

Ihrer Zeit vorausgeeilt

Die Vordenker topologischer Phasen in Festkörpern erhalten den Nobelpreis für Physik 2016.

Ronny Thomale

Den diesjährigen Nobelpreis für Physik erhalten David James Thouless, Frederick Duncan Michael Haldane und John Michael Kosterlitz für die Entdeckung topologischer Phasen und Phasenübergänge. Was zu der Zeit, als die drei Physiker ihre Theorien ausgearbeitet haben, in erster Linie ein mathematisches Konzept war, hat heute in der Physik vielfältige und bedeutende Anwendungen. Die wahre Geburtsstunde topologischer Phasen in der Festkörperphysik war die Erklärung des Quanten-Hall-Effekts.

Der experimentelle Physiker hat etwas, er kann es auch beschreiben, aber er weiß nicht, was es ist. Der theoretische Physiker hat nichts, aber er kann es beschreiben und glaubt zu wissen, was es ist. Der mathematische Physiker hat nichts, er kann es nicht beschreiben, und er weiß nicht, was es ist.“ Dieses Zitat Werner Heisenbergs, dessen Trikolon in der nihilistischen Existenz des mathematischen Physikers gipfelt, wirft ein bemerkenswertes Licht auf die physikalische Forschungslandschaft der Neuzeit. Ungleich faszinierender als das etablierte Spannungsfeld zwischen mathematischer Abstraktion und epistemologischer Beobachtung erscheint hierbei, wie Heisenberg den theoretischen Physiker charakterisiert. Er ist der Einzige, dessen Rezeption der Natur an das Wesen des Forschungsgegenstands heranreicht.

Betrachtet man die Nobelpreise in der Festkörperphysik der vergangenen Jahrzehnte, so fällt auf, dass das Nobelkomitee vornehmlich experimentelle Entdeckungen mit weitreichenden technologischen Implikationen sowie deren konkrete theoretische Vorhersage bedacht hat. In dieser



In einem Tropfen flüssigen Heliums, der nur einen Nanometer klein ist, treten Quanten-Vortizes auf.

Hinsicht ist die Verleihung des Nobelpreises für Physik 2016 an David James Thouless, Frederick Duncan Michael Haldane und John Michael Kosterlitz (Abb. 1) eine große Besonderheit: Alle drei sind ihres Zeichens ausgewiesene theoretische Physiker im Heisenbergschen Sinn. Dennoch haben sie vorrangig weniger eine singuläre Entdeckung gemacht, sondern vielmehr eine Sprache vorgedacht, mit der die Physik hofft, fundamentale Entdeckungen und technologische Revolutionen feiern zu können. Der diesjährige Nobelpreis für Physik prämiert in gewisser Weise eine Vision der Festkörpertheorie und ist damit genauso seiner Zeit voraus wie die Preisträger in ihren bahnbrechenden Werken.

Phasen am Übergang

Kosterlitz und Thouless haben in ihren frühen gemeinsamen Arbeiten die Theorie der Phasenübergänge fundamental erweitert [1]. Die damals gängige Überzeugung war es, dass sich Phasenübergänge zwischen unterschiedlich

geordneten Zuständen nach den Stetigkeitseigenschaften des sie beschreibenden thermodynamischen Potentials klassifizieren lassen. Ein Phasenübergang erster Ordnung weist somit einen Sprung in der Entropie, d. h. der latenten Wärme, auf und erlaubt eine Koexistenz beider Phasen in Form von Phasenseparation im Bereich des Phasenübergangs. Die Charakterisierung der latenten Wärme hängt von mikroskopischen Details des Systems ab und erlaubt damit keine universelle Beschreibung von Phasenübergängen erster Ordnung. Ein Phasenübergang zweiter Ordnung zeigt dagegen eine divergierende Korrelationslänge innerhalb der ungeordneten Phase hin zum Phasenübergang und impliziert Unstetigkeiten in der zweiten Ableitung des thermodynamischen Potentials, z. B. der spezifischen Wärme. Diese Übergänge lassen sich universell nach kritischen Exponenten klassifizieren: Ein Beispiel ist das Potenzgesetz, gemäß dem die Korrelationslänge am Phasenübergang divergiert.

