

# Bosonen mit komplexer Ordnung

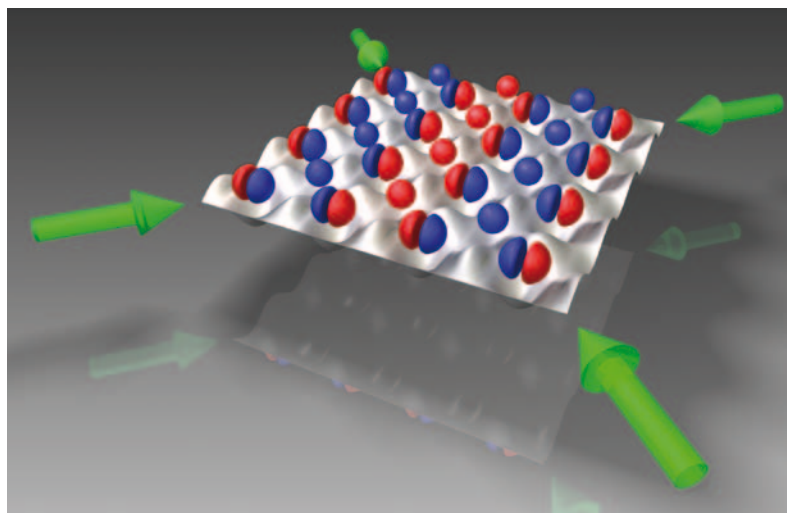
Mit kalten bosonischen Gasen in optischen Gittern auf der Spur unverstandener Festkörperphänomene.

Georg Wirth und Andreas Hemmerich

Kalte Atomgase und periodische Lichtpotentiale sind die Zutaten von neuartigen künstlichen „Festkörpern“, in denen sich der quantenstatistische Charakter der verwendeten Teilchen (Boson oder Fermion), die Geometrie des Gitters oder die Wechselwirkung auf einfache Weise variieren lassen. Diese optischen Gitter bieten sich daher auf den ersten Blick als idealer „Quantenlegokasten“ an zur Erstellung idealisierter gut kontrollierter Modelle für komplexe unverstandene Festkörperphänomene. Nach einer Überlegung von Richard Feynman sollte dies jedoch für Gitter mit bosonischen Atomen nur sehr eingeschränkt gelten. Neue experimentelle Techniken haben es jetzt ermöglicht, diese Einschränkung zu überwinden und komplexe Vielteilchen-Wellenfunktionen zu realisieren, wie sie zum Beispiel in unkonventionellen Supraleitern auftreten.

Seit einigen Jahren beschäftigen sich Physiker mit einem neuartigen Typ künstlicher Materie, der nur unter extremen Laborbedingungen existieren kann: den so genannten optischen Gittern. Dabei handelt es sich um atomare Gase nahe am absoluten Temperaturnullpunkt, die in periodischen Lichtpotentialen gespeichert sind. Atomsorte, Gittergeometrie, Quantenstatistik, interatomare Wechselwirkung, nahezu alles lässt sich in optischen Gittern scheinbar beliebig kombinieren und mit einzigartiger Präzision kontrollieren. Es scheint, als sei der ultimative Quantenlegokasten der Festkörperphysik gefunden, mit dem sich die notorisch unverstandenen quantenmechanischen Vielkörperszenarien echter Festkörper kontrolliert und auf das Wesentliche reduziert nachstellen (emulieren) lassen [1]. Zur Emulation von Modellszenarien der Superfluidität, die uns hier besonders interessieren, bieten sich optische Gitter aus superfluiden Bose-Einstein-Kondensaten an. Diesem Ansatz sind allerdings enge Grenzen gesetzt, die sich erst seit kurzem dank neuer Methoden überwinden lassen. Damit ist es möglich geworden, auch unkonventionelle Formen von Superfluidität zu simulieren, wie sie zum Beispiel in den nach wie vor rätselhaften Hochtemperatur-Supraleitern vermutet werden.

Superfluidität und Supraleitung gehören zu den faszinierendsten Entdeckungen des 20. Jahrhunderts [2]. Die Gesetze der Quantenmechanik treten hier aus der Welt der atomaren Dimensionen heraus und zeigen sich uns in Labordimensionen. Pyotr Kapitza, John F.



Durch die Überlagerung von Laserstrahlen entstehen periodische Lichtpotentiale, mit denen sich Atome einfangen lassen. Die Farben der s- bzw. p-Orbitale

(Kugeln bzw. Hanteln) indizieren die lokale Phase, die sich für rot und blau genau um  $180^\circ$  unterscheidet.

Allen und Don Misener entdeckten 1938 das Phänomen der Superfluidität. Sie beobachteten in  $^4\text{He}$  nur wenige Grad unterhalb des Siedepunkts einen Phasenübergang, an dem die Flüssigkeit plötzlich jegliche innere Reibung verliert [3, 4]. Die nicht-verschwindende Oberflächenspannung der Superflüssigkeit sorgt dabei für einen kuriosen Effekt, mit dem Tieftemperatur-Physiker weltweit kämpfen: Superfluides  $^4\text{He}$  dringt aufgrund der Kapillarwirkung selbst durch kleinste Lecks und „kriecht“ auf Oberflächen über die Ränder von Behältern hinweg. Fritz London vermutete noch im selben Jahr, dass sich dieses Verhalten mit der Bose-

## KOMPAKT

- Optische Gitter sind ultrakalte Ensembles neutraler Atome, die in periodischen Interferenzstrukturen mehrerer überlagelter Laserstrahlen gespeichert sind.
- Im Grundzustand ist die Vielteilchen-Wellenfunktion bosonischer Systeme nach einer Überlegung von Feynman positiv definit und damit topologisch trivial.
- Mit neuen Methoden lassen sich seit kurzem auch topologisch nicht-triviale komplexwertige Vielteilchen-Wellenfunktionen in bosonischen optischen Gittern realisieren, wie sie in einigen unvollständig verstandenen Szenarien der Tieftemperatur-Festkörperphysik vorkommen.

