, für die Quantenmechanik charakteristischer Aspekt von Messungen ist bei dieser Illustration berücksichtigt: Durch den Messprozess kommt es zu einer Veränderung des gemessenen Systems – der Zustandsvektor ist nach der Messung in positive bzw. negative Schlitzrichtung orientiert.

Mit Hilfe dieses einfachen Bildes lassen sich also einige der zentralen Aspekte der Quantenphysik illustrieren. Wichtig ist aber, es nicht beim abstrakten Konzept zu belassen, sondern es mit verschiedenen physikalischen Realisierungen zu diskutieren und illustrieren [5]. Besonders gut eignet sich dazu die Polarisation von Photonen, aber auch Ortsfreiheitsgrade eines Atoms in einem Doppelmuldenpotential.

Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation lässt sich mit einem einzelnen Qubit zumindest qualitativ illustrieren. Ein Qubit kann im Prinzip unterschiedliche Eigenschaften aufweisen, beispielsweise $|0\rangle$ oder $|0_x\rangle$. Diese Eigenschaften sind aber komple-

mentär, und nur eine Eigenschaft kann definitiv sein, d. h. eine Messung zeigt keine Varianz. Die andere Eigenschaft ist nicht zuzuordnen. Eine Messung liefert ein zufälliges Ergebnis und zeigt daher eine große Varianz. Auch dies ist im Bild der Bloch-Kugel klar: Zeigt der Vektor in positive x -Richtung, so kann er nicht gleichzeitig auch in z -Richtung zeigen – die z -Eigenschaft ist unbestimmt.

Mehr Qubits für Verschränkung

In analoger Weise lassen sich Systeme von zwei Qubits behandeln [6]. Dort führt das Überlagerungsprinzip zum Phänomen der Verschränkung. Die Quantenmechanik erlaubt Überlagerungszustände wie etwa den Singulett-Zustand

$$|\psi^-\rangle = 1/\sqrt{2} (|0\rangle \otimes |1\rangle - |1\rangle \otimes |0\rangle).$$

Führt man an einem Qubit eine z -Messung durch, so ist das Ergebnis zufällig. Auch die Messung am zweiten Qubit liefert ein zufälliges Ergebnis – allerdings sind die beiden Messergebnisse immer unterschiedlich, also perfekt antikorreliert! Das gilt auch, wenn die beiden Qubits beliebig weit voneinander entfernt sind bzw. wenn an beiden Qubits eine beliebige andere (identische) Eigenschaft gemessen wird. Es scheint, als wüssten die beiden Qubits voneinander – sie sind also verschränkt.

An dieser Stelle bietet sich eine Diskussion der Bellschen Ungleichung und ihrer Konsequenzen für unser Weltbild an. Neue experimentelle Ergebnisse bestätigen, dass die Quantenphysik nicht mit den Prinzipien von Realität und Lokalität vereinbar ist – eines dieser bewährten Konzepte muss aufgegeben werden (oder beide).

Ein Singulett-Zustand lässt sich mit Hilfe einer rotierenden Münze veranschaulichen (Abb. 4) [6]. Vor der Messung ist die Münze in einem Überlagerungszustand (sie rotiert), durch die Messung wird zufällig eine der beiden Möglichkeiten realisiert. Alice und Bob, die jeweils eines der beiden Qubits darstellen, sehen von oben bzw. unten auf die Münze und erhalten deshalb immer entgegengesetzte Messwerte.

Verschränkung ist nicht nur ein abstraktes, seltsames Phänomen, sondern auch eine wertvolle Ressource für eine Reihe von modernen Anwendungen, die sich im Rahmen des Unterrichts ansprechen und behandeln lassen, etwa Teleportation (Abb. 5) [9] und Quantenkryptographie, die bereits mit verschiedenen Systemen experimentell realisiert wurden. Ebenso liefern Überlagerungszustände von mehreren Qubits die Basis für Quantencomputer [10]. An der Umsetzung eines langreichweitigen Quantennetzwerkes bzw. eines Quanteninternets wird noch gearbeitet.²⁾ Weitere interessante

²⁾ Eine Diskussion zu Quantennetzwerken sowie einige Anregungen für eine Behandlung im Unterricht mit Hilfe von Visualisierungen finden sich in [9].