Der Kosterlitz-Thouless-Phasenübergang ist in zweidimensionalen

Prof. Dr. Ronny Thomale, Lehrstuhl für Theoretische Physik I (TP1), Julius-Maximilians-Universität Würzburg, Am Hubland, 97074 Würzburg



Abb. 1 Der 1934 in Schottland geborene David J. Thouless (links) promovierte 1956 an der Cornell University bei Hans Bethe und ist Professor Emeritus der Universität Washington, Seattle. J. Michael



Kosterlitz (Jahrgang 1942, Mitte) ist ebenfalls gebürtiger Schotte. Er promovierte 1969 an der Universität Oxford und arbeitete als Postdoc mit Thouless an der Universität Birmingham zusammen. Er lehrt



an der Brown University, Providence. Der Brite F. Duncan M. Haldane (rechts) wurde 1951 geboren und promovierte 1978 in Cambridge. Seit 1990 ist er Professor an der Princeton University.

dünnen Filmen in mannigfaltigen Formen wie Supraleitern, flüssigem Helium und Bose-Einstein-Kondensaten zu beobachten. Er unterscheidet sich jedoch grundlegend von Phasenübergängen erster und zweiter Ordnung. Die KT -Korrelationslänge divergiert in der ungeordneten Phase exponentiell hin zum Phasenübergang. Darüber hinaus wird der Interpolationsvorgang zwischen geordneter und ungeordneter Phase durch topologische Defekte, so genannte Vortizes, beschrieben (Abb. 2). Für ein zweidimensionales System ist ein Vortex ein klassischer topologischer Punktdefekt im dem Sinn, dass es geschlossene Pfade gibt, die den Punktdefekt umschließen oder nicht. Beide Klassen von Pfaden lassen sich nicht unter stetigen Transformationen ineinander überführen, sind also per Definition topologisch inäquivalent.

In dem Bild von Kosterlitz und Thouless entstehen solche Vortizes immer in Paaren eines Vortex und dessen Antiteilchen, d. h. Anti-Vortex. In der geordneten Phase sind Vortex und Anti-Vortex aneinander gebunden, und es ist für das System energetisch ungünstig, die Bindungsenergie zwischen Vortex und Anti-Vortex zu überwinden. Erhöht man jedoch die Temperatur T , so gewinnt man zunehmend Entropie S durch die Erzeugung eines delokalisierten Vortex-Paars,

welches über $F = U - TS$ die freie Energie F verringert. Hierbei bezeichnet U die innere Energie des Systems. An der kritischen Temperatur T_c des Kosterlitz-Thouless-Phasenübergangs entspricht die aufzuwendende potentielle Energie für die Erzeugung eines freien Vortex-Paars gerade dem Gewinn an freier Energie durch die induzierte Entropie des freien Vortex und Anti-Vortex. Somit sind hier Phasenübergänge in zweidimensionalen Systemen erlaubt, in denen man nach der konventionellen Klassifikation keine langreichweitige Ordnung bei endlicher Temperatur erwartet hätte, wie es das Mermin-Wagner-Theorem vorhersagt [2].

Der Kosterlitz-Thouless-Übergang entwickelte sich schnell zu einem etablierten kanonischen Kapitel der Festkörpertheorie. Seine

überwältigende Bestätigung fand er in zahlreichen Experimenten zu verschiedensten Ordnungsrealisierungen in dünnen Filmen, d. h. quasi-zweidimensionalen Materialien. Die Begrifflichkeit eines Vortex findet sich heute in fast allen Sparten der Festkörperforschung, die sich mit topologischen Zuständen von Materie befassen. Dazu gehört die Beschreibung des fraktionierten Quanten-Hall-Effekts mit Elektronenflüssigkeiten genauso wie die Erklärung von Spinflüssigkeiten, geladenen und ungeladenen Suprafluiden, magnetischen topologischen Defekten (Skyrmionen) und vielem anderen mehr.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass der leider bereits im Jahr 1980 verstorbene russische Physiker Vadim Berezinskii ein Jahr vor Kosterlitz und Thouless ähnliche Resultate erhalten hatte.

