

Der Quantenhimmel voller Geigen

Quantentheorie in der Sprache der Himmelsmechanik – Karl Schwarzschilds letzte Arbeit

Michael Eckert

Vor hundert Jahren, am 11. Mai 1916, starb Karl Schwarzschild. Begriffe wie „Schwarzschild-Metrik“ oder „Schwarzschild-Radius“ erinnern an ihn als Pionier der modernen Gravitationsphysik. Weniger bekannt ist sein Beitrag „Zur Quantenhypothese“, so der Titel seiner letzten Arbeit. Arnold Sommerfeld nannte Schwarzschild einen „Pfadfinder“ auf diesem im Jahr 1916 „noch reichlich dunklen Gebiete“.

Im November 1915 fand Albert Einstein die endgültige Form seiner Allgemeinen Relativitätstheorie. Einen Monat später präsentierte Karl Schwarzschild bereits eine exakte Lösung der Feldgleichungen für ein kugelförmiges Gebilde, das man später Schwarzes Loch nannte. Zum 100. Geburtstag der Allgemeinen Relativitätstheorie kam neben Einstein auch Schwarzschild als Pionier der modernen Gravitationsphysik zu Ehren [1]. Vor genau hundert Jahren leistete er mit seiner letzten Veröffentlichung einen entscheidenden Beitrag zur Atom- und Quantentheorie.

Karl Schwarzschild kam am 9. Oktober 1873 in Frankfurt am Main zur Welt [2]. Er zeigte schon früh eine große technische und mathematische Begabung. Mit einem Rohr aus zusammenge-rollten Zeitungen, das er im Innern schwärzte, bastelte er ein Teleskop, um damit seinen Geschwistern die Saturnringe zu zeigen. Als 16-jähriger Schüler verfasste er eine Arbeit über die Bahnbestimmung von Himmelskörpern und schickte sie an die Astronomischen Nachrichten. Sie wurde veröffentlicht – und in der Familie voller Stolz immer wieder vorgelesen, obwohl niemand außer Karl auch nur ein Wort davon verstand, wie sich sein Bruder erinnerte. Als er im Mathematikunterricht einmal seine



Karl Schwarzschild (1873 – 1916) hat nicht nur in der Astrophysik, sondern auch in der Quantentheorie Bahnbrechendes geleistet.

Logarithmentafeln vergessen hatte, behalf er sich damit, die benötigten Werte aus einer Reihenentwicklung selbst zu berechnen. Nach dem Abitur zog er 1891 nach Straßburg, um dort Astronomie zu studieren. Zwei Jahre später unterbrach er das Studium, um in München als „Einjährig-Freiwilliger“ seinen Militärdienst abzuleisten. Er blieb in München und setzte sein Studium an der Ludwig-Maximilians-Universität bei dem renommierten Astronomen Hugo von Seeliger fort, bei dem er 1896 auch über die „Elliptische Gleichgewichtsfigur einer homogenen, rotierenden Flüssigkeit“ promovierte.

Danach wurde Schwarzschild Assistent am Kuffner-Observatorium in der Nähe von Wien, einer bestens ausgestatteten privaten Sternwarte. Hier erhielt er die Anregung und die Mittel, um eine fotografische Methode zur Hel-

ligkeitsbestimmung von Sternen zu entwickeln. Das Verfahren verschaffte ihm Anerkennung unter Astronomen und machte seinen Namen auch in der Fotografie bekannt („Schwarzschild-Exponent“). Mit dieser Arbeit habilitierte sich Schwarzschild danach wieder in München, wo er sich als Privatdozent für eine Laufbahn als Hochschullehrer weiter qualifizierte. Als man 1901 einen Nachfolger für Wilhelm Schur als Leiter der Göttinger Sternwarte suchte, landete Schwarzschild als Nummer drei auf der Berufungsliste, hinter seinem Doktorvater Hugo von Seeliger und dem Heidelberger Astronomen Max Wolf. Da beide absagten, ging der Ruf an Schwarzschild. Mit Felix Klein, David Hilbert und Hermann Minkowski stieg die Universität Göttingen in diesen Jahren zum Mekka der Mathematik auf, und auch die zur Universität gehörende

Dr. Michael Eckert, Forschungsinstitut für Wissenschafts- und Technikgeschichte, Deutsches Museum, 80306 München



Am astrophysikalischen Observatorium Potsdam (Ansichtskarte von 1930) war Karl Schwarzschild, hier in seinem Arbeitszimmer, von 1909 bis zu seinem Tod im Jahr 1916 Direktor.