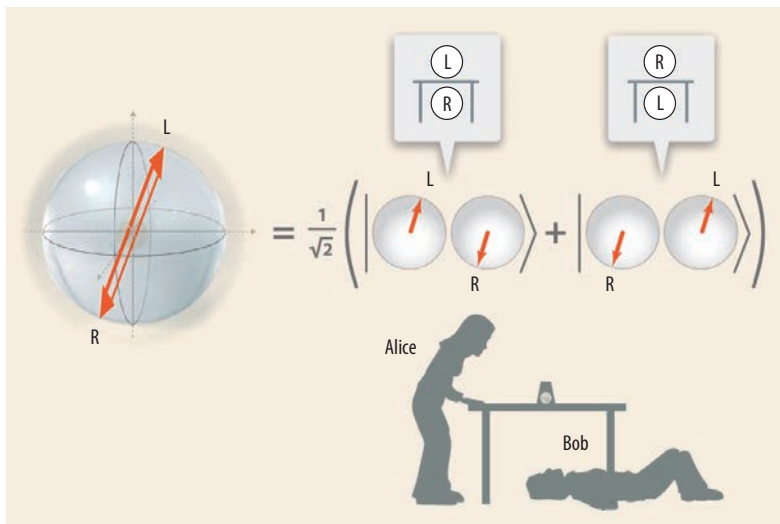


Abb. 4 Verschränkte Zustände sind als Doppelpfeile auf der Bloch-Kugel dargestellt. Vor der Messung befindet sich die „Münze“ (alias dem verschränkten Qubit-Paar) in einem Überlagerungs-

zustand. Durch die Messung wird eine der beiden Möglichkeiten realisiert. Alice und Bob sehen wie im Falle einer quantenmechanischen Messung immer unterschiedliche Messergebnisse.

Anwendungen von Quanteneffekten gibt es im Bereich von Quantensimulatoren [11], aber auch für Quantenmetrologie, also für Präzisionsmessungen.

Umsetzung im Unterricht

Für eine konkrete Umsetzung des Quanteninformationszugangs im Unterricht gilt es, einige Aspekte zu beachten [5, 6]. So ist etwa die Bloch-Kugel-Darstellung mit der Verwendung von komplexen Zahlen für die Schule unnötig kompliziert – es ist ausreichend, einen (reellen) Bloch-Kreis zu ver-

wenden. Bei der Diskussion von verschiedenen physikalischen Realisierungen bietet sich die Polarisation (sofern im Unterricht behandelt) als bereits bekannte klassische Eigenschaft für die Illustration, aber auch für Analogieexperimente an. Überlagerungsphänomene lassen sich mit polarisiertem Licht sowie Polfiltern und Strahlteilern demonstrieren. Allerdings besteht die Gefahr, damit neuartige Quantenkonzepte wie die Überlagerung von einzelnen Quantenobjekten, die erst bei einzelnen Photonen auftreten, mit Eigenschaften von klassischen Objekten wie elektromagnetischen Feldern zu vermischen. Der Nutzen

von in der Klasse vorführbaren Demonstrationsexperimenten ist mit der Gefahr der Erzeugung von Fehlvorstellungen abzuwägen, und es ist in diesem Fall vielleicht besser, auf Bildschirmexperimente oder interaktive Simulationen [7] zurückzugreifen.

Im Zusammenhang mit der Polarisation sei auch auf einen problematischen Aspekt der Bloch-Kugel-Darstellung hingewiesen: Dort sind orthogonale Zustände antiparallel, während sonst ein rechter Winkel üblich ist. Zur Darstellung eines Spins, bei dem der Eigendrehimpulsvektor mit dem Bloch-Vektor identifiziert werden kann, und auch zur Illustration von Messungen ist die Darstellung jedoch gut geeignet, bedarf aber sicher einer genauen Erklärung.

Ob die Diskussion der Quantenmechanischen Eigenschaften auf einem qualitativen Niveau verbleibt oder ob vertiefend auch eine quantitative mathematische Behandlung mittels Vektor- und Matrizenrechnung gelingen kann, hängt von der zur Verfügung stehenden Zeit und der Schulstufe ab. Einfache Aspekte und Anwendungen, insbesondere die zugehörigen Visualisierungen, lassen sich aber schon qualitativ am Ende der Sekundarstufe 1 bzw. am Anfang der Sekundarstufe 2 behandeln. Dies beinhaltet insbesondere Darstellung und Realisierung eines Qubits, Verschränkung, Teleportation und Schrödingers Katze, aber