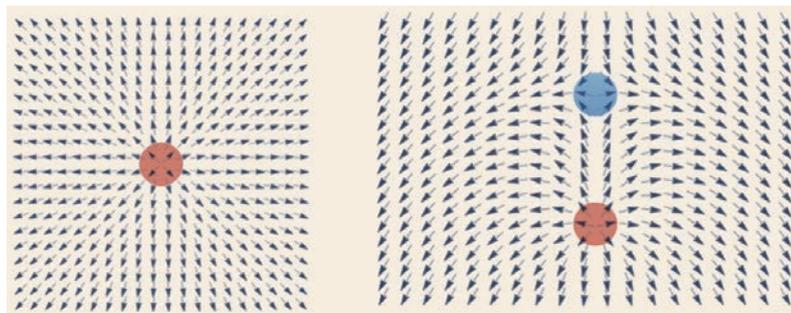


Abb. 2 Stellt man eine planare Dipolformation durch Pfeile dar, kann man das Bild eines Vortex als topologischer Effekt leicht visualisieren (links, rot). Bei einem

Kosterlitz-Thouless-Übergang entstehen Vortizes stets als das Paar eines Vortex (rechts, rot) und eines Anti-Vortex (rechts, blau).

Daher ist auch die Bezeichnung Berezinskii-Kosterlitz-Thouless-Übergänge gebräuchlich.

Sprunghafter Widerstand

Diese Phasenübergänge waren jedoch nur der Anfang eines Paradigmenwechsels in der theoretischen Modellierung der modernen Festkörperphysik, in der Konzepte der Topologie als ursprünglich mathematische Disziplin der Struktur von Räumen zunehmende Verwendung fanden. Hierbei ist wiederum David Thouless mit einem weiteren fundamentalen Beitrag zu nennen. Er hat die Quantisierung des Hall-Widerstandes in zweidimensionalen Elektronengasen mit einer topologischen Invariante, der Chern-Zahl, in Verbindung gebracht [3].

Klaus von Klitzing führte das Experiment, das bereits 1985 mit dem Nobelpreis prämiert wurde, als Mitglied der Arbeitsgruppe um Gottfried Landwehr in Würzburg durch. Der Hall-Widerstand zeigte als Funktion des angelegten Magnetfelds bzw. der Gate-Spannung einen regelmäßig sprunghaften Verlauf (Abb. 3) [4]. Elektronen im Magnetfeld formen energetisch

betrachtet hochentartete Landau-Niveaus. Die meisten Zustände eines Landau-Niveaus sind durch das Magnetfeld lokalisiert. Es gibt jedoch systematisch chirale Randzustände, die nicht lokalisieren und den maßgeblichen Beitrag zum Hall-Widerstand liefern. Die phänomenologisch gemessene quantisierte Widerstandssequenz $R_i = R_k/i$ mit $i \in \mathbb{N}$ ist exakt durch den von-Klitzing-Widerstand $R_k = h/e^2$ mit der Planck-Konstante h und der elektrischen Elementarladung e bestimmt. Wie sich experimentell herausstellte, erweist sich die Sequenz als völlig robust gegen Veränderungen der meisten Versuchs- und Probenparameter.