Dipl.-Phys. Georg Wirth, Prof. Dr. Andreas Hemmerich, Institut für Laserphysik, Universität Hamburg, Luruper Chaussee 149, 22761 Hamburg

Einstein-Kondensation erklären lässt [5]. Diese Vorstellung war zunächst umstritten, da die starke interatomare Wechselwirkung mit der Näherung eines idealen Gases nicht vereinbar schien. Erst 1956 räumten Oliver Penrose und Lars Onsager die verbliebenen Zweifel durch eine theoretische Arbeit aus [6]. Eine besonders elementare Form superfluider Materie wurde erst 1995 im Labor realisiert: Bose-Einstein-Kondensate aus verdünnten atomaren Gasen [7]. Bereits 2001 wurde dieser Durchbruch mit dem Nobelpreis gewürdigt.

Im Gegensatz zu flüssigem Helium ist die Wechselwirkung zwischen den Teilchen hier vergleichsweise schwach und deshalb mit elementaren theoretischen Mitteln zu behandeln. Es genügt, sich auf Zweikörperstöße zu beschränken, welche durch ein Kontaktpotential mit einer charakteristischen Streulänge beschrieben werden, die viel kleiner ist als der mittlere Teilchenabstand. Der Grundzustand lässt sich deshalb durch eine Wellenfunktion  $\psi(\mathbf{r})$  darstellen (der Ordnungsparameter des Systems), welche der Gross-Pitaevski-Gleichung genügt. Dies ist eine Schrödinger-Gleichung mit einem nichtlinearen Summanden  $g \cdot |\psi(\mathbf{r})|^2$ , der die zur Teilchendichte  $|\psi(\mathbf{r})|^2$  proportionale Stoßenergie pro Teilchen berücksichtigt. Dabei ist  $g$  ein zur Streulänge proportionaler Parameter, der die Wechselwirkungsstärke angibt.

Die große Bedeutung der Superfluidität rührt auch daher, dass sich die bereits 1911 von Heike Kamerlingh Onnes entdeckte Supraleitung als Superfluidität von Elektronen verstehen lässt. Diese Eigenschaft bestimmter Festkörper, unterhalb einer kritischen Temperatur elektrischen Strom widerstandslos zu leiten, erklärt die nach den Nobelpreisträgern John Bardeen, Leon N.

Cooper und John R. Schrieffer benannte BCS-Theorie. Demnach schließen sich fermionische Elektronen mit antiparallel orientiertem Spin und entgegengesetztem Impuls durch den Einfluss von Gitterschwingungen zu bosonischen Paaren zusammen, den Cooper-Paaren, die dann ein Bose-Einstein-Kondensat ausbilden [8]. In den Achtzigerjahren entdeckten Georg Bednorz und Karl Alexander Müller eine völlig neue Klasse von Supraleitern, deren Sprungtemperaturen teilweise oberhalb des Siedepunkts von flüssigem Stickstoff liegen (Nobelpreis 1987) [9]. Bis heute sind viele Aspekte dieser Hochtemperatur-Supraleiter ein Rätsel. Während zum Beispiel unklar ist, wie die auch hier essenziellen Cooper-Paare zustande kommen, zeigen Experimente, dass deren Wellenfunktion eine weitaus kompliziertere Topologie aufweist als bei gewöhnlichen BCS-Supraleitern. Da liegt es nahe zu fragen, ob die Untersuchung von Wellenfunktionen mit vergleichbarer Topologie, die sich in optischen Gittern experimentell viel leichter kontrollieren lassen, zur Lösung dieses Rätsels beitragen könnten.

### Optische Gitter

Das ursprüngliche Motiv bei der Realisierung optischer Gitter war der Wunsch nach Atomfallen, welche die Atome innerhalb eines Bereichs lokalisieren, der kleiner ist als die optische Wellenlänge. Dann wäre bei der Spektroskopie die unerwünschte Doppler-Verbreiterung unterdrückt. Die periodischen Lichtpotentiale entstehen durch Überlagerung mehrerer Laserstrahlen, die eine Interferenzstruktur mit Minima und Maxima der Intensität bilden. Durch Wahl der Propagationsrichtungen, Polarisationen und Strahlintensitäten sind nahezu beliebige Gittergeometrien möglich, zum Beispiel kubische, hexagonale oder Dreiecksgitter mit einer Vielzahl möglicher Einheitszellen [10]. Die Adaption dieser Techniken für Bose-kondensierte Atomensembles ermöglicht es, optische Gitter mit hoher Besetzung (mehrere Teilchen pro Gitterplatz) bei extrem tiefen Temperaturen zu realisieren. Dann sind die Atome über viele Gitterplätze delokalisiert, und sie lassen sich durch ein Bändermodell beschreiben, ähnlich wie die im Kristallgitter eines Festkörpers gebundenen Elektronen.

