

Physik der Lawinen

Die Modellierung von Lawinen erstreckt sich über viele Skalen – von millimetergroßen Teilchen bis zur kilometerweiten Topographie.

Thomas Weinhart, Deepak Tunuguntla, Anthony Thornton und Stefan Luding

Nach Regen oder Schneefall können Lawinen drohen und für Menschen zur tödlichen Gefahr werden. Mit Hilfe physikalischer Methoden lassen sich Lawinen aber immer genauer modellieren und vorhersagen. Jedoch sind noch viele Fragen in diesem Forschungsfeld offen, wie zum Beispiel: Wodurch verwandelt sich ein statischer Hang in eine Lawine? Welche Fließeigenschaften beeinflussen diese? Wie folgen aus den Teilcheneigenschaften die Strömungseigenschaften der Lawine?

Lawinen aus Schnee oder Schlamm (Murgänge) gefährden Menschen und Infrastruktur. So sind kleine Täler mit steilen Hängen nach Regen- oder Schneefall oft Risikozonen. Um dem entgegenzuwirken, wurden alpine Bergtäler in den letzten Jahrzehnten intensiv kartographiert. Basierend auf Größe und Intensität der Lawinengefahr erstellte Karten führten erfreulicherweise zu einer Senkung der Anzahl der Todesopfer. Doch noch immer sterben jedes Jahr rund hundert Menschen durch Schneelawinen – so kamen am 6. Februar 2016 in den Tiroler Alpen fünf Skiläufer ums Leben.

Passive Schutzmethoden wie Stützverbauungen an Berghängen, Aufforstung und Prallwände (Abb. 1) schützen Skifahrer und Siedlungen vor Lawinen. Eine quantitative Vorhersage der wichtigsten Lawinenparameter wie Masse, Auslauflänge und Flussgeschwindigkeit ist eine wesentliche Grundlage, um Gefahren effektiv beurteilen zu können. Daten darüber liefern bereits abgelaufene Lawinen oder kontrolliert ausgelöste. Darüber hinaus tragen Laborexperimente und Simulationen dazu bei, die zugrunde liegende Physik besser zu verstehen und die Modelle zu verallgemeinern.

Die Modellierung von Lawinen ist ein Multiskalenproblem, bei dem sowohl die Wechselwirkungen zwischen einzelnen Schnee-, Schlamm- und Gesteinsteilchen in der Größenordnung von Millimetern zu berücksichtigen sind als auch die Oberflächenbeschaffenheit, ihre Topologie sowie die klimatischen Bedingungen auf der geologischen Skala im Bereich von Kilometern. Da es unmöglich ist, alle Teilchen einer riesigen Lawine auf ihrer „Reise nach unten“ in Experimenten zu erfassen oder sie theoretisch und numerisch zu modellieren, sind grobskalige Modelle und Methoden zum Skalenübergang von „mikro“ zu „makro“ nötig.



Abb. 1 Eine Lawinenprallwand schützt das Dorf Flateyri in Island

Auf der kleinsten Skala lässt sich die Bewegung eines Granulats mit der Diskreten-Elemente-Methode (DEM) simulieren [1]. Diese berücksichtigt die Bewegung jedes einzelnen Teilchens, das unter dem Einfluss von Schwerkraft und Wechselwirkungen mit Oberflächen und benachbarten Teilchen steht (Abb. 2). Das Strömungsverhalten hängt von Teilcheneigenschaften wie Polydispersität, Dichte, Form und Oberflächentopologie und -beschaffenheit ab. Aufgrund der hohen Anzahl an Teilchen ist diese Modellierung allerdings nur in kleinen Volumina möglich. Mit Hilfe leistungsfähiger Algorithmen und Parallelisierung lassen sich jedoch kleinere Laborexperimente oder Teilsysteme echter Lawinen vollständig dreidimensional untersuchen, z. B. eine Verengung in einem Kanal. Somit liefern Teilchenmodelle wertvolle Einsichten in das Ver-

KOMPAKT

- Die Modellierung von Lawinen ist ein Multiskalenproblem, das von einzelnen millimetergroßen Teilchen über die Landschaftstopographie bis hin zu Veränderungen entlang des Berghangs reicht.
- In kleinen Volumina lässt sich jedes einzelne Teilchen mit der Diskreten-Elemente-Methode simulieren.
- Große Volumina verlangen Vereinfachungen für eine vollständige Simulation, wie die Reduktion der Lawine auf eine dünne Grenzschicht.
- Für quantitative Vorhersagen müssen die Modelle u. a. die Reibung am rauen Untergrund, den Übergang von statischem zu dynamischem Verhalten sowie die Entmischung bei inhomogenen Granulaten berücksichtigen.

Dr. Thomas Weinhart, Dr. Deepak Tunuguntla, Prof. Dr. Anthony Thornton und Prof. Dr. Stefan Luding, Multiscale Mechanics, Faculty of Engineering Technology, Universität Twente, P.O. Box 217, 7500 AE Enschede, Niederlande

halten geologischer Massenbewegungen: Entscheidend ist dabei die Konzentration auf repräsentative Systeme, in denen man die Granulatstruktur voll auflösen kann.

