

ALLGEMEINE RELATIVITÄTSTHEORIE

Einsteins Schöpfung

Die Allgemeine Relativitätstheorie wird hundert Jahre alt.

Matthias Bartelmann

Wohl keine Theorie der modernen Physik ist so sehr Schöpfung eines einzelnen Menschen wie die Allgemeine Relativitätstheorie (ART). Ihre Vorhersagen sind heutzutage auf vielfältigste Weise triumphal bestätigt. Das auf der ART fußende kosmologische Standardmodell deutet auf die Existenz Dunkler Materie und einer abstoßenden Dunklen Energie. Gleichzeitig nimmt Einsteins Theorie eine solitäre Stellung ein. Noch immer ist unklar, wie sie sich mit den Quantenfeldtheorien in Verbindung bringen lassen könnte.

Um die Wende zum 20. Jahrhundert gab es eigentlich keinen Grund für die Entwicklung einer neuen Gravitationstheorie. Die einzige damals bekannte Abweichung von der Newtonschen Gravitationstheorie, die Periheldrehung der Merkurbahn, konnte versuchsweise durch Störungen erklärt werden. Für den hypothetischen Planeten, dem man diese Störungen zuschreiben wollte und der innerhalb der Merkurbahn um die Sonne hätte laufen sollen, gab es bereits einen Namen: Vulkan.

Es war nicht die Gravitationstheorie, die Einstein auf den Weg von der Speziellen Relativitätstheorie (SRT) zur ART brachte. Obwohl die SRT den absoluten, affinen Raum der Newtonschen Mechanik aufgab, auf dem die Galilei-Transformationen von einem Inertialsystem in ein anderes transformierten, behielt sie die Inertialsysteme bei. Später hat es Einstein als den größten konzeptionellen Schritt der ART bezeichnet, dass sie die Inertialsysteme aufgab und an ihre Stelle die frei fallenden Bezugssysteme setzte, was aufgrund des Äquivalenzprinzips möglich wurde. Die ART erhebt den empirischen Befund zum Prinzip, dass die träge und die schwere Masse beliebiger Körper gleich seien. Dies führt zu den vertrauten Betrachtungen eines im Gravitationsfeld frei fallenden oder außerhalb des Gravitationsfeldes gleichförmig beschleunigten Aufzugs: Fällt eine Aufzugskabine frei im Gravitationsfeld, lässt sich in ihr kein Gravitationsfeld mehr nachweisen. Beschleunigt man eine Aufzugskabine gleichförmig außerhalb eines Gravitationsfeldes, kann ein Experimentator in der Kabine nicht unterscheiden, ob er durch die Beschleunigung oder durch ein Gravitationsfeld an den Boden der Kabine gedrückt wird.

Das Gravitationsfeld lässt sich demnach wegtransformieren: In einem frei fallenden Bezugssystem muss



Albert Einstein im Jahre 1912, in dem er von Prag nach Zürich ging. Dort stürzte er sich in sein ehrgeiziges Vorhaben, die Newtonsche Gravitationstheorie so zu erweitern, dass sie mit dem Relativitätsprinzip vereinbar ist.

wie außerhalb des Gravitationsfeldes die SRT gelten. Insbesondere muss die Lichtkegelstruktur bestehen, die durch die Minkowski-Metrik ausgedrückt wird. In inhomogenen Gravitationsfeldern werden sich zwei ausreichend weit voneinander entfernte, frei fallende Fahrstuhlkabinen in der Regel aufeinander zu bewegen. In jedem der beiden Systeme wird die Symmetrieachse der Minkowskischen Lichtkegel auf der Weltlinie des jeweiligen Fahrstuhls liegen, aber diese Weltlinien werden im allgemeinen nicht mehr parallel sein. Die ART trägt dieser direkten Konsequenz des Äquivalenz-

DOSSIER

Unter www.pro-physik.de/phy/physik/dossier.html findet sich das Dossier „Allgemeine Relativitätstheorie“, das neben den Artikeln dieses Schwerpunkts auch frühere Artikel sowie Nachrichten und weiterführende Links zum Thema enthält.