Wir können uns das periodische Lichtpotential aus einzelnen Potentialtöpfen zusammengesetzt vorstellen. In jedem Topf gibt es die gleichen gebundenen Quantenzustände der Energie  $E_n$ , die durch Wellenfunktionen  $w^{(n)}(\mathbf{r}-\mathbf{R})$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  beschrieben werden, die am jeweiligen Gitterplatz  $\mathbf{R}$  lokalisiert sind (lokale Orbitale). Tunnelprozesse koppeln die lokalen Quantenzustände gleicher Energie  $E_n$ . Dadurch entstehen modifizierte Zustände scharfer Energie – so genannte Bloch-Zustände –, deren Energiewerte sich nahe um  $E_n$  herum gruppieren. Aus diskreten erlaubten Energiewerten  $E_n$  werden so Energiebänder. Die durch die Tunnelkopplung ebenfalls geringfügig modifizierte Funktion  $w^{(n)}(\mathbf{r})$  wird als Wannier-Funktion des  $n$ -ten Bands bezeichnet. Im Gegensatz zu den lokalen Or-

### WELLENFUNKTION DES GRUNDZUSTANDS

Jede beliebige Wellenfunktion  $\psi$  im Gitter lässt sich durch eine Überlagerung lokaler Orbitale darstellen. Wir beschränken uns im Folgenden auf das erste Band und schreiben

$$\psi = \sum_{\mathbf{R}} \sqrt{n_{\mathbf{R}}} e^{i\varphi_{\mathbf{R}}} w(\mathbf{r}-\mathbf{R}).$$

Dabei sind  $w(\mathbf{r})$  die Wannier-Funktion des ersten Bands und  $\varphi_{\mathbf{R}}$  bzw.  $n_{\mathbf{R}}$  die lokale Phase bzw. die mittlere Teilchenzahl am Gitterplatz  $\mathbf{R}$ . Die Energie des Zustands  $\psi$  ist nach den Regeln der Quantenphysik durch den Erwartungswert  $E = \langle \psi | H | \psi \rangle$  mit dem EinTeilchen-Hamilton-Operator  $H$  gegeben. Damit erhält man

$$E = - \sum_{\langle \mathbf{R}, \mathbf{R}' \rangle} J_{\mathbf{R}, \mathbf{R}'} \sqrt{n_{\mathbf{R}} n_{\mathbf{R}'}} \exp[i(\varphi_{\mathbf{R}'} - \varphi_{\mathbf{R}})],$$

wobei die im Allgemeinen komplexwertige Amplitude

$$J_{\mathbf{R}, \mathbf{R}'} = - \int d^3r w^*(\mathbf{r}-\mathbf{R}) H w(\mathbf{r}-\mathbf{R}')$$

die Stärke des Tunnelns zwischen den Gitterplätzen  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{R}'$  quantifiziert. Summiert wird (durch eckige Klammern angedeutet) nur über benachbarte Gitterplätze  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{R}'$ , da Tunnelprozesse zwischen entfernten Gitter-

plätzen vernachlässigbar sind. Die Beiträge für  $\mathbf{R} = \mathbf{R}'$  stellen einen physikalisch unerheblichen Energie-Offset dar, den wir vernachlässigen. Unter der Annahme einer ortsunabhängigen mittleren Teilchenzahl ( $n_{\mathbf{R}} = \bar{n}$ ) und reeller Tunnelamplituden folgt

$$E \approx -\bar{n} \sum_{\langle \mathbf{R}, \mathbf{R}' \rangle} J_{\mathbf{R}, \mathbf{R}'} \cos(\varphi_{\mathbf{R}'} - \varphi_{\mathbf{R}}). \quad (i)$$

Im untersten Band hat man es mit lokalen  $s$ -Orbitalen zu tun, d. h. die Wannier-Funktion ist reell, und die Tunnelamplituden für benachbarte Gitterplätze sind infolgedessen reell positiv und ortsunabhängig, also  $J_{\mathbf{R}, \mathbf{R}'} = J > 0$ , sodass sich Gl. (i) zu

$$E \approx -\bar{n} J \sum_{\langle \mathbf{R}, \mathbf{R}' \rangle} \cos(\varphi_{\mathbf{R}'} - \varphi_{\mathbf{R}})$$