Auf großen Skalen sind die Einzelteilchen nicht mehr aufzulösen, ebensowenig wie die Atome eines Fluids. Wäre die Rheologie des granularen „Kontinuums“ bekannt, also die Abhängigkeit des Drucks von der Masse- und Impulsdichte, wäre es möglich, Lawinen durch Kontinuumsgleichungen (z. B. Navier-Stokes) zu simulieren. Für die Modellierung einer realen, großskaligen Lawine auf komplexer Topographie (Berge und Täler, Oberflächenrauigkeit, Strömungshindernisse und Verengungen) ist es jedoch notwendig, die Komplexität weiter zu reduzieren. Dies ist möglich, weil eine Lawine meist sehr flach ist (Abb. 3).

Tiefengemittelte Ansätze reduzieren eine Lawine zu einer dünnen Grenzschicht, in welcher der Einfluss von Massebewegungen orthogonal zur Bodenoberfläche und von Änderungen der Schichtdicke auf die Rheologie vernachlässigt wird (Abb. 4). Selbst einfachste tiefengemittelte Modelle bilden das Verhalten einer Lawine zumindest qualitativ überraschend gut ab. Die interne Reibung, also das Verhältnis zwischen Scher- und Schubspannung, lässt sich mit Hilfe von dimensionslosen Größen wie der Inertialzahl quantifizieren, während andere Effekte (z. B. nichtnewtonsche) oft vernachlässigbar sind. Zur quantitativen Vorhersage sind verfeinerte Modelle notwendig, welche die Reibung am rauen Untergrund, den Übergang von statischem zu dynamischem Verhalten sowie die Entmischung bei inhomogenen Granulaten berücksichtigen. In komplexeren Modellen werden zudem Änderungen der Dichte und des Drucks durch Scherung, des Strömungsregimes sowie der Flussdynamik, Phasenübergänge und thermische Effekte berücksichtigt [2].

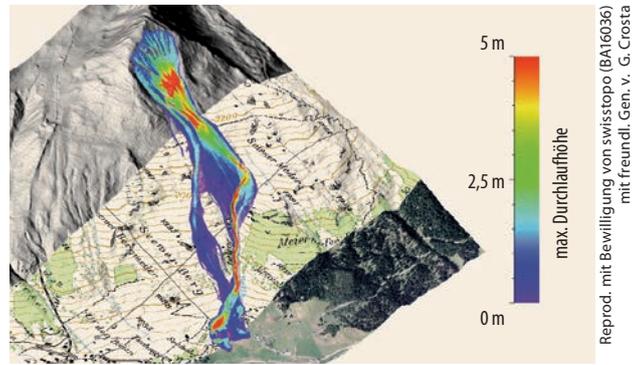


Abb. 3 In Spezialfällen lassen sich Lawinen und ihre Durchlaufhöhe durch Kontinuumsgleichungen simulieren, wie hier bei einer Lawine im Salzer Tal bei Davos (RAMMS-Simulation [2]).

Reprod. mit Bewilligung von swisstopo (BA16036) mit freundl. Gen. v. G. Crosta

DEM-Simulationen spielen eine wichtige Rolle bei der Entwicklung von besseren Rheologie- bzw. Fließgesetzen und bei der Eichung von Kontinuumsmodellen. Als Alternative zu Experimenten erlauben sie uns einen direkten Einblick und ein tieferes Verständnis der gesamten Prozessdynamik auf der Teilchenskala und wenige Größenordnungen darüber. Bei der Diskreten-Elemente-Methode sind alle Partikelpositionen und Geschwindigkeiten verfügbar, d. h. Positionen und Geschwindigkeiten der Teilchen. Aus diesen mikroskopischen Daten lassen sich makroskopische Parameter extrahieren und deren konstitutive Beziehungen analysieren. Dies ermöglicht den Übergang von der Mikro- in die Makro-Welt [1].

Resultat dieser Forschung sind effiziente und robuste Kontinuumsmodelle, die bereits auf reale Systeme auf der Kilometerskala angewandt wurden [2, 3]. Die oben beschriebenen Methoden eignen sich nicht nur für Lawinen, sondern sie kommen auch bei anderen geologischen und industriellen Massebewegungen zur Anwendung: von vulkanischen Asche- und Lavaströmen, Sanddünen oder Suspensionsströmungen in der Geophysik bis hin zum Lagern von Nahrungsmitteln oder Rohstoffen in Silos oder auf Halde, Transportrinnen, Sortierschienen und bei der Verarbeitung von pharmazeutischen Produkten, z. B. in Rotationsmixern. Die simulierten Systeme und deren Volumina umfassen viele Größenordnungen von Mikrolitern bei chemischen Beschichtungen bis zu Kubikkilometern bei Vulkanausbrüchen.