Sternwarte besaß einen glänzenden Ruf – wenn auch mehr auf theoretischem Gebiet als in der beobachtenden Astronomie. Schwarzschild beteiligte sich an den von Hilbert und Klein veranstalteten Seminaren und publizierte über Themen aus ganz verschiedenen Gebieten, von der Elektrodynamik bis zur Turbulenztheorie. In seinen astronomischen Arbeiten spannte er den Bogen von der Himmelsmechanik bis zum Strahlungsgleichgewicht in Sternatmosphären („Schuster-Schwarzschild-Modell“). Binnen weniger Jahre war sein Ruf so gefestigt, dass man ihn 1909 als Leiter des Astrophysikalischen Observatoriums nach Potsdam berief, der bedeutendsten astronomischen Forschungseinrichtung Deutschlands jener Jahre. Auch hier publizierte Schwarzschild theoretische Arbeiten aus weit auseinander liegenden Gebieten, etwa zur Stellarstatistik und zur Kosmogonie.

Als Schwarzschild 1916 überraschend starb, steckte die Astrophysik noch in den Kinderschuhen. Im Unterschied zu England und den USA, wo Arthur Stanley Eddington, Henry Norris Russell und andere in diesen Jahren die Physik immer enger mit der Astronomie verbanden, gab es in Deutschland niemand, der in Schwarzschilds Fußstapfen trat. „Der Verlust des genialen Schwarzschild hat sich als verhängnisvoll erwiesen“, schrieb Arnold Sommerfeld im Jahr 1930 in einer Denkschrift über den Stand der deutschen Astrophysik an den Präsidenten der Notgemeinschaft

der deutschen Wissenschaft. In seinem eigenen Fach pilgerten Studenten aus der ganzen Welt nach Deutschland, um moderne Physik aus erster Hand zu lernen. In der Astronomie beschäftigte man sich jedoch lieber mit traditionellen Themen wie Positionsbestimmung statt mit Quantenphysik und Relativitätstheorie. Deutschland sei, so konstatierte Sommerfeld, „in der Astrophysik von England und Amerika überflügelt worden“ [3].

Spektrallinien mit Volldampf

Für Schwarzschild standen physikalische Fragen von Anfang an auf der Tagesordnung. Sommerfeld wusste, dass er in Schwarzschild einen Kollegen hatte, der – im Gegensatz zu den meisten anderen Astronomen – dafür immer ein offenes Ohr hatte. Schwarzschild möge doch „einmal die Konsequenzen der Relativtheorie für die Astronomie ziehen“, schrieb er zum Beispiel im Dezember 1910 nach Potsdam. „Denn wer soll es außer Ihnen tun? Seeliger hasst diese neueste Evolution mit der ganzen Aufrichtigkeit und Impulsivität seines Wesens“ ([4], Nr. 171).¹⁾

Mit neuen Entdeckungen über die Aufspaltung von Spektrallinien in magnetischen und elektrischen Feldern (Paschen-Back- und Stark-Effekt) und mit dem Bohrschen Atommodell rückte 1913 die Atomtheorie ins Zentrum der Diskussion. Am 19. Dezember 1913 präsentierte Schwarzschild in der

Berliner Physikalischen Gesellschaft zwei Abhandlungen dazu: Mit einer Arbeit zum Stark-Effekt zeigte er, dass man die Konfiguration eines um einen Atomkern kreisenden Elektrons in einem homogenen elektrischen Feld als Grenzfall des himmelsmechanischen Problems der Anziehung nach zwei festen Zentren behandeln kann, „mit der Spezialisierung, dass das eine Zentrum sehr weit abrückt“ [5]; die zweite Abhandlung beinhaltete den Versuch, die klassische Lorentzsche Theorie des (normalen) Zeeman-Effekts so zu verallgemeinern, dass sich auch komplexe Linienaufspaltungen erfassen ließen [6].

Auch wenn diesen Anstrengungen kein Erfolg beschieden war, beflügelten sie die Weiterentwicklung der frühen Atomtheorie. Sommerfeld machte Schwarzschilds Stark-Effekt-Abhandlung im Januar 1914 zum Gegenstand eines Vortrags im Münchner Physikerkolloquium ([4], Nr. 208). Im darauf folgenden Wintersemester 1914/15 fand er „einen interessanten Ansatz für den Stark-Effekt aus der Bohrschen Theorie der Wasserstofflinien“, wie er an Wilhelm Wien schrieb ([4], Nr. 215). Der Ansatz brachte Sommerfeld auf den Weg zur Erweiterung des Bohrschen Atommodells [7], und Schwarzschild gehörte zu den ersten, denen er davon berichtete: „Was ich mache? Augenblicklich Spektrallinien mit Volldampf und mit märchenhaften Resultaten.“ Damit spielte er auf die ersten

1) Textauszüge, die der veröffentlichten Sommerfeld-Korrespondenz [4] entnommen sind, werden mit Angabe der jeweiligen Briefnummer zitiert.