Der erste Ansatz zur Erklärung dieser Ergebnisse geht auf ein Argument von Bob Laughlin (Nobelpreis 1998) aus dem Jahr 1981 zurück, nach dem die Quantisierung des Widerstands – wohl gemerkt aber nicht die exakte Konstanz von R_k – eine direkte Konsequenz der Eichinvarianz eines Elektrons im elektromagnetischen Feld ist [5]. Die wirkliche Universalität des Ergebnisses wurde erst dadurch erfasst, dass David Thouless und Kollegen 1982 in einem Elektronentransportformalismus erkannt haben [3], dass die Hall-Leitfähigkeit – in diesem Fall der Kehrwert des Hall-Widerstands – durch $\sigma_{xy} = Ce^2/h$ gegeben ist. Hier bezeichnet $C \in \mathbb{N}$ die Chern-Zahl, eine topologische Invariante [6], deren Berechnung nicht von experimentellen Details der Probe oder ähnlichem, sondern lediglich von der quantenmechanischen Hilbert-Raum-Struktur eines Elektrons im Magnetfeld abhängt.

Das tiefe Verständnis des ganz-zahligen Quanten-Hall-Effekts war trotz mancher grundlegender Vorläuferexperimente wie Solitonen in Polyacetylenketten oder suprafluidem Helium aus Sicht vieler Wissenschaftler dieses Feldes die wahre Geburtsstunde topologischer Phasen in der Festkörperphysik. Man hatte endlich einen ersten systematischen Hinweis erhalten, welchen Nutzen die Sprache der Topologie in der theoretischen Beschreibung von

Festkörperphänomenen versprach. Viele der heute am intensivsten bearbeiteten Frontlinien der Festkörperforschung lassen sich auf den Quanten-Hall-Effekt zurückführen – allen voran topologische Isolatoren, welche zuerst 2007 in HgTe/CdTe-Quantentöpfen in der Gruppe um Laurens Molenkamp in Würzburg entdeckt wurden [7].

Theoretischer Fortschritt

Es ist auch und gerade dem dritten Preisträger Duncan Haldane und seinem bisherigem Werk zu verdanken, dass topologische Phasen nicht nur die Forschung der Gegenwart, sondern aller Wahrscheinlichkeit nach auch die Zukunft der Festkörperphysik mitbestimmen werden. Wie wenige theoretische Physiker vor ihm hat Haldane in verschiedenen Gebieten abstrakter theoretischer Forschung Durchbrüche erzielt und Maßstäbe gesetzt. Es gibt allerdings kein durch ihn unmittelbar motiviertes meilensteinhaftes Experiment und auch keine technologisch implikative Vorhersage seinerseits, welche die Verleihung eines Nobelpreises direkt nahelegen würde. In den Augen vieler Kollegen war mithin zu befürchten, dass sich Haldane in die durchaus illustre Kette von Pionieren der Festkörpertheorie einreihen könnte, denen kein Nobelpreis vergönnt war. Ob seiner bemerkenswerten Vita und der Verbundenheit des Autors dieses Artikels mit Haldanes Person und Werk, lohnt es sich in diesem Zusammenhang, einen genaueren Blick auf dessen Werdegang zu werfen.

Nach seinem Bachelorstudium in Cambridge nahm Haldane seine Studien bei Philipp Warren Anderson auf, von dem er 1978 promoviert wurde. Anderson (Nobelpreis 1977) ist der Übervater der modernen Festkörperphysik – eine Wertung, die wohl bis heute wissenschaftliche Freunde wie Gegner gleichermaßen teilen dürften. Haldane hat mit seinem Doktorvater Anderson nur ein einziges Paper geschrieben, in dem sie das Ander-