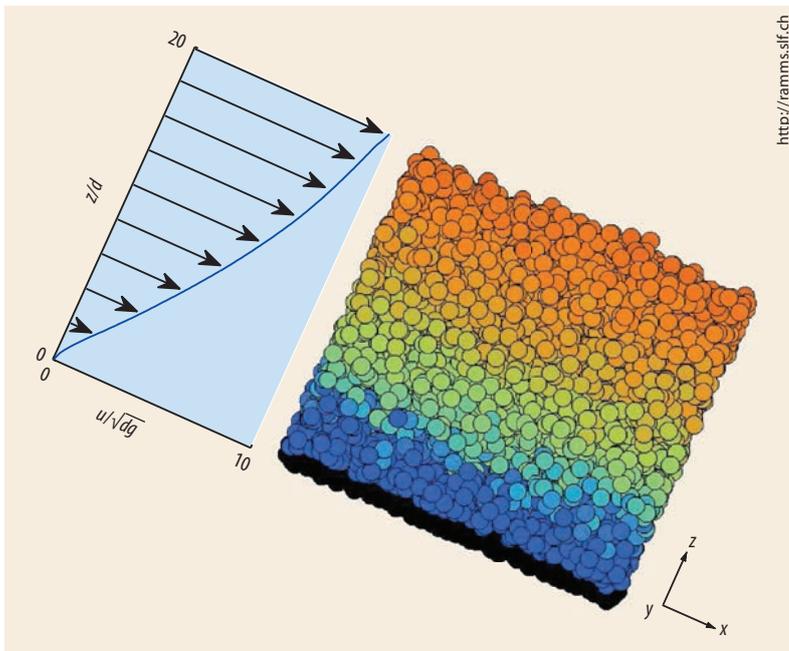


Abb. 2 Bei der Diskreten-Elemente-Methode werden die einzelnen sphärischen Teilchen eines Flusses entlang eines Abhangs konstanter Steigung simuliert mit periodischen Randbedingungen in x- und y-Richtung [1]. Die Farbskala zeigt

die Geschwindigkeit u der Teilchen (blau langsam, rot schnell), links oben ist das makroskopische Geschwindigkeitsprofil (skaliert mit Teilchendurchmesser d und Schwerkraft g) zu sehen.

Im Abgang realistisch

Um realistische Lawinenmodelle entwickeln zu können, ist es erforderlich, die Physik der Teilcheninteraktionen und der daraus resultierenden Granulatrheologie auf größeren Skalen („Bulk“) zu verstehen. Was unterscheidet beispielsweise ein Granulat von einem Fluid? Der Unterschied lässt sich leicht an einem Sandhaufen zeigen: Dessen Oberfläche hat – im Gegensatz zum Fluid – eine materialspezifische, maximal mögliche Steigung φ_s , die als statischer Böschungswinkel oder Schüttwinkel bekannt ist (Abb. 5). Jedoch geht eine

andere (dimensionslose) Größe, nämlich die Steigung $\mu = \tan \varphi$, in die mathematische Beschreibung der Kontinuumsmodelle ein. Übersteigt die Steigung den Wert $\mu_s = \tan \varphi_s$, so beginnt das Granulat zu fließen. Es formt sich eine Lawine, wodurch sich die Steigung verringert und der Sandhaufen wieder zur Ruhe kommen kann.

Dieses Verhalten lässt sich analog zur mikroskopischen Reibung verallgemeinern: Der Reibungskoeffizient zwischen zwei Oberflächen wird zum makroskopischen Reibungskoeffizienten:

$$\mu = \frac{\tau}{p} \leq \mu_s, \tag{1}$$

also dem Verhältnis zwischen Scherspannung τ und Normalspannung p . Die Feldvariable μ heißt auch innere Reibung und ist an jedem Ort definiert, auch unterhalb der freien Oberfläche. Der zweite Teil der Gleichung stellt das Mohr-Coulombsche Fließkriterium dar: Demnach ist ein Granulat unterhalb der Fließgrenze mechanisch stabil. An der Fließgrenze kann das Granulat seine Stabilität nicht mehr aufrecht erhalten und beginnt zu fließen. Zustände oberhalb μ_s sind in diesem Modell nicht zugelassen. Lawinen entstehen oft durch einen Abfall der inneren Reibung, etwa durch Zufuhr von Wasser (Erdrutsch), durch seismische Prozesse (Erdbeben), Sprengung (Schneelawinen) oder geothermische Effekte (Vulkane). Dabei „versagt“ das Granulat entweder innen im Granulatkörper oder außen am Rand.

Neben der inneren Reibung ist die lokale Dichte des Granulats die zweite wesentliche Zustandsgröße. Wenn ein Granulat fließt, dehnt es sich meist auch aus. Durch Dichteabnahme (Reynolds-Dilatanz) [4] verringert sich die innere Reibung. Demnach kann das Fließen lange anhalten, bevor das Granulat wieder zur Ruhe kommen und die Dichte zunehmen kann. Bei ausreichend starker Dichteabnahme kann schon bei kleinsten Deformationen nahe einer Oberfläche mit hoher Steigung eine Pulverlawine entstehen. Das Granulat fließt dann auch unterhalb des statischen Böschungswinkels φ_s und erstarrt erst, wenn die Hangneigung kleiner wird als der dynamische Böschungswinkel φ_d [5].

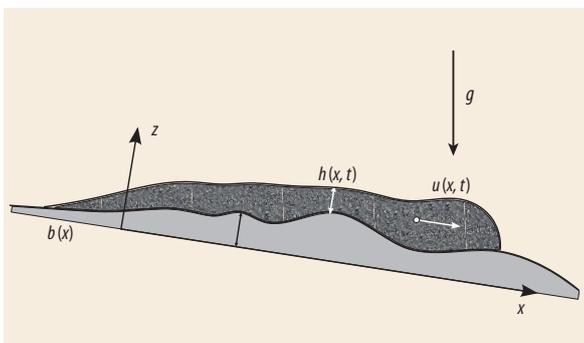


Abb. 4 Bei einem tiefengemittelten Kontinuumsmodell ist die Lawine auf eine dünne Grenzschicht reduziert. Die Variablen dabei sind die Bodentopographie b , Schichtdicke h und mittlere Flussgeschwindigkeit \bar{u} als Funktion von Raum x und Zeit t .