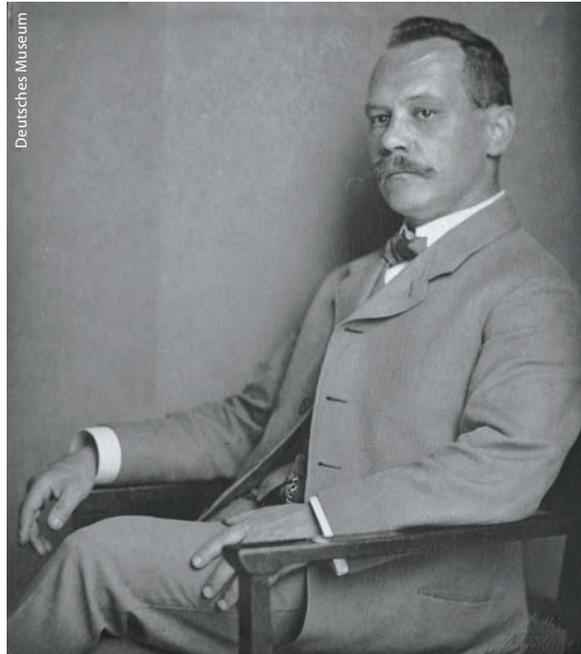
Erfolge seiner Theorie an: Indem er neben den Kreisbahnen des Elektrons im Wasserstoffatom auch Ellipsenbahnen zuließ und deren Exzentrizität quantelte, ergab sich – bei relativistischer Berechnung des Elektronenumlaufs – eine größere Zahl von Spektrallinien mit einer Feinstruktur, für die ihm Friedrich Paschen auch schon eine erste experimentelle Bestätigung lieferte. „Das bedeutet natürlich auch eine wirkliche Theorie des Zeeman-Effekts“, gab er sich optimistisch. „Die Linienzahl im Stark-Effekt kommt zweifellos aus derselben Quelle“ ([4], Nr. 226).

Wettrennen mit Effekt

Zum Zeitpunkt dieser Korrespondenz war der Erste Weltkrieg bereits seit mehreren Monaten im Gange. Sommerfeld war mit 46 Jahren zu alt für den Kriegseinsatz. Schwarzschild war fünf Jahre jünger und hatte sich als Kriegsfreiwilliger gemeldet. Er habe sich als „deutscher Jude“ zu diesem Schritt besonders herausgefordert gefühlt, erklärte seine Frau später ihren Kindern. Im September 1914 schickte man ihn als Leiter einer Wetterstation nach Namur in Belgien. Später wurde er bei einer Artillerieeinheit zuerst in Nordfrankreich, dann in Russland eingesetzt, wo er den Einfluss meteorologischer Faktoren wie Wind



Paul Epstein, ein Schüler Sommerfelds, lieferte sich mit Schwarzschild ein Wettrennen um die Theorie des Stark-Effekts.



Arnold Sommerfeld korrespondierte im Frühjahr 1916 mit Schwarzschild über die Erweiterung des Bohrschen Atommodells.

und Luftdichte auf die Flugbahn von Geschossen untersuchte. Auch Sommerfeld beschäftigte sich mit verschiedenen kriegsphysikalischen Themen. Dass beide in diesen Kriegsmonaten entscheidende Weichen für die weitere Entwicklung der Atom- und Quantentheorie stellten, bedeutet nicht, dass sie sich in den Elfenbeinturm der reinen Wissenschaft zurückzogen.