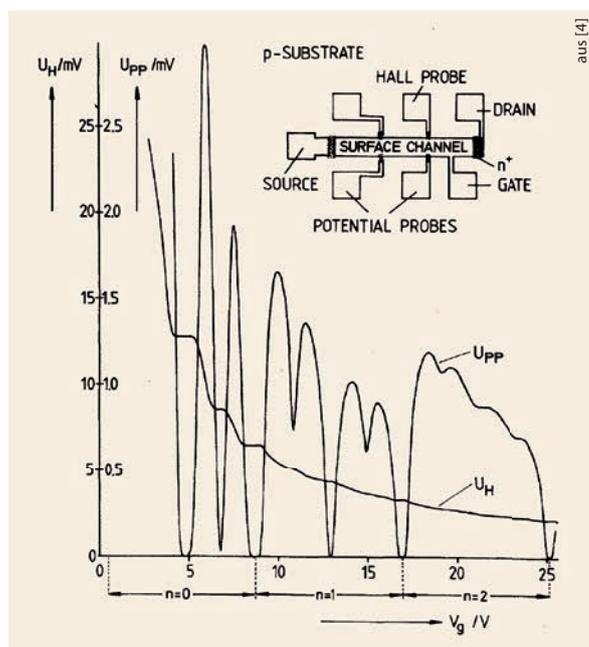


Abb. 3 Bereits 1980 entdeckte Klaus von Klitzing Plateaus der Hall-Spannung als Funktion der Gate-Spannung. Die Plateaus fallen stets mit einem Kollaps des longitudinalen Spannungsabgriffs U_{PP} zusammen.

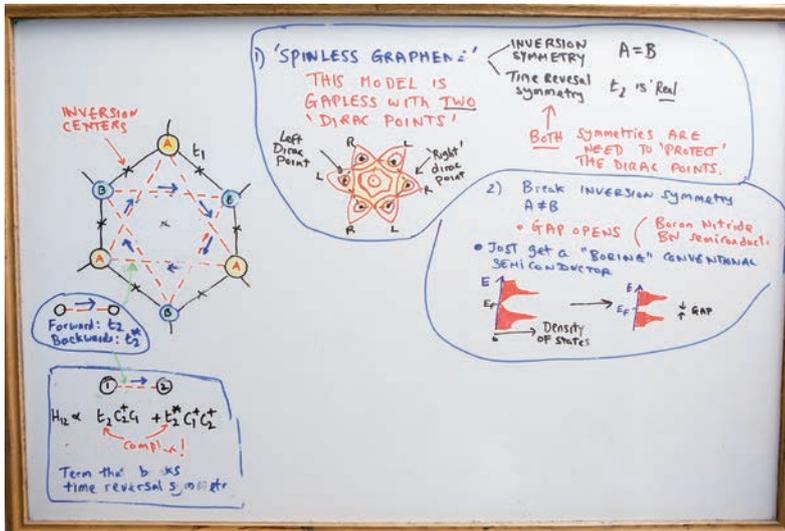


Abb. 4 Mit diesem Tafelanschrieb erklärt Duncan Haldane sein Gittermodell für

den Quanten-Hall-Effekt [9] mit eindrucksvoll wenigen Worten.

son-Störstellenmodell auf Halbleiter verallgemeinert haben.

Bald wandte sich Haldane eindimensionalen Quantensystemen zu, deren theoretische Beschreibung er revolutionierte. Von jeher arbeitete Haldane im Regelfall allein und ist im Kreise seiner Kollegen bekannt dafür, dass die Originalität seiner Gedanken durchaus des öfteren dazu führt, nicht gleich verstanden zu werden. Dies liegt auch an der Vielseitigkeit der analytischen wie numerischen Methodik, die Haldane in seiner Forschung verfolgt. So kommt es häufig dazu, dass er seine wissenschaftlichen Gesprächspartner auf für sie unbekanntes Terrain geleitet. Man kann ohne Übertreibung konstatieren, dass die Summe der Haldaneschen Arbeiten aus den frühen 1980er-Jahren eine selten dagewesene Singularität wissenschaftlicher Schaffenskraft darstellt. Zu dieser Zeit hatte Haldane eine Professur an der University of Southern California inne, bevor seine Karriere ihn mit einer Zwischenstation bei den Bell Laboratories nach Princeton führte, wo er bis heute die Eugene Higgins Professur für Physik bekleidet.