Modellierung der Fließeigenschaften

Im Rahmen eines dreidimensionalen Kontinuumsmodells lässt sich der fließende Zustand durch Cauchys Masse- und Impulserhaltungsgleichungen der klassischen Kontinuumsmechanik beschreiben:

$$\frac{D}{Dt} \rho = 0, \quad \rho \frac{D}{Dt} \vec{u} = \nabla(\tau - p\mathbf{I}) + \rho \vec{g}, \tag{2}$$

wobei ρ die Dichte ist, \vec{u} der Geschwindigkeitsvektor, \vec{g} der Schwerkraftvektor, p der Druck und τ die Scherspannung im Granulat. Die substanzielle Ableitung wirkt auf Dichte und Geschwindigkeit, wobei der Schwerkraftvektor die treibende Kraft ist. \mathbf{I} ist der Einheitstensor und τ die spurfreie Komponente des Spannungstensors.

Analog zu einem Fluid kann man in erster Näherung von einem Stokeschen Materialmodell ausgehen, bei dem die Scherspannung proportional zur Dehnungsrate ist

$$\tau = \eta \dot{\gamma}, \quad \dot{\gamma} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T). \tag{3}$$

Im Gegensatz zu gewöhnlichen Flüssigkeiten (wie Wasser bei Zimmertemperatur) ist die (scheinbare) Viskosität η eines Granulats nicht konstant, da es genau wie ein Festkörper Scherspannungen auch dann halten kann, wenn die Scherrate verschwindet, d. h. im statischen Zustand, solange nur das Mohr-Coulomb-Fließgesetz (1) erfüllt ist. Vereintigt man fluides und festes Verhalten, kann man die (scheinbare) Viskosität als Funktion des makroskopischen Reibungskoeffizienten ausdrücken, $\eta = \mu p / |\dot{\gamma}|$. Diese nimmt mit abnehmender Scherrate zu und divergiert im Grenzfall $\dot{\gamma} \rightarrow 0$, so wie es beim Festkörper der Fall ist.

Das System partieller Differentialgleichungen (2) lässt sich durch geeignete Wahl des Koordinatensystems und der Randbedingungen deutlich vereinfachen. Das Koordinatensystem ist so auszurichten, dass x und y entlang bzw. quer zur mittleren Flussrichtung und z senkrecht zum Untergrund mit Steigung θ liegen. Dann folgt für den Schwerkraftvektor $\vec{g} = g(\sin\theta, 0, -\cos\theta)$. Die Randbedingungen nehmen die einfachste Form an, wenn Flussoberfläche und -boden undurchlässig sind. Die Lawine verliert also

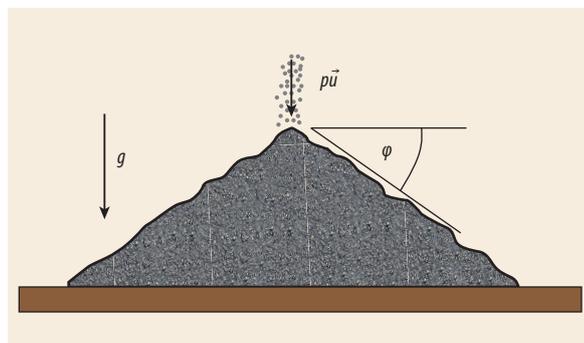


Abb. 5 Der Böschungswinkel φ gibt die Steigung eines Granulathaufens an. Der statische Winkel φ_s ist die maximale Steigung; ein durch Berieselung geformter Haufen hat eine leichtere Steigung, den dynamischen Böschungswinkel φ_d .

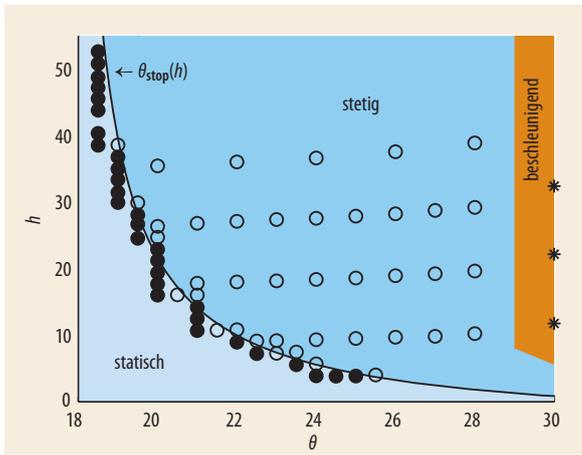


Abb. 6 Phasendiagramm der Fließzustände bei gegebener Steigung θ und Schichtdicke h . Die Symbole beschreiben den Endzustand von Simulationen mittels Diskrete-Elemente-Methode: beschleunigend (*), stetig fließend (o) oder statisch (•). Die Kurve $\theta_{\text{stop}}(h)$ markiert den Phasenübergang, d. h. den Winkel, unter dem ein stetig fließendes Granulat stoppt.