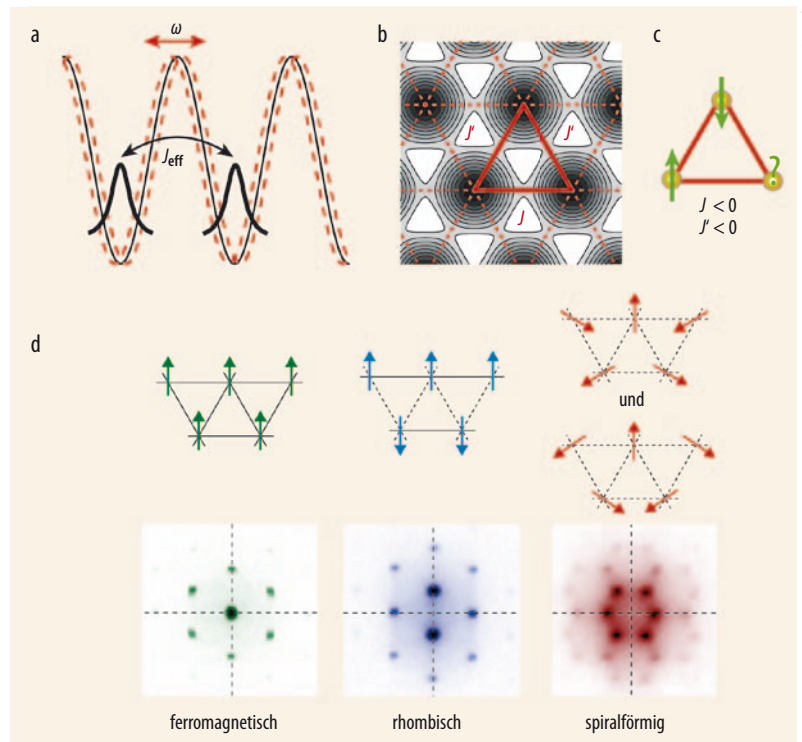
vereinfacht. Die lokalen Phasen  $\varphi_{\mathbf{R}}$  und  $\varphi_{\mathbf{R}'}$  im Grundzustand ergeben sich durch die Minimierung dieser Energie, mit der Konsequenz, dass alle  $\varphi_{\mathbf{R}}$  identisch sind. Somit lässt sich die Wellenfunktion des Grundzustands positiv definit wählen. Sie ist damit nahezu ohne Struktur und beschreibt die konventionelle  $s$ -Wellen-Superfluidität.

bitalen  $w^{(n)}(\mathbf{r}-\mathbf{R})$  sind die Bloch-Funktionen über das ganze Gitter delokalisiert und für nicht zu tiefe Gitter durch eine hohe Teilchenmobilität gekennzeichnet. Sie legen feste Phasenbeziehungen zwischen allen Gitterplätzen fest. Als Konsequenz der Heisenbergschen Unschärferelation ist die lokale Teilchenzahl unscharf, ein Ausdruck der ständigen Tunnelprozesse. Die Phasenkohärenz für verschiedene Gitterplätze bleibt auch für nicht zu große Stoßwechselwirkung bestehen, solange das Tunneln der energetisch dominante Prozess ist. Die Stoßwechselwirkung bewirkt, dass Anregungen unterhalb einer kritischen Energie nicht möglich sind und es daher zur Superfluidität kommt. Da das Potential optischer Gitter weder Störstellen noch Phononen aufweist, ist Superfluidität hier allerdings keine Voraussetzung für Kohärenz, wie etwa in elektronischen BCS-Supraleitern, sondern ein zusätzliches Phänomen. Für tiefe Gitter (die hier nicht im Fokus des Interesses stehen) unterdrücken die hohen Barrieren das Tunneln, und die Stoßwechselwirkung dominiert. Eine minimale Stoßenergie erfordert dann eine möglichst gleichmäßige Besetzung der Gitterplätze. Die Teilchenzahl fluktuiert nur wenig, und entsprechend der Heisenbergschen Unschärferelation kommt es zu ausgeprägten Fluktuationen der lokalen Phasen, sodass die räumliche Kohärenz und die Mobilität verloren gehen. Eine Mott-Isolator-Phase entsteht, die 2002 erstmals beobachtet worden ist [11].

Nach einer als *no-node theorem* bekannten Überlegung Richard Feynmans wird der Grundzustand von bosonischen Vielteilchensystemen, und damit auch von bosonischen optischen Gittern, unter sehr allgemeinen Bedingungen durch eine positiv definite Wellenfunktion beschrieben (Infokasten „Wellenfunktion des Grundzustands“) [12]. Auf den ersten Blick scheint es daher grundsätzlich fraglich, ob sich bosonische Systeme für die experimentelle Realisierung unkonventioneller Formen von Superfluidität eignen. Seit einiger Zeit schlagen Forscher jedoch neue Wege ein, um Feynmans Theorem ein Schnippchen zu schlagen und mit Bosonen trotzdem nicht-triviale Wellenfunktionen in optischen Gittern zu erzeugen. Dazu gibt es drei verschiedene Ansätze:

- die Einbeziehung zusätzlicher interner Zustände, die es erlauben, mit Hilfe von geeigneten positions- und zustandsabhängigen Laserkopplungen dem Gitter eine Textur lokaler Phasen aufzuprägen (eine Art künstliches Eichfeld) [13],
- die Verwendung von Modulationstechniken zur Präparation richtungsabhängiger, negativer oder sogar genuin komplexwertiger Tunnelamplituden [14, 15],
- die Anregung optischer Gitter in metastabile Zustände höherer Bänder [16].

Zu allen drei Verfahren sind in letzter Zeit experimentelle Ergebnisse veröffentlicht worden, die eindrucksvoll die weitreichenden Möglichkeiten bosonischer optischer Gittermodelle jenseits von Feynmans Theorem zeigen [17–20]. Aus Platzgründen werden hier nur die letzten beiden Ansätze etwas genauer beleuchtet.



**Abb. 1** a) Das „Schütteln“ eines optischen Gitters führt zu einem effektiven, reskalierten Tunnelmatrixelement  $J_{\text{eff}}$ . b) Angewendet auf ein Dreiecksgitter (rot: Einheitszelle, dunkel/hell: Minima bzw. Maxima des Lichtpotentials) ergeben sich effektive Tunnelkopplungen  $J$  bzw.  $J'$ . c) Bei antiferromagnetischer Spin-Wechselwirkung ( $J, J' < 0$ ) tritt Frustration auf. d) Je nach Kopplung lassen sich sechs Phasen beobachten [19], darunter: ferromagnetisch ( $J, J' > 0$ ), rhombisch ( $J > 0, J' < 0$ ) und spiralförmig ( $J, J' < 0$ ).