Eine Lücke im Spektrum

In der offiziellen Widmung des Nobelkomitees wird Haldane insbesondere für seine Arbeit zu einem Gittermodell für den

Quanten-Hall-Effekt (Abb. 4) sowie für Spinketten erwähnt. Mit Hilfe topologischer Feldtheorie und mikroskopischer Anschauung war es Haldane gelungen, eine Energielücke im Anregungsspektrum von Spinketten mit ganzzahligem Drehimpuls vorherzusagen [8]. Dieser Effekt firmiert seitdem unter dem Namen „Haldane-Lücke“ (Haldane Gap). Wie Ramamurti Shankar, John Randolph Huffman Professor für Physik an der Yale University, einst humoristisch feststellte, könnte der Begriff auch als die Verständnislücke zwischen dem weit vorausgeeilten Haldane und dem Rest der Forschungsgemeinschaft verstanden werden.

Haldanes Gittermodell für den Quanten-Hall-Effekt [9] aus dem Jahr 1988 ist vor allem deshalb bemerkenswert, weil es eine Thematik behandelt, die in der größeren Breite der Festkörperforschung

erst 20 Jahre später aufgegriffen wurde. Zudem lieferte es einen entscheidenden ersten Zugang dazu, auf Bandstrukturen basierende topologische Phasen in regulären Materialien zu beschreiben. Zahlreiche weitere Arbeiten zum fraktionalen Quanten-Hall-Effekt und zu Verschränkungsspektren unterstreichen, wie stark Haldane die theoretische Festkörperphysik seither geprägt hat.

Dies dürfte nicht der letzte Nobelpreis sein, der auf dem Gebiet der topologischen Quantenzustände von Materie vergeben werden wird. Alleinstellungsmerkmal der diesjährigen Vergabe könnte aber bleiben, dass es sich um drei theoretische Physiker handelt, deren vorherrschendes intellektuelles Erbe die konzeptionelle und formalistische Einsicht und weniger die explizite Vorhersage darstellt. Thouless, Kosterlitz und Haldane waren ihrer Zeit voraus, und die theoretische Physik von heute ist noch immer damit beschäftigt, sie einzuholen.

Literatur

- [1] J. M. Kosterlitz und D. J. Thouless, J. Phys. C: Sol. State Phys. **6**, 1181 (1973)
- [2] N. D. Mermin und H. Wagner, Phys. Rev. Lett. **17**, 1133 (1966)
- [3] D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale und M. den Nijs, Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982)
- [4] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980)
- [5] R. B. Laughlin, Phys. Rev. B **23**, 5632 (1981)
- [6] S. Chern, Ann. Math. **47**, 85 (1946)
- [7] M. König et al., Science **318**, 766 (2007)
- [8] F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **50**, 1153 (1983)
- [9] F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **61**, 2015 (1988)

DER AUTOR

Ronny Thomale studierte Physik in Karlsruhe und Berkeley. 2008 wurde er bei Peter Wölfle und Martin Greiter in Karlsruhe mit einer



Arbeit zu fraktionalen Anregungen in Spinflüssigkeiten und dem dotierten Haldane-Shastry-Modell promoviert. Nach Postdoc-Aufenthalten bei Andrei Bernevig und Duncan Haldane in Princeton sowie Steve Kivelson und

Shoucheng Zhang in Stanford trat er 2012 eine Stelle als Assistenzprofessor an der EPF Lausanne an. 2013 wurde er auf eine Professur nach Würzburg berufen. Er leitet den Lehrstuhl für Theoretische Physik I (TP1). Schwerpunkte seiner Arbeit sind die Beschreibung topologischer Quantenzustände von Materie und deren Realisierung in Festkörpersystemen. Seine Forschung wird unter anderem durch das Starting Grant TOPOLECTRICS des European Research Council (ERC) unterstützt.