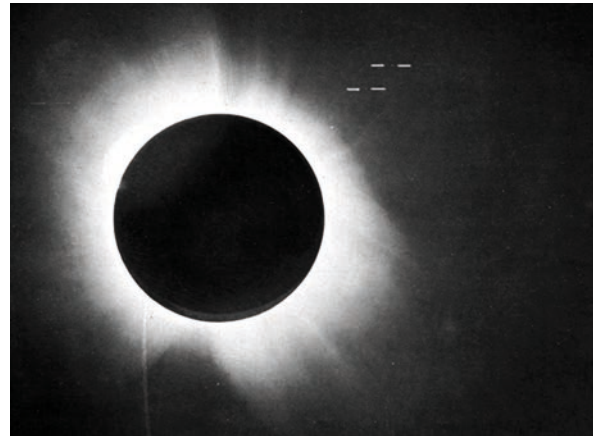
Prof. Dr. Matthias Bartelmann, Zentrum für Astronomie, Institut für Theoretische Astrophysik, Philosophenweg 12, Universität Heidelberg, 69120 Heidelberg

prinzips dadurch Rechnung, dass sie eine orts- und zeitveränderliche Metrik einführt: Die Metrik wird dadurch zum dynamischen Feld (**Infokasten**).

Das Äquivalenzprinzip selbst hat Einstein als den „glücklichsten Gedanken seines Lebens“ bezeichnet. Als er nach achtjähriger Arbeit am 25. November 1915 die heute noch gültigen Feldgleichungen der ART vorstellen konnte, schrieb er erschöpft und überzeugt an Sommerfeld: „Von der allgemeinen Relativitätstheorie werden Sie überzeugt sein, wenn Sie dieselbe studiert haben werden. Deshalb verteidige ich sie Ihnen mit keinem Wort.“ Schon 1912 war er diesen Feldgleichungen sehr nahe gekommen, hatte sie aber zunächst wieder verworfen [1].

In welchem Zustand finden wir die ART heute? Unwiderlegt, stattdessen vielfach bestätigt, ist sie zu einem festen Bestandteil des Theoriengefüges der modernen Physik geworden. Dennoch steht sie als ein Solitär neben den anderen physikalischen Theorien. Das Äquivalenzprinzip kennzeichnet die Gravitationskraft als eine Trägheitskraft und schreibt ihr die Krümmung der Raumzeit selbst als Ursache zu. Alle anderen Kräfte der Physik werden durch Quantenfeldtheorien beschrieben, deren lokale Eichsymmetrien die Wechselwirkung bestimmen.

Das Standardmodell der Teilchenphysik belegt den Erfolg dieser Quantenfeldtheorien auf eindrucksvolle Weise. Die Artikel in diesem Themenschwerpunkt stellen diesem Erfolg denjenigen der Allgemeinen Relativitätstheorie gegenüber. Einer ihrer Triumphe ist das kosmologische Standardmodell, das auf ein-



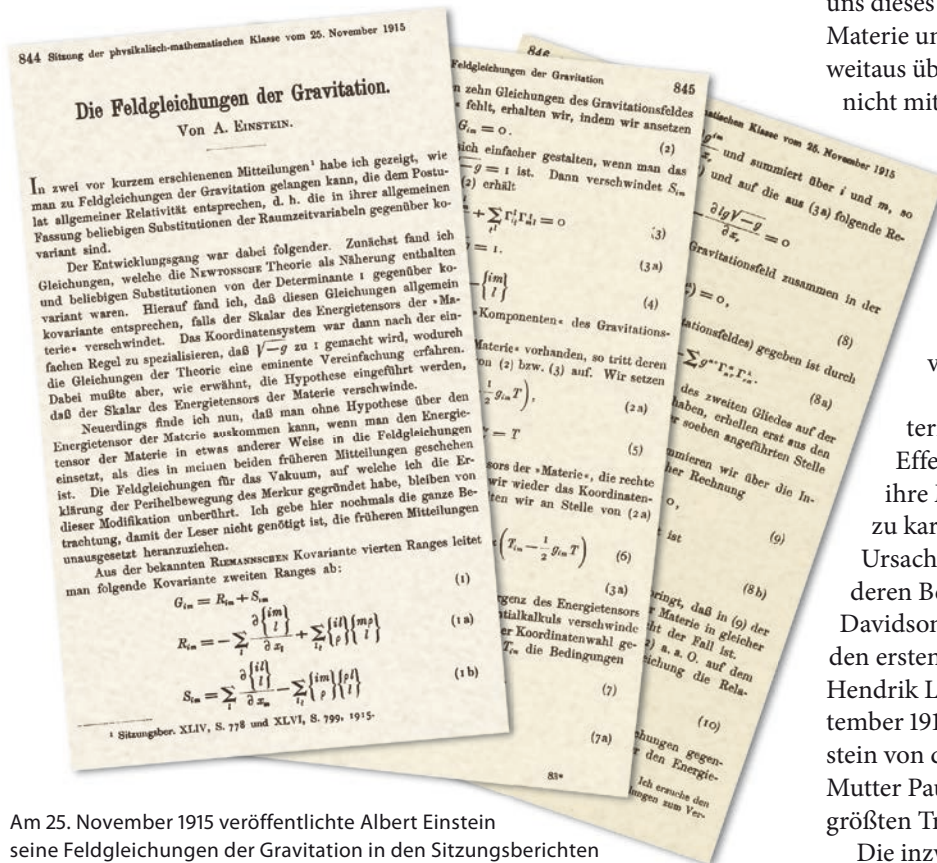
Eines der Fotos, die bei der Sonnenfinsternis am 29. Mai 1919 von Arthur Eddingtons Expedition nach Sobral in Brasilien gemacht wurden. Die Messung der Sternpositionen (Strichmarkierungen) erbrachten den Nachweis der von Einstein vorhergesagten Lichtablenkung durch die Gravitation der Sonne.