1) In erster Näherung und in guter Übereinstimmung mit Experimenten und Simulationen [1, 6].

keine Masse an die Atmosphäre oder durch Erosion bzw. Ablagerung an der Bodenoberfläche.

Der makroskopische Reibungskoeffizient

Im einfachsten Fall eines stetigen und gleichmäßigen Granulatflusses, bei dem die Fluss- und Bodeneigenschaften nicht von t , x und y abhängen, folgt aus der Impulserhaltung (2) sowie dem Stokes-Gesetz (3), dass

$$\frac{\partial}{\partial z} p(z) = \rho(z) g_z \text{ und } \mu = \tan \theta. \quad (4)$$

Aus diesem zu einfachen Fließgesetz leitet sich ab, dass stetiger, gleichmäßiger Fluss nur möglich ist, wenn der Neigungswinkel θ genau dem Reibungswinkel φ entspricht. Eine kleinere Neigung führt zum Stopp, eine größere zu fortwährender Beschleunigung. Experimente mit verschiedenen Geometrien haben jedoch eindrucksvoll gezeigt, dass stetiger Fluss in einem erstaunlich großen Intervall von Hangneigungen auftritt (Abb. 6) [6]. Daher hat eine Gruppe um Oliver Pouliquen eine weitere Abhängigkeit eingeführt [6, 7]. Diese wird durch eine dimensionslose Zahl parametrisiert, die Scherrate bzw. Inertialzahl:

$$I = t_p/t_\gamma = |\dot{\gamma}| d/\sqrt{p/\rho_p}. \quad (5)$$

Sie ist das Verhältnis der Reorganisationszeit $t_p = d\sqrt{\rho_p/p}$ und der Deformationszeit $t_\gamma = \dot{\gamma}^{-1}$ [8].

Die Dichte und der Reibungskoeffizient sind nun Funktionen der Inertialzahl: Die Dichte $\rho(I)$ nimmt mit der Inertialzahl linear ab. Der makroskopische Reibungskoeffizient $\mu(I)$ nimmt in erster Näherung linear zu, ist aber beschränkt auf Werte zwischen den inneren Reibungskoeffizienten für sehr langsame und sehr schnelle Strömungen: $\mu_{\text{min}} \leq \mu < \mu_{\text{max}}$.

Diese sog. $\mu(I)$ -Rheologie stellt die dynamische Verallgemeinerung des Mohr-Coulomb-Modells

dar, beschreibt aber keineswegs allgemeinere nicht-Newtonsche Fluide [9] oder Granulate [1], bei denen die Rheologie auch druck-, temperatur-, kohäsions- oder zeitabhängig sein kann, z. B. bei weichen [10] oder feuchten bzw. adhäsiven Teilchenkontakten.

Da bei stetigem Fluss die Reibung μ konstant ist (Gleichung (4)), lässt sich aus der $\mu(I)$ -Rheologie folgern, dass sowohl Dichte ρ als auch Inertialzahl I über die Flusshöhe konstant¹⁾ sind. Daher ist die Scherrate proportional zur Wurzel des Drucks, $\dot{\gamma} \propto \sqrt{p}$, woraus man das Geschwindigkeitsprofil ableiten kann,

$$u(z) \propto h^{3/2} - (h-z)^{3/2}. \quad (6)$$

Folglich kann die Flusshöhe h und mittlere Flussgeschwindigkeit $\bar{u} = \int \rho u dz / \int \rho dz$ dazu dienen, die Inertialzahl $I = (5\bar{u}d)/(2h\sqrt{g_z h})$ und die Reibung $\mu(I)$ zu definieren. Diese Rheologiebeziehungen wurden durch Teilchensimulationen erstaunlich genau bestätigt [1]. Weitere nichtnewtonsche Effekte fallen kaum ins Gewicht und werden daher meist vernachlässigt, so auch in der $\mu(I)$ -Rheologie.

Tiefengemittelte Modelle

Trotz der sehr elegant vereinfachten $\mu(I)$ -Rheologie ist das Fließverhalten, außer in besonders einfachen Spezialfällen, kaum analytisch zu behandeln. Auch die numerischen Lösungen komplexer Topologien nehmen zu viel Zeit für praktische Anwendungen in Anspruch. Daher stellt sich die Frage, ob ein dreidimensionales Kontinuumsmodell weiter zu vereinfachen ist?

Da Lawinen meist flach sind, ist es möglich, diese als dünne Schicht zu modellieren und die Variablen über die Flussschichtdicke in z -Richtung zu mitteln. Falls die typische Flussschichtdicke H viel kleiner ist als die typische Lawinenlänge L , gibt es eine kleine Größe $\varepsilon = H/L \ll 1$, die bei der weiteren Vereinfachung (Taylor-Reihen) hilft. Als Beispiel zur Herleitung eines einfachen Dünnschichtmodells sei angenommen, dass die Lawine in der Breite y homogen ist, aber eine variable Dicke in Flussrichtung hat, im Gegensatz zum einfachsten Fall eines stetigen und gleichmäßigen Granulatflusses. Mittelt man die Masse- und Impulserhaltungsglei-