Sommerfelds Erweiterung des Bohrschen Atommodells führte aber nicht so zwanglos zu einer Theorie der Linienaufspaltung beim Zeeman- und Stark-Effekt, wie er sich erhofft hatte. „Sie werden von meiner Arbeit enttäuscht sein“, kommentierte er im Februar 1916 die Versendung der beiden Abhandlungen, die er am 6. Dezember 1915 und 8. Januar 1916 der Bayerischen Akademie vorgelegt hatte. Der Einfluss von elektrischen und magnetischen Feldern wurde darin nicht behandelt. Aber inzwischen hatte auch Max Planck von ganz anderer Warte aus eine Erweiterung der Bohrschen Theorie vorgeschlagen und Sommerfelds Ergebnisse – zu dessen großer Genugtuung – bestätigt. „Bei so verschiedenem Ausgangspunkt und so verschiedener Denkweise (Planck vorsichtig und abstrakt, ich etwas draufgängerisch und auf die Beobachtung direkt loszielend) genau die gleichen Resultate!“ ([4], Nr. 239). Schwarz-

schild war jedoch keineswegs enttäuscht. „Ihre Spektrallinienarbeit ist ein gewaltiger Schritt vorwärts“, schrieb er postwendend zurück. In demselben Brief skizzierte er auch gleich eine Methode, die der Theorie eine zwingendere Form gab: den Hamilton-Jacobi-Formalismus mit Winkel-Wirkungsvariablen. Damit lasse sich auch die relativistische Kepler-Bewegung „schnurstracks“ berechnen. „Ferner liefert diese Vorschrift auch einen zwingenden Ansatz für den Starkeffekt und den Zeemaneffekt.“ Er befände sich „auf einer Dienstreise nach Brüssel“, entschuldigte er die Kürze seines Briefes, und habe „gerade in der Bahn Anwendung auf Zeemaneffekt“ versucht ([4], Nr. 240). Nähere Ausführungen dazu blieb er schuldig.

Um diese Zeit zeigten sich bei Schwarzschild schon Symptome einer Hautkrankheit (Pemphigus), die sich rasch verschlimmerte und seine Beurlaubung vom Kriegseinsatz in Belgien zur Folge hatte. Sie hielt ihn aber nicht davon ab, sich weiter in die Quantentheorie zu vertiefen. „Der Quantenhimmel hängt voller Geigen. Schreiben Sie mir doch bitte nach Potsdam“, so gab er Sommerfeld zu verstehen, dass er nun von zuhause aus die Anwendung auf den Stark- und Zeeman-Effekt weiter verfolgen wollte ([4], Nr. 241).

Sommerfeld war begeistert. „Dass Sie sich gleichzeitig in Belgien und im Quantenhimmel tummeln, imponiert mir sehr“, schrieb er zurück. Schwarzschilds himmelsmechanische Methoden, insbesondere die Verwendung von Winkel-Wirkungsvariablen, seien ihm zwar „nicht geläufig“, aber die enge Berührung mit der von ihm selbst benutzten Quantisierung mithilfe von Phasenintegralen stimmte ihn zuversichtlich, „dass unsere Auffassungen nicht weit auseinander gehen“. Dann beschrieb er auf mehreren Briefseiten, wie er sich durch Einführung eines dritten Phasenintegrals für die räumliche Quantisierung der Bahnebene eine Theorie des Zeeman-Effekts vorstellte. Allerdings könne man so nicht die anomale Aufspaltung der Spektrallinien erklären, schränkte er ein. Das sei noch „Mystik höherer Ordnung“ ([4], Nr. 243).