fachsten Symmetrieanahmen beruht und dennoch in der Lage ist, so gut wie alle kosmologischen Beobachtungen in eine konsistente Deutung einzufügen. Besonders die Temperaturschwankungen im kosmischen Mikrowellenhintergrund, die zuletzt durch die Satelliten WMAP und Planck präzise vermessen wurden, haben das kosmologische Standardmodell im Einklang mit zahlreichen anderen Messungen bestätigt [2, 3]. Nur sechs Parameter reichen dem Modell aus, um eine Fülle von Beobachtungsdaten zu erklären, die aus der gesamten Zeitspanne von drei Minuten nach dem Urknall bis heute, 14 Milliarden Jahre nach dem Urknall, stammen. Zugleich stellt uns dieses Modell vor die großen Rätsel der dunklen Materie und der dunklen Energie: Nur dann, wenn der weitaus überwiegende Teil der Materie im Universum nicht mit Licht wechselwirken kann, und nur dann,

wenn die Gravitation auf sehr großen Skalen abstoßend wirkt, ist das kosmologische Standardmodell erfolgreich [4]. Die kosmologische Konstante bietet die einfachste Möglichkeit, abstoßende Gravitation zu beschreiben. Sie führt zugleich eine Energie- oder Längenskala ein, die uns völlig rätselhaft ist.

Obwohl auch die Natur der dunklen Materie ungeklärt ist, erlaubt uns ein weiterer Effekt der ART, dunkle Materie zu entdecken, ihre Masse zu bestimmen und ihre Verteilung zu kartieren: der Gravitationslinseneffekt. Seine Ursache ist die Lichtablenkung durch Massen, deren Bestätigung durch Dyson, Eddington und Davidson bei der Sonnenfinsternis am 29. Mai 1919 den ersten bestandenen Test der ART darstellte. Hendrik Lorentz unterrichtete Einstein am 22. September 1919 vom Erfolg. Zu den ersten, denen Einstein von der frohen Nachricht schrieb, gehört seine Mutter Pauline, die knapp ein halbes Jahr nach dem größten Triumph ihres Sohnes starb.

Die inzwischen weit verbreitete Anwendung des Gravitationslinseneffekts in Astrophysik und Kosmo-



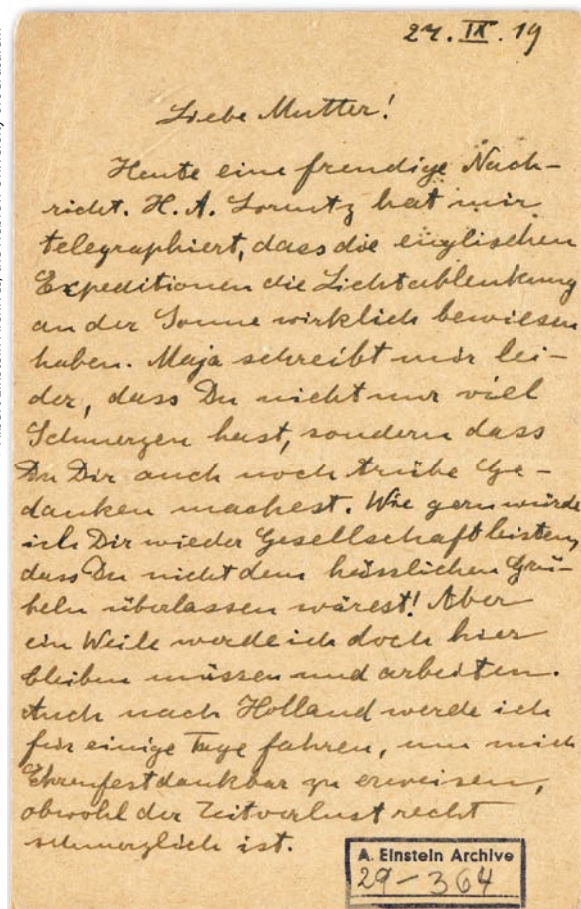
Am 25. November 1915 veröffentlichte Albert Einstein seine Feldgleichungen der Gravitation in den Sitzungsberichten der Preußischen Akademie der Wissenschaften.