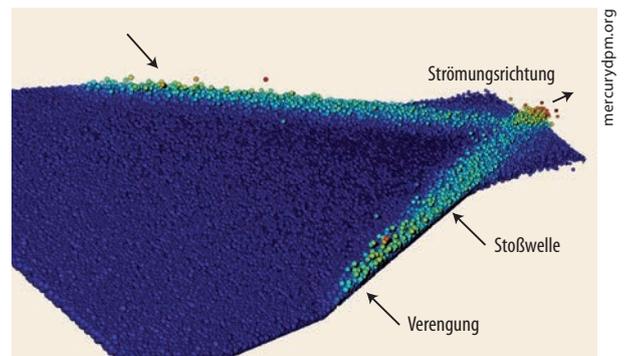


Abb. 7 Die Simulation eines Granulatflusses durch eine Verengung zeigt deutlich eine abgewinkelte Stoßwelle am Rand des Flusses.

chungen (2) durch Integration über die Schichtdicke, verwandelt man die Felder ρ und u in die skalaren Parameter Flussdicke h und mittlere Flussgeschwindigkeit \bar{u} . In erster Ordnung ist der Fluss lithostatisch, d. h. der Anstieg der Normalspannung ist proportional zur Dichte, $\partial p/\partial z = \rho g_z + \mathcal{O}(\varepsilon)$. Zudem gelten folgende Erhaltungsgleichungen für eine Topologie, die in Strömungsrichtung x variiert [11]

$$\frac{\partial}{\partial t} h + \frac{\partial}{\partial x} (h\bar{u}) = 0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (h\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial x} (h\bar{u}^2 + \bar{p}) = ghS, \tag{8}$$

wobei das Stokesche Materialmodell (3) angenommen wurde.²⁾ Dabei werden in $S = \sin\theta - (\mu_b \operatorname{sgn}(\bar{u}) + (\partial b)/(\partial x)) \cos\theta + \mathcal{O}(\varepsilon\mu)$ die Steigung θ und die Topologie b mit der Wirkung der Reibung kombiniert.³⁾

Der Reibungskoeffizient nahe des Bodens, $\mu_b = \mu|_{z=0}$, ist bei gleichmäßigem Fluss und rauem Boden gleich der inneren Reibung, $\mu_b = \mu(I)$, wobei I über die Bagnold-Gleichung (6) eine Funktion der Flussdicke und -geschwindigkeit ist. Bei glatten Oberflächen ist die Bodenreibung geringer [12, 2], weshalb Lawinen dort deutlich weiter laufen können als auf rauhen Oberflächen.

Die obigen Flussgleichungen gelten, sobald bzw. solange das Granulat fließt, d. h. die Bodenreibung den Reibungswinkel überschreitet. Für ein vollständiges, abgeschlossenes System von Gleichungen, bei dem die Zahl der Unbekannten gleich der Anzahl der Gleichungen ist, wird häufig angenommen, dass das Geschwindigkeitsprofil (6) und damit der Koeffizient $\alpha = \bar{u}^2/\bar{u}^2$, bekannt ist. Aus Gleichung (8) folgt dann:

$$\frac{\partial}{\partial t} (h\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha h\bar{u}^2 + \frac{g}{2} h^2 \cos\theta) = ghS, \tag{9}$$

wobei die konstante Dichte gekürzt und alle Terme der Ordnung $\mathcal{O}(\varepsilon)$ vernachlässigt wurden. (7) und (9) bilden die granularen Dünnschichtgleichungen, die zur Lösung realer Lawinen auf komplexen Topologien (Abb. 3) dienen.

Abschließend ist es möglich, eine nicht-lokale Rheologie im Rahmen der Dünnschichtgleichungen zu formulieren, in der nur die gemittelte Scherrate zur Inertialzahl beiträgt [13]. Diese Mittelung beeinflusst die Reibungswerte sehr dünner Schichten, in denen der Verlust kinetischer Energie an den rauhen Boden nicht zu vernachlässigen ist. Dünne Flüsse bleiben daher selbst bei hohen Steigungen stehen, während dicke Strömungen stetig beschleunigen, d. h. es stellt sich kein Gleichgewicht ein (Abb. 6). Damit folgt:

$$\mu(h, F) = \mu_{\min} + \frac{\mu_{\max} - \mu_{\min}}{1 + h/AdF} \tag{10}$$

μ variiert also zwischen den beiden Werten $\mu_{\min} \leq \mu(h) \leq \mu_{\max}$. Der einzige freie Parameter ist die materialabhängige Proportionalitätskonstante A , von der Ordnung 1, die proportional zur sog. Froude-Zahl $F = u/\sqrt{hg_z}$ ist [1].

In weiterentwickelten Modellen zur quantitativen Vorhersage sind die Annahmen konstanter Dichte $\rho(z)$

bei fixierter Neigung und isotroper Spannung in der Scherebene korrigiert [2]. Das grundsätzliche Verhalten der Lawinen lässt sich jedoch schon durch die Gleichungen (7) und (9) erstaunlich gut annähern.

Die wichtigsten Parameter für die Flussrheologie sind also der makroskopische Reibungskoeffizient μ und die Dichte ρ . Für nicht-adhäsive, harte Teilchen auf rauhen Böden lassen sich beide Parameter als Funktion der Inertialzahl ausdrücken und verwenden, um Lawinen vorherzusagen.