### Geschüttelt oder gerührt?

Dass Tunnelamplituden sich mit Modulationstechniken modifizieren lassen, ist schon länger bekannt [22]. Doch erst in jüngster Zeit ist das große Potential dieser Methode im Kontext optischer Gitter erkannt worden [14]. Eine einfache Variante ist das schnelle „Schütteln“ mit einer Modulationsfrequenz  $\omega$ , die gerade so groß zu wählen ist, dass die Teilchen nicht folgen können, ohne jedoch Interband-Anregungen zu ermöglichen. Die Teilchen bewegen sich dann in einem effektiven, zeitgemittelten Potential. Dies führt zu einer Reskalierung des Tunnelmatrixelements  $J$  entlang der Richtung, längs der geschüttelt wird. Das Ergebnis ist ein effektives Tunnelmatrixelement  $J_{\text{eff}} = J J_0(\kappa / \hbar\omega)$  mit der sphärischen Bessel-Funktion  $J_0$  und der Schüttelamplitude  $\kappa$ . Bei geeigneter Einstellung von  $\kappa$  kann  $J_{\text{eff}}$  sogar negativ werden. Durch geschickte Wahl der Schüttelrichtung lassen sich die Tunnelamplituden längs verschiedener Gitterachsen unabhängig einstellen. Mit Hilfe spezieller „Rührtechniken“ sind sogar komplexwertige effektive Tunnelamplituden möglich [15].

Struck et al. haben die Schütteltechnik in einem zweidimensionalen Dreiecksgitter angewendet (Abb. 1) [19]. Die Forscher konnten dadurch das bekannte XY-Modell für klassischen Magnetismus in zwei Dimensionen simulieren. Die lokalen Phasen  $\varphi_{\mathbf{R}}$  in Gl. (i) im Infokasten werden dabei formal mit einem (klassischen) Spin  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}} = (\cos \varphi_{\mathbf{R}}, \sin \varphi_{\mathbf{R}})$  assoziiert. Der Faktor  $\cos(\varphi_{\mathbf{R}} - \varphi_{\mathbf{R}'})$  entspricht dem Skalarprodukt  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{S}_{\mathbf{R}'}$ . Die



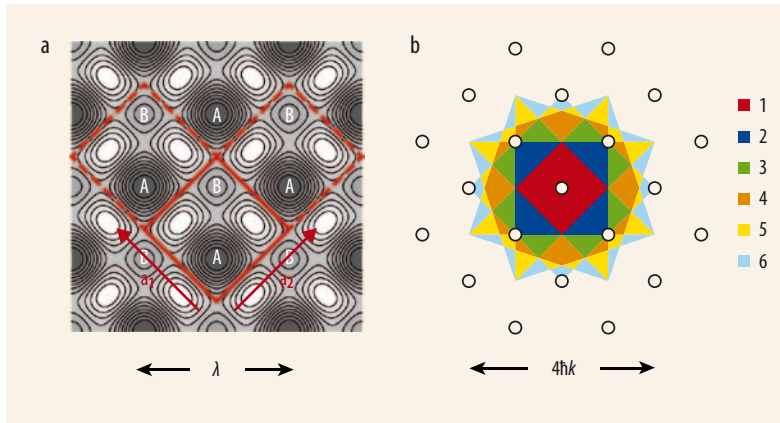


Abb. 2 a) Zweidimensionales periodisches Lichtpotential (Minima = dunkel, Maxima = hell), dessen Einheitszelle (rotes Quadrat) zwei unterschiedlich tiefe Potentialtöpfe A und B aufweist.  $\lambda$  ist die Wellenlänge des verwendeten Laserlichts,  $k \equiv \lambda/2\pi$ . b) Im reziproken Raum gehören dazu immer komplizierter geformte Brillouin-Zonen, hier für die Ordnungen  $n$  zwischen 1 und 6.

Tunnelmatrixelemente  $J_{R,R'}$  übernehmen also die Rolle einer einstellbaren Spin-Spin-Kopplung zwischen benachbarten Gitterplätzen, die ferro- oder antiferromagnetisch und richtungsabhängig sein kann. Als Besonderheit des Dreiecksgitters tritt magnetische Frustration auf: Trotz antiferromagnetischer Wechselwirkung ist eine antiferromagnetische Ordnung der Spins unmöglich (Abb. 1c). Die Anordnung der Spins zeigt sich im Impulsspektrum (Infokasten „Beobachtungstechniken“) direkt aus der Position der Bragg-Maxima (Abb. 1d). Für ferromagnetische Kopplung ( $J$  und  $J'$  positiv) richten sich alle Spins parallel aus. Bei umgekehrtem Vorzeichen von  $J'$  entsteht eine rhombische Phase. Sind alle Kopplungen dagegen antiferromagnetisch, ist der Zustand niedrigster Energie spiralförmig geordnet. Dieser Zustand ist zweifach entartet, und es kommt zu einer spontanen Symmetriebrechung. Die Simulation des XY-Modells ist nur ein erster Schritt, um die neuen

Techniken im Bekannten zu erproben. Die Emulation von Modellen für frustrierten Quantenmagnetismus, die man theoretisch nicht beherrscht, ist bereits in Arbeit.