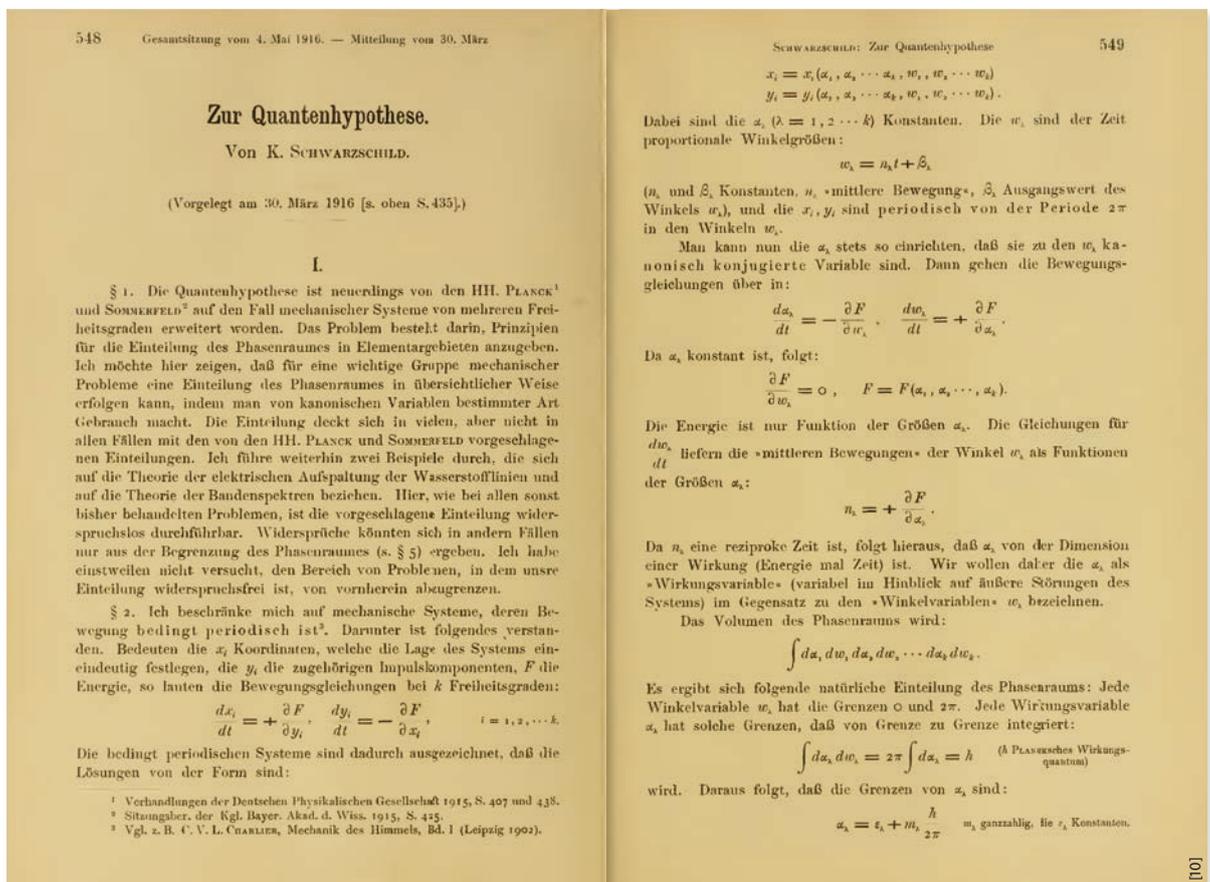
Den Stark-Effekt erklärte Sommerfeld zum Habilitationsthema seines Mitarbeiters Paul Epstein. Der erinnerte sich später an diese Phase seiner Karriere sehr lebhaft,

denn er verbrachte sie als „feindlicher Ausländer“ (er war russischer Staatsbürger) in einer Art Hausarrest am Sommerfeldschen Institut – und die Theorie des Stark-Effekts wuchs sich zu einem Wettlauf mit Schwarzschild aus [8]. „Gestern kommt Ihr interessanter Brief [...] und heute kommt Epstein mit der allgemeinen Formel“, schrieb Sommerfeld am 24. März an Schwarzschild ([4], Nr. 246 und 247). „Das ist aufregend! Ihre Schule trägt Früchte: Ich gratuliere Herrn Epstein“, so erkannte Schwarzschild am 26. März die Priorität Epsteins an ([4], Nr. 248). Epsteins Publikation „Zur Theorie des Starkeffekts“ ging am 29. März bei der Physikalischen Zeitschrift ein [9], Schwarzschild legte seine Abhandlung „Zur Quantenhypothese“ am 30. März der Berliner Akademie vor [10]. Darin behandelte er nicht nur den Stark-Effekt, sondern auch die Quantisierung eines rotierenden Moleküls (mit Blick auf die Theorie der Bandenspektren) nach der Methode des Hamilton-Jacobi-Formalismus. Die Arbeit erschien am 11. Mai 1916.

Am selben Tag erlag Schwarzschild in einem Berliner Krankenhaus seiner Hautkrankheit.

Ähnlich wie andere Ergebnisse der „alten“ Quantentheorie lieferte die Epstein-Schwarzschildsche Theorie des Stark-Effekts noch keine vollständig befriedigende Erklärung der experimentellen Befunde. Erst die quantenmechanische Behandlung im Jahr 1926 – wieder durch Epstein – schuf hier Klarheit [11]. Im Nachhinein ist es erstaunlich, dass mit den klassischen Konzepten der vor-quantenmechanischen Theorien immerhin teilweise Erfolge zu verzeichnen waren. Schwarzschilds Pioniertat als „Pfadfinder“ [12] in der frühen Quantentheorie war die Übertragung des Hamilton-Jacobi-Formalismus mit Winkel-Wirkungsvariablen von der Himmelsmechanik in die Atommechanik. Sommerfeld machte sich umgehend daran, dieses Verfahren in die Atomtheorie zu integrieren [13]. Dies sei „ein wirklicher Königsweg“ für die Lösung von Quantenproblemen, so würdigte er später diesen Formalismus, der heute seinen festen Platz