logie beschreibt Peter Schneider in seinem Artikel. Auf allen Skalen astronomischer und kosmischer Objekte, von substellaren Massen über Galaxien und Galaxienhaufen bis hin zur großräumigen Struktur des Universums wurden starke und schwache Gravitationslinseneffekte beobachtet, vermessen und dazu verwendet, die Existenz der dunklen Materie zu belegen sowie ihre Menge und ihre Verteilung zu quantifizieren.

Die Lichtablenkung am Sonnenrand und die Periheldrehung der Merkurbahn haben die ART im schwachen Gravitationsfeld der Sonne getestet. Welche faszinierenden Tests der ART in den starken Feldern von Systemen wie dem Doppelpulsarsystem PSR J0737-3039 und dem Binärsystem PSR J0348+0432 aus einem Neutronenstern und einem Weißen Zwerg möglich sind, besprechen Michael Kramer und Norbert Wex in ihrem Artikel. In PSR J0737 tritt eine gewaltige Periastrondrehung von 17 Grad pro Jahr auf, und ebenso lassen sich Effekte wie die gravitative Lichtlaufzeitverzögerung und die geodätische Präzession genau vermessen.

Am Doppelpulsarsystem PSR B1913+16 war zuerst ein Energieverlust nachgewiesen worden, der durch die Abstrahlung von Gravitationswellen nach Einsteins Quadrupolformel präzise erklärt werden konnte und damit den bis heute einzigen indirekten Beweis für die Existenz von Gravitationswellen liefert. Gravitationswellen stellen selbst äußerst schwache

© Albert Einstein Archives, the Hebrew University of Jerusalem



Albert Einstein schrieb am 27. September 1919 eine Postkarte an seine Mutter und berichtete ihr vom Nachweis der Lichtablenkung durch die Schwerkraft der Sonne.

DIE EINSTEINSCHEN FELDGLEICHUNGEN

In der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) wird die affine Minkowski-Raumzeit der Speziellen Relativitätstheorie (SRT) zur differenzierbaren Mannigfaltigkeit, die mit einer Metrik ausgestattet ist. Auf dieser Mannigfaltigkeit wird mit den üblichen Methoden der Differentialgeometrie eine kovariante Ableitung eingeführt und mit ihr eine Möglichkeit, Vektoren längs Kurven auf der Mannigfaltigkeit zu verschieben. Die **Krümmung der Raumzeit** wird dadurch gemessen, dass man lokal auf infinitesimal kleinen, geschlossenen Kurven Vektoren vom Ausgangspunkt weg und wieder dorthin zurückführt und ihre Richtungen am Anfang und am Ende dieses Transports vergleicht. Weichen sie voneinander ab, ist die Raumzeit am Ort der infinitesimalen Kurve gekrümmt. Diese Krümmung wird durch den **Riemann-Tensor** quantifiziert. Kontrahiert man ihn einmal, ergibt sich der **Ricci-Tensor** $R_{\mu\nu}$; kontrahiert man ihn ein weiteres Mal, entsteht der Ricci- oder **Krümmungsskalar** R .

Die **Einsteinschen Feldgleichungen** kann man aus einer Lagrange-Dichte gewinnen, die zum Krümmungsskalar die Lagrange-Dichten aller Materiefelder und gegebenenfalls noch die kosmologische Konstante addiert. Die Lagrange-Dichte der Raumzeit, also der Krümmungsskalar, wird insofern minimal an die Lagrange-Dichten der Materiefelder gekoppelt. In diesem Sinn kann die ART als die einfachste metrische Gravitationstheorie angesehen werden. Die Einsteinschen Feldgleichungen

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu},$$

hier mit kosmologischer Konstante Λ geschrieben, setzen den Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu\nu}$ der Materiefelder zum Einstein-Tensor $G_{\mu\nu}$ der Raumzeit in Beziehung, der eine Linearkombination aus dem Ricci-Tensor und der mit dem Krümmungsskalar multiplizierten Metrik ist,