### Höhere Bänder: orbitale Physik

Für die Transporteigenschaften kalter kondensierter Materie, etwa bei der Hochtemperatur-Supraleitung, sind in der Regel die äußeren Elektronen höherer Bänder verantwortlich. Diese können lokale Orbitale ausbilden, deren Struktur viel reicher ist als die von Elektronen des untersten Bands, und sich deshalb zu komplexwertigen topologisch nicht-trivialen Wellenfunktionen zusammenschließen. Seit einigen Jahren gibt es deshalb intensive Bestrebungen, in optischen Gittern orbitale Freiheitsgrade zu emulieren. Im Folgenden stellen wir ein Experiment vor, in dem es unserer Arbeitsgruppe gelungen ist, eine Wellenfunktion mit  $(p_x \pm i p_y)$ -Ordnung zu erzeugen [20]. In der Natur ist diese Ordnung mit hoher Wahrscheinlichkeit in supraleitendem Strontium-Ruthenat verwirklicht, dem bisher einzigen bekannten Supraleiter mit ungerader Parität [21].

Zwei Herausforderungen sind dafür zu meistern: die selektive Präparation ausgewählter Bloch-Zustände in höheren Bändern und die Kontrolle der durch Stöße verursachten Bandrelaxation. Beide Aufgaben lassen sich mit einem quadratischen optischen Gitter lösen (Abb. 2). Es besitzt zwei Klassen von Potentialminima an den mit A und B bezeichneten Gitterplätzen, die entsprechend der weißen und schwarzen Felder eines Schachbretts angeordnet sind und deren Tiefen experimentell separat einzustellen sind. Höhere Bänder lassen sich in vier Schritten besetzen (in Abb. 3a am Beispiel des zweiten Bands illustriert). Zunächst wird ein zuvor präpariertes Bose-Einstein-Kondensat im Grundzustand in das Gitter mit flachen A- und tiefen B-Töpfen geladen. Die Atome bevölkern dann die s-Orbitale der lokalen Grundzustände in den tiefen B-Töpfen. Im zweiten Schritt wird das Gitter so umgeschaltet, dass die B-Töpfe flach und die A-Töpfe tief sind. Dies geschieht schneller als die charakteristische Tunnelzeit, sodass sich die Besetzungen der Orbitale nicht ändern können. Die besetzten s-Orbitale der

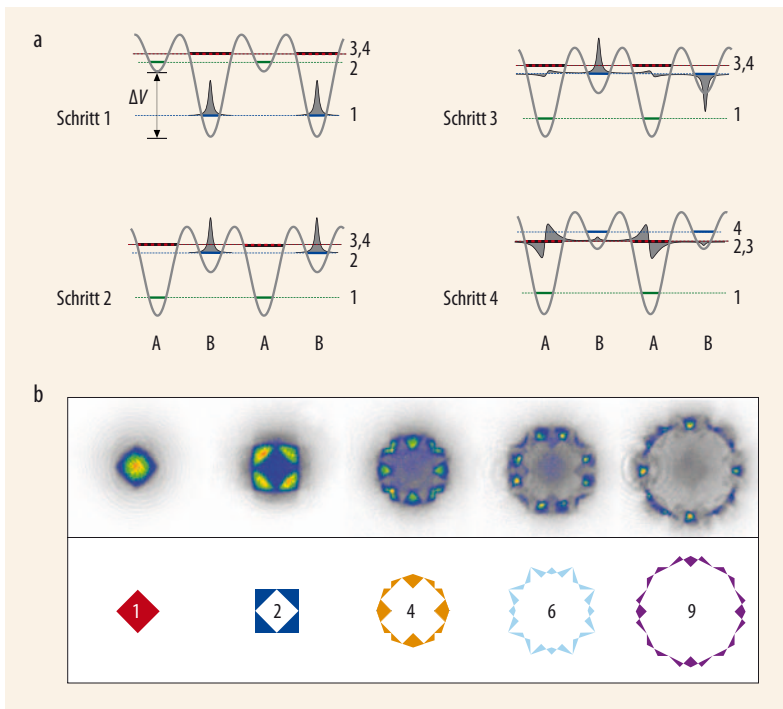
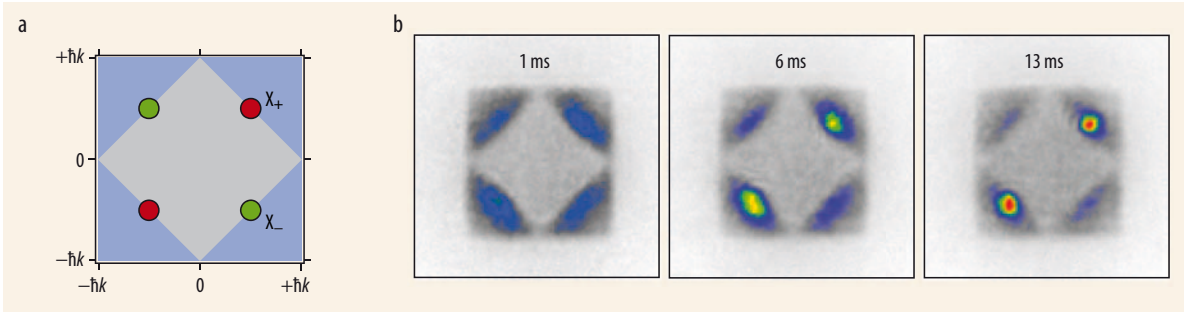


Abb. 3 a) Höhere Bänder (am Beispiel  $n = 2$ ) lassen sich in vier Schritten anregen (vgl. Text). Die rot-schwarz gestrichelte Linie bezeichnet zwei eng benachbarte Bänder. b) Die unmittelbar nach

Schritt 2 beobachtete Verteilung der Atome (obere Reihe) in verschiedenen Brillouin-Zonen ( $n = 1, 2, 4, 6, 9$ ) stimmt gut mit der erwarteten theoretischen Form überein (untere Reihe, vgl. Abb. 2b).