Beim Abgang entmischt

Zusätzlich zur Flussrheologie sind auch die Bodentopologie und das Entmischungsverhalten von polydispersen Granulaten wichtig, um Lawinen vorherzusagen zu können. Die Gebirgstopologie b wirkt sich stark auf den Lauf einer Lawine aus: Sie kann dazu führen, dass sich die Lawine beschleunigt, die Flussrichtung ändert oder ihre seitliche Ausbreitung begrenzt wird (Abb. 7) [14]. All dies beeinflusst die Flussdicke und Geschwindigkeit und damit die Lauflänge von Lawinen. Außerdem verändern Erosion und Ablagerung durch die Lawine den statischen Untergrund [15]. Die Vermischung mit dem Untergrund wirkt sich auch auf die Struktur im Granulat aus. Einfache rheologische Modelle berücksichtigen dies nicht. Zudem können Strömungshindernisse oder Verengungen komplexe Stoßwellen verursachen [16].

Murgänge sind in der Regel polydispers und bestehen aus einem Gemisch von Teilchen, die sich in Größe, Form, Dichte und Oberflächenbeschaffenheit (insbesondere Rauheit) voneinander unterscheiden. Die dispersen Teilcheneigenschaften führen zur Entmischung (Segregation) der Teilchen in Lawinen. Der schnellste Prozess findet in vertikaler z -Richtung statt (Abb. 8) und bringt große Teilchen an die Oberfläche. Deshalb helfen in Lawinen aufblasbare Ballons dem Skifahrer, an der Oberfläche zu bleiben. Andere Prozesse bewegen die großen Teilchen nach außen an den Rand der Lawine, wo sie sich ablagern. Dadurch bilden sich seitliche Dämme, welche die Lauflänge der Lawine stark verlängern [17].

Die Korngrößenunterschiede dominieren die Entmischung gemäß der Idee eines „kinetischen Siebes“: Dabei sickern kleine Teilchen zwischen den großen Partikeln wie durch ein Sieb nach unten. Denn kleine Teilchen finden einfacher eine Lücke, große dagegen

2) Das Stokesche Materialmodell gilt in vielen Strömungen nur annähernd, da es Isotropie der Normalspannungen impliziert: $p = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$. So wurde z. B. $\sigma_{xx} = 0,95\sigma_{zz}$ gefunden [1]. Zudem wird die zweite Anisotropie aus der Scherebene heraus hier vollkommen vernachlässigt [1].

3) Der erste Term gibt die Normalkraft an, der zweite die Reibungskraft entgegen der Stromrichtung und der dritte die Variation der Reibung durch Topologievariation. Weitere Terme werden vernachlässigt.

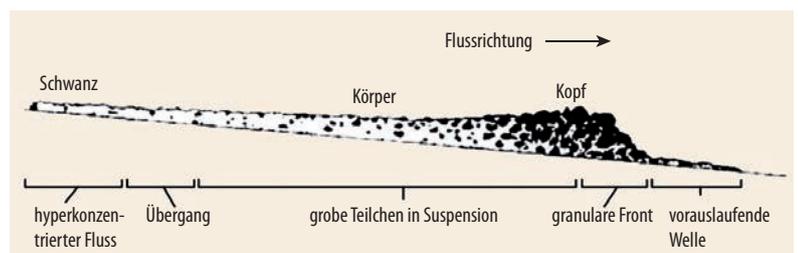


Abb. 8 In einer Lawine entmischen sich großen Teilchen wandern erst nach oben, dann an den Kopf des Gemisches. Teilchen unterschiedlicher Größe. Die

nicht. Je unterschiedlicher die Teilchengröße ist, desto schneller erfolgt die Segregation. Ein Druckgradient, der durch Schwerkraft entsteht, sowie eine Reorganisation (Scherung der Lawine) treiben diesen Prozess an.

Auf der makroskopischen Skala beschreibt ein tiefengemittelt Zweiphasen-Kontinuumsmodell [18, 19] die Entmischung im Spezialfall bidisperser Granulate unterschiedlicher Korngrößen mit Hilfe nur zweier Parameter, welche die Stärke der vorrangigen Entmischungsprozesse quantifizieren. Dabei wurde angenommen, dass die Kombination nur zweier Mechanismen für die Segregation ausreicht: ein Gradient in der Schergeschwindigkeit und das kinetische Sieben. Basierend auf der Idee des kinetischen Siebes wurde ein Kontinuumsmodell entwickelt, das auch auf allgemeine Korngrößenverteilungen anwendbar ist [20]. Die Parameter, die in die Modelle eingehen, lassen sich mit DEM-Simulationen [21, 22] oder in Experimenten [23] bestimmen.

Die oben genannten Modelle berücksichtigen nur die Partikelgröße. Obwohl die Korngrößenverteilung die Entmischung dominiert, haben weitergehende Studien gezeigt, dass auch unterschiedliche Teilchendichten die Entmischung beeinflussen [24]. Daher wurden vor kurzem neue, bessere Kontinuumsmodelle entwickelt, die auch die Dichte der Teilchen berücksichtigen [9, 25]. Diese Modelle erlauben es, die Segregation trockener, kugelförmiger Granulate effizient und quantitativ vorherzusagen. Andere Unterschiede sind aber nach wie vor vernachlässigt. Die Vorhersage unter allgemeinen, realistischen Bedingungen ist jedoch noch immer nicht möglich.

Zusammenfassung und Ausblick

Das Verständnis der Lawinenphysik ist durch intensive Forschung weit fortgeschritten. Verschiedene Multiskalenaspekte der Lawinendynamik wurden durch kombinierte Feldmessungen und Laborexperimente sowie durch Teilchensimulationen und (tiefengemittelte) Kontinuumsmodelle untersucht.