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}.$$

Sie besagen, dass die Geometrie der Raumzeit durch ihren Materie- und Energieinhalt bestimmt wird, die Raumzeit aber umgekehrt durch ihre Geometrie bestimmt, wie sich Materie und Energie bewegen. Die Einsteinschen Feldgleichungen sind nichtlinear, weil sie sowohl den Einfluss von Materie und Energie auf die Geometrie der Raumzeit als auch deren Rückwirkung auf Materie und Energie enthalten. Wegen dieser Nichtlinearität gibt es für sie kein allgemeines Lösungsverfahren mehr, wie es sich etwa in der Elektrodynamik mithilfe der retardierten Greenschen Funktion des d'Alembert-Operators konstruieren lässt. Lösungen der Einsteinschen Feldgleichungen werden in der Regel konstruiert, indem man Symmetrien voraussetzt und die dadurch eingeschränkte Metrik den Feldgleichungen unterwirft.

Schwankungen des Gravitationsfeldes dar, werden aber am intensivsten von Objekten mit sehr starken und schnell veränderlichen Gravitationsfeldern abgestrahlt, wie etwa verschmelzenden Neutronensternen oder Schwarzen Löchern. Während die Interferometer, die zur Detektion von Gravitationswellen gebaut wurden, immer abenteuerlichere Empfindlichkeitsgrenzen erreichen, wurde bei der numerischen Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen ein Durchbruch erzielt, dessen Hintergrund in dem Artikel von Thomas Baumgarte erklärt wird. Damit ist es nunmehr möglich, das erwartete Gravitationswellensignal beispielsweise von verschmelzenden Schwarzen Löchern zuverlässig zu berechnen.

Obwohl die ART dergestalt triumphal bestätigt wurde, bleibt ihre solitäre Stellung gegenüber den Quantenfeldtheorien nach wie vor bestehen. Sie vertieft sich sogar: Während die Experimente am LHC das Standardmodell der Teilchenphysik bestätigen und die Supersymmetrie in immer höherenergetische Nischen drängen, gehen der Teilchenphysik die Kandidaten für die Teilchen dunkler Materie verloren. Zwei Hinweise auf Physik jenseits des Standardmodells der Teilchenphysik bleiben bestehen, nämlich die endlichen Neutrinomassen und die dunkle Materie. In Gestalt des kosmologischen Standardmodells zwingt uns die ART dazu, von der Existenz dunkler Materie und eines abstoßenden Anteils der Gravitation auszugehen [5]. Während in den Quantenfeldtheorien nur relative, aber keine absoluten Energieskalen wichtig sind, wirft gerade die absolute Energieskala der kosmologischen Konstante ein ungelöstes Problem auf: Über alle Feldmoden bis zu einer plausiblen oberen Grenze integriert, ergibt die Vakuumener-

gie der Quantenfeldtheorien einen Wert, der bis zu 120 Größenordnungen über der Energieskala der kosmologischen Konstante liegt. Wie die so erfolgreichen Quantenfeldtheorien mit der gleichfalls erfolgreichen ART in Verbindung gebracht werden können, lässt sich derzeit bestenfalls erahnen [6, 7].

Literatur

- [1] J. Renn und T. Sauer, *Physikalische Blätter* **52**, 865 (1996)
- [2] G. Börner, *Physik Journal*, Februar 2005, S. 21
- [3] D. Schwarz, *Physik Journal*, Dezember 2013, S. 18
- [4] N. Straumann, *Physik Journal*, März 2015, S. 45
- [5] C. Wetterich, *Physik Journal*, Dezember 2004, S. 43
- [6] M. Bojowald, *Physik Journal*, März 2011, S. 37
- [7] G. Dvali und A. Hebecker, *Physik Journal*, November 2011, S. 31

DER AUTOR

Matthias Bartelmann (FV Gravitation und Relativitätstheorie) studierte Physik an der LMU München. Seine Promotion fertigte er am MPI für Astrophysik in Garching an, wo er, unterbrochen von einem Auslandsaufenthalt am Harvard-Smithsonian Center für Astrophysics, anschließend forschte.

Nach der Habilitation 1998 war er Projektleiter des deutschen Beitrags zum Planck-Satelliten. Seit 2003 ist er Professor für theoretische Astrophysik am Zentrum für Astronomie der Universität Heidelberg. Sein Arbeitsgebiet ist die Kosmologie, insbesondere die Theorie der Gravitationslinsen, die kosmische Strukturbildung und der Mikrowellenhintergrund. Bartelmann ist Herausgeber des *Physik Journal* und DPG-Vorstandsmitglied Publikationen.