**Abb. 4** a) Das zweite Band besitzt die lokalen Energieminima  $X_+$  und  $X_-$ , die auf der Grenze zwischen erster (grau) und zweiter Brillouin-Zone (blau) liegen. b) Für  $E(X_+) < E(X_-)$  entsteht

innerhalb weniger Millisekunden eine kondensierte Fraktion im Minimum  $X_-$ .

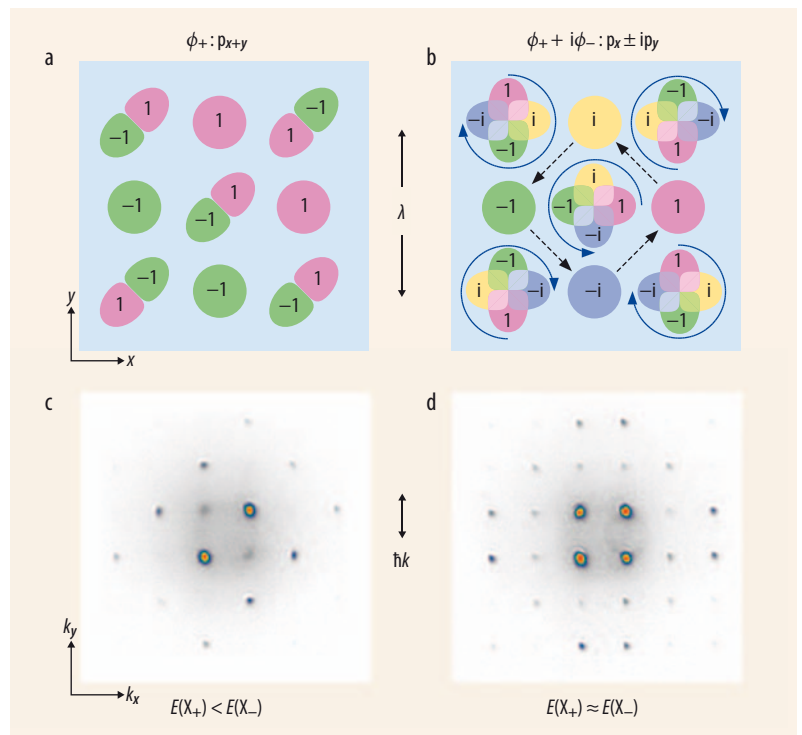
nun flachen B-Töpfe gehören jetzt energetisch zum  $n$ -ten Band ( $n = 2$  in **Abb. 3a**), wobei  $n$  von der gewählten Energiedifferenz  $\Delta V$  zwischen den A- und B-Töpfen abhängt. Die in **Abb. 3b** gezeigten Messungen der Bandpopulationen (Infokasten „Beobachtungstechniken“) direkt nach Schritt 2 zeigen eindrucksvoll die hohe Selektivität, mit der sich verschiedene Bänder besetzen lassen.

In der folgenden Diskussion betrachten wir das zweite Band ( $n = 2$ ) entsprechend **Abb. 3a**. Die nach den Schritten 1 und 2 realisierte Wellenfunktion ist eine Überlagerung vieler verschiedener Bloch-Zustände mit etwas verschiedenen Energiewerten. Superfluidität und Kohärenz des Ensembles sind also bei der Anregung verloren gegangen. Lässt man nun (in Schritt 3) den Atomen Zeit zum Tunneln (etwa 10 ms reichen aus), thermalisiert das System, und ein signifikanter Anteil von Atomen kondensiert im Energieminimum des zweiten Bands und bildet eine superfluide Fraktion. Für diesen Schritt wählt man  $\Delta V$  so, dass fast ausschließlich die lokalen  $s$ -Orbitale in den flachen Töpfen besetzt sind. In diesem Fall ist das zweite Band sehr langlebig ( $> 100$  ms), da die Atome erst in einen tiefen Topf tunneln müssen, bevor Stoßprozesse einen Zerfall in das erste Band ermöglichen. Zuletzt (Schritt 4) lassen sich adiabatisch andere Werte von  $\Delta V$  ansteuern, z. B. um (unter Inkaufnahme einer reduzierten Bandlebensdauer) eine maßgebliche Besetzung der  $p$ -Orbitale in den tiefen A-Töpfen zu erreichen.