Während unter vielen vereinfachenden Annahmen ein relativ einfaches tiefengemittelt Modell resultiert, sind allgemeine nichtnewtonsche Fließeigenschaften und Entmischung noch nicht berücksichtigt, obwohl beides die Laufdistanz einer Lawine stark beeinflusst. Für eine quantitativ korrekte Modellierung sind der Übergang von statischen Böschungen zu schnell fließenden Lawinen sowie das zur Ruhe kommen der Lawine immer noch eine Herausforderung.

Solche offenen Fragen machen Lawinen zu einem interessanten Forschungsthema – nicht nur in der Geophysik oder der Partikeltechnologie, sondern auch in der angewandten Mathematik oder der Multiskalen-Physik. Verfeinerte Rheologiemodelle können nicht nur helfen, Lawinen vorherzusagen und vor ihnen zu schützen, sondern sie sind auch für viele industrielle Anwendungen wie Mischungs-, Transport- und Beschichtungsprozesse von Belang.

Literatur

- [1] T. Weinhart et al., *Granular Matter* **14**, 531 (2012);
T. Weinhart et al., *Phys. Fluids* **25**, 070605 (2013)
- [2] M. Christen et al., *Cold Regions Science and Techn.* **63**, 1 (2010)
- [3] T. Kobayashi, K. Soga und P. Dimmock, *Frontiers in Offshore Geotechnics III – 3rd Int. Symp. on Frontiers in Offshore Geotechnics*, ISFOG (2015), S. 975
- [4] O. Reynolds, *Philosophical Magazine Series* **5**, 469 (1885)
- [5] Y. Grasselli und H. J. Herrmann, *Physica A* **246**, 301 (1997)
- [6] GDR MiDi., *Eur. Phys. J. E* **14**, 341 (2004)
- [7] O. Pouliquen und Y. Forterre, *J. Fluid Mech.* **453**, 131 (2002)
- [8] F. da Cruz et al., *Phys. Rev. E* **72**, 021309 (2005)
- [9] R. Hartkamp, B. D. Todd und S. Luding, *J. of Chem. Phys.* **138**, 244508 (2013)
- [10] A. Singh et al., *New Journal of Physics* **17**, 043028 (2015)
- [11] J. M. N. T. Gray et al., *J. Fluid Mech.* **491**, 161 (2003)
- [12] A. R. Thornton et al., *Eur. Phys. J. E* **35**, 127 (2012)
- [13] K. Kamrin und D. L. Henann, *Soft matter* **11**, 179 (2015)
- [14] M. Wieland et al., *J. Fluid Mech.* **392**, 73 (1999)
- [15] Y. C. Tai und C. Y. Kuo, *Acta Mech.* **199** (2008)
- [16] A. W. Vreman et al., *J. Fluid Mech.* **578**, 233 (2007)
- [17] J. M. N. T. Gray und B. P. Kokelaar, *J. Fluid Mech.* **652**, 105 (2010)
- [18] D. L. George und R. M. Iverson, *5th Int. Conf. on Debris-flow Hazards Mitigation, Mechanics, Prediction & Assessment* (2011), S. 415
- [19] R. M. Iverson und R. J. Leveque, *Transactions American Geophysical Union* **90**, 23 (2011)
- [20] B. Marks, P. Rognon und I. Einav, *J. Fluid Mech.* **690**, 499 (2012)
- [21] K. M. Hill und Danielle S. Tan, *J. Fluid Mech.* **756**, 54 (2014)
- [22] D. R. Tunuguntla, A. R. Thornton und T. Weinhart, *Computational Particle Mechanics* **3**, 349 (2016)
- [23] S. Wierseiner et al., *Physics of Fluids* **23**, 013301 (2011)
- [24] D. C. Hong, P. V. Quinn und S. Luding, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3423 (2001)
- [25] D. R. Tunuguntla, O. Bokhove und A. R. Thornton, *J. Fluid Mech.* **749**, 99 (2014)

DIE AUTOREN

Thomas Weinhart studierte Mathematik an der TU München und promovierte an der Virginia Tech University in Blacksburg, USA. Seit 2009 ist er an der Universität Twente tätig, wo er sich mit den Grundlagen granularer Strömungen beschäftigt.



Deepak Tunuguntla erhielt seinen Master 2011 in Computational Mechanics von der Universität Stuttgart. 2015 promovierte er in angewandter Mathematik und Maschinenbau an der Universität Twente. Seitdem ist er dort Postdoktorand.

Anthony Thornton promovierte 2005 in angewandter Mathematik an der Universität Manchester. Seit 2009 ist er an der Universität Twente, seit 2015 als Associate Professor.



Stefan Luding (FV Dynamik, Statistische Physik) studierte Physik an der Universität Bayreuth und promovierte 1994 in Frei-



burg. Als Postdoc war er an der Uni. Paris VI (Jussieu). 1998 habilitierte er an der Uni Stuttgart in Computerphysik. Seit 2001 lebt Stefan Luding in den Niederlanden, wo er erst an der TU Delft das Fach Partikel-Technologie vertrat und seit 2007 an der Uni Twente den Lehrstuhl „Multiscale Mechanics“ innehat.