In seiner letzten Arbeit übertrug Karl Schwarzschild den Hamilton-Jacobi-Formalismus mit Winkel-Wirkungsvariablen in die Atommechanik.



im Arsenal physikalischer Methoden hat [14]. Hätte Schwarzschild länger gelebt, würden wir ihn heute vermutlich auch als Pionier der Quantenphysik würdigen, auf einer Stufe mit Persönlichkeiten wie Niels Bohr, Arnold Sommerfeld oder Max Born.

„In den letzten Monaten seines Lebens, als schon das tückische Leiden seinen Körper geschwächt hatte, gelang es ihm noch, eine feinsinnige Untersuchung zur Quantentheorie durchzuführen“, so erinnerte auch Einstein in seinem Nachruf auf Schwarzschild an diese Pionierarbeit [15]. Ein Jahr später lieferte Einstein selbst einen wichtigen Beitrag „Zum Quantensatz von Sommerfeld und Epstein“, der ähnlich wie Schwarzschilds letzte Arbeit „Zur Quantenhypothese“ in seiner historischen Bedeutung lange unterschätzt wurde [16]. Erst mit der Renaissance der „Semiklassik“ im letzten Drittel des 20. Jahrhunderts offenbarte sich das Potenzial, das in diesen frühen Quantensätzen steckte [17].

Literatur

- [1] *H. Goenner*, Physik Journal, Juli 2015, S. 41
- [2] *K. Schwarzschild*, Gesammelte Werke/ Collected Works. (3 Bände), hrsg. von *H. H. Voigt*, Springer, Heidelberg (1992), zur Biografie siehe Bd. 1, S. 1
- [3] *A. Sommerfeld an Fr. Schmidt-Ott*, 16. Oktober 1930, Deutsches Museum, Archiv, NL 89, Kasten 4
- [4] *A. Sommerfeld*, Wissenschaftlicher Briefwechsel, 1892–1918, hrsg. von *M. Eckert* und *K. Märker*, Deutsches Museum und GNT-Verlag, Berlin u. a. (2000)
- [5] *K. Schwarzschild*, Verhandlungen DPG **16**, 20 (1914)
- [6] *K. Schwarzschild*, Verhandlungen DPG **16**, 24, (1914)
- [7] *M. Eckert*, European Physical Journal History **39**, 141 (2014)
- [8] Interview mit *Paul Epstein* von *John L. Heilbron*, 25. Mai 1962, Archive for History of Quantum Physics, Niels Bohr Library, American Institute of Physics, www.aip.org/history/ohilist/4592_1.html
- [9] *P. Epstein*, Physikal. Z. **17**, 148 (1916)
- [10] *K. Schwarzschild*, Sitzungsberichte der Kgl. Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Januar–Juni 1916, S. 548, <http://bit.ly/1SCgwyc>
- [11] *A. Duncan* und *M. Janssen*, in: *F. Aaserud* und *H. Kragh* (Hrsg.), One Hundred Years of the Bohr Atom, Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, Kopenhagen (2015), S. 217
- [12] *A. Sommerfeld*, Die Umschau **20**, 941 (1916)
- [13] *A. Sommerfeld*, Physikal. Z. **17**, 491 (1916)
- [14] *A. Sommerfeld*, Atombau und Spektrallinien, Vieweg, Braunschweig (1919), S. 522
- [15] Gedächtnisrede des Hrn. Einstein auf Karl Schwarzschild, Sitzungsberichte der Kgl. Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Januar–Juni 1916, S. 768, <http://bit.ly/1qvLbXA>
- [16] *A. Douglas Stone*, Physics Today, August 2005, S. 1
- [17] *S. Keppeler*, Physik Journal, April 2004, S. 45

DER AUTOR

Michael Eckert (FV Geschichte der Physik) promovierte 1979 in Physik an der Universität Bayreuth. Er war langjähriger Mitarbeiter am Forschungsinstitut des Deutschen Museums. Seit dem Eintritt in den Ruhestand im Jahr 2014 ist er dort als ehrenamtlicher Mitarbeiter tätig. Zu seinen bevorzugten Forschungsfeldern zählen die Geschichte der Quantenphysik und die Entwicklung der Strömungsmechanik.