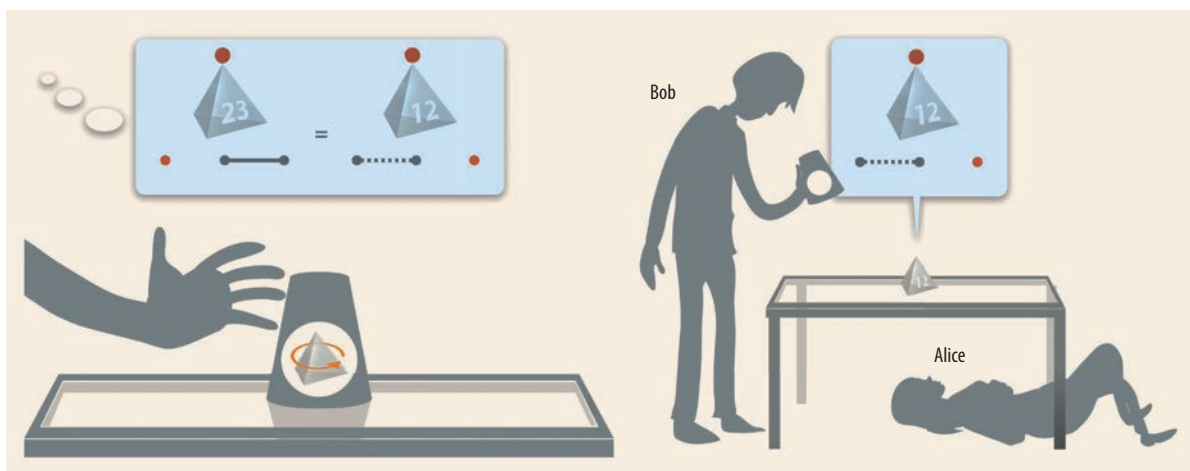


Abb. 5 Auch die quantenmechanische Teleportation lässt sich anhand von Qubits illustrieren: Ein verschränkter Zustand (Qubit 2 bei Alice, Qubit 3 bei Bob) dienen als Ressource, um einen un-

bekanntem Quantenzustand von Alice zu Bob zu teleportieren. Eine Bell-Messung bei Alice liefert zufällig einen der vier Bell-Zustände (Seite des Tetraedronwürfel), wodurch Bob einen entspre-

chend verdrehten Zustand erhält. Nachdem er Alices Messergebnis mittels klassischer Kommunikation mitgeteilt bekommen hat, kann er den Zustand zurechtdrehen.

auch die Quantenkryptographie, deren Sicherheit sich mit Hilfe der Eigenschaften des Messprozesses plausibel machen lässt. Nur für die Diskussion von verschiedenen physikalischen Realisierungen von Qubits ist ein Vorwissen aus anderen Teilbereichen der Physik (z. B. Optik oder Elektrizitätslehre) notwendig.

Über die Schule hinaus

Der Einsatzbereich des Qubit-Zugangs ist nicht auf die Schule beschränkt. Aus meiner Sicht bietet es sich auch an, die Grundzüge der Quantenphysik an der Hochschule auf diesem Weg einzuführen. Die Stärke eines solchen Zugangs liegt in der Trennung der mathematischen und konzeptionellen Schwierigkeiten, die beim Erlernen von Quantenphysik auf universitärem Niveau auftreten. Sowohl für Schule als auch Hochschule wird dabei versucht, den Zugang so weit wie möglich zu elementarisieren.

Die grundlegenden Eigenschaften der Quantenmechanik stehen im Vordergrund, die mit einprägsamen Bildern und ohne die Verwendung komplexer Mathematik illustriert werden. Der Bezug zu aktuellen Forschungsthemen und neuen Technologien sollte helfen, das Interesse von Schülern wie Studierenden zu fördern.

Literatur

- [1] *D. J. Wineland*, Rev. Mod. Phys. **85**, 1103 (2013); *S. Haroche*, Rev. Mod. Phys. **85**, 1083 (2013)
- [2] *M. Arndt* und *K. Hornberger*, Nat. Phys. **10**, 271 (2014)
- [3] *R. Müller* und *H. Wiesner*, Am. J. Phys. **70**, 200 (2002); Münchener Internetprojekt zur Lehrerfortbildung in Quantenmechanik, <http://homepages.physik.uni-muenchen.de/~milq>
- [4] *G. Pospiech*, Teaching Quantum Theory, Proceedings of the GIREP08 Conference; *A. Kohnle* et al., Eur. J. Phys. **35**, 015001 (2014)
- [5] *W. Dür* und *S. Heusler*, PhyDid **1/11**, 1 (2012); Phys. Teach. **52**, 489 (2014); Phys. Teach. **54**, 156 (2016)
- [6] *W. Dür* und *S. Heusler*, PhyDid **1/13**, 11 (2014)
- [7] *A. Kohnle* et al., Am. J. Phys. **83**,

560 (2015); Quantum Lab, www.quantumlab.de, Universität Erlangen, Didaktik der Physik, AG J.-P. Meyn

- [8] *S. Heusler*, Quantendimensionen (DVD-ROM), Klett, Stuttgart (2010), www.sciencemotion.de
- [9] *W. Dür* und *S. Heusler*, Praxis der Naturwissenschaften: Physik in der Schule **1/65**, 23 (2016); *W. Dür*, *R. Lamprecht* und *S. Heusler*, European Journal of Physics, <https://doi.org/10.1088/1361-6404/aa6df7> (2017)
- [10] *R. Blatt*, Physik Journal, Aug./Sept. 2012, S. 35
- [11] *M. Greiner* und *I. Bloch*, Physik Journal, Okt. 2013, S. 33

DER AUTOR

Wolfgang Dür ist Assoziierter Professor an der Universität Innsbruck. Er arbeitet an verschiedenen Forschungsthemen in Quanteninformationstheorie. Er ist in der Ausbildung der Lehramtskandidaten tätig und beschäftigt sich seit einigen Jahren auch mit Physikdidaktik. Die Inspiration für seine Arbeiten holt er sich in den Tiroler Bergen.