Die Wellenfunktion der kondensierten Fraktion hängt von der Struktur des Bandminimums ab. Das zweite Band besitzt im reziproken Raum für beliebige Werte von  $\Delta V$  zwei nicht durch reziproke Gittervektoren verbundene und damit physikalisch verschiedene lokale Energieminima  $E(X_{\pm})$  bei  $X_{\pm} = (1, \pm 1) \hbar k/2$  an den Rändern der ersten Brillouin-Zone (**Abb. 4a**). Wenn das Gitter keine vierzählige Rotationssymmetrie hat, ist  $E(X_+) \neq E(X_-)$ , und der Kondensationsprozess sollte das lokale Energieminimum mit der geringeren Energie besetzen. Genau dies lässt sich mithilfe der Bandkartographie durch Abbildung der Brillouin-Zonen beobachten. **Abb. 4b** zeigt den Fall  $E(X_+) < E(X_-)$  mit einem Energieunterschied von nur etwa 200 Pikokelvin: Während nach einer Millisekunde die Atome noch über einen größeren Bereich der zweiten Brillouin-Zone verteilt sind (ganz links), hat sich nach 13 ms (ganz

rechts) ein signifikanter Anteil im Bandminimum  $X_-$  angesammelt. Die Wellenfunktion des Kondensats in  $X_+$  ist durch die entsprechende Bloch-Funktion  $\phi_+(x, y)$  gegeben (**Abb. 5a**). Sie besitzt lokale  $s$ -Orbitale in den flachen und lokale  $p_{x+y}$ -Orbitale in den tiefen Töpfen. Für  $E(X_+) > E(X_-)$  sind die Rollen von  $X_+$  und  $X_-$  vertauscht.

Am interessantesten ist der Fall  $E(X_+) = E(X_-)$ , d. h. Entartung, die bei vierzähliger Rotationssymmetrie des Gitters unabhängig von  $\Delta V$  eintritt und sich im Experiment kontrolliert einstellen lässt. Beliebige Superpositionen  $\phi_+(x, y) + \beta \phi_-(x, y)$  minimieren dann die kinetische Energie. Hier kommt die repulsive Wechselwirkung zwischen den Atomen in den lokalen  $p_x$ - bzw.  $p_y$ -Orbitalen ins Spiel. Sie favorisiert  $\beta = \pm i$ , da in die-



**Abb. 5** Superfluidität im zweiten Band eines optischen Gitters. Die farbigen Bereiche stellen die sich an den Gitterplätzen ausbildenden Orbitale dar, deren lokale Phasen durch Zahlen gekennzeichnet sind. a) Bei einer Verzerrung des Gitters bildet sich eine gestreifte orbitale Ordnung aus. b) Bei hinreichend kleiner

Verzerrung favorisiert die Wechselwirkung eine komplexwertige Ordnung, welche durch alternierende orbitale Ströme (blaue kreisförmige Pfeile) und zirkulare Plaquettenströme (schwarze gestrichelte Pfeile) gekennzeichnet ist. c, d) Über die Impulsspektren lassen sich diese Ordnungen identifizieren.

BEOBSACHTUNGSTECHNIKEN

Die Ausprägung von Kohärenz lässt sich in optischen Gittern besonders leicht durch eine **Flugzeitmethode** beobachten. Dabei schaltet man das Gitterpotential abrupt aus (in Festkörpern ein undenkbarer Vorgang) und fotografiert die sich einstellende räumliche Verteilung nach hinreichend langer ballistischer Expansion des atomaren Gases (z. B. mithilfe einer Absorptionsabbildung). Ein einfaches Bild verdeutlicht, dass man so ein Bild des Impulsraums erhält: Nach Abschalten des Potentials geht von jedem Gitterplatz eine sphärische Materiewelle mit der dort realisierten lokalen Phase aus. Sind die lokalen Phasen räumlich korreliert (also kohärent),

können diese Kugelwellen längs bestimmter Richtungen konstruktiv interferieren. Kohärenz der Ortswellenfunktion äußert sich also im Impulsspektrum durch das Auftreten diskreter Bragg-Maxima.

Eine nützliche Variante ist die **Bandkartographie** [24]. Hier geht der ballistischen Expansion ein langsames adiabatisches Ausschalten des Gitterpotentials voraus. Dabei wird die Population des  $n$ -ten Bands auf die  $n$ -te Brillouin-Zone abgebildet. Voraussetzung ist, dass sich die Bänder beim Abschalten des Potentials nicht kreuzen. Für die untersten Bänder ist dies in aller Regel erfüllt.

sem Fall das Betragsquadrat des in den tiefen Töpfen lokalisierten Wellenfunktionsanteils die Form eines Torus annimmt und sich die Teilchen deshalb maximal aus dem Weg gehen können [16]. Das System muss sich durch spontane Symmetriebrechung für eines der beiden Vorzeichen entscheiden. Damit entsteht eine der komplexwertigen Wellenfunktionen  $\phi_{\pm} \pm i\phi_{\mp}$  mit einer höchst interessanten Topologie (Abb. 5b für positives Vorzeichen). In den tiefen Töpfen findet man lokale  $p_x \pm ip_y$ -Orbitale, welche den Drehimpuls maximieren. Die alternierenden orbitalen Ströme in den tiefen Töpfen werden durch entsprechende Kreisströme zwischen den s-Orbitalen in den flachen Töpfen ergänzt. Diese Wellenfunktion besitzt weder Zeitumkehrsymmetrie noch die Translationssymmetrie des Gitterpotentials. Theoretische Überlegungen zeigen, dass die superfluiden Ordnungsparameter  $\phi_+$  und  $\phi_{\pm} \pm i\phi_{\mp}$  durch einen Phasenübergang zweiter Ordnung verbunden sind. Sie lassen sich experimentell durch ihre Impulsspektren unterscheiden (Abb. 5c, d). Eine charakteristische Signatur beider Spektren ist das Fehlen einer Komponente mit verschwindendem Impuls: Beide superfluide Ordnungen besitzen Knoten und daher endlichen Impuls. Die beiden Hauptmaxima bei  $\pm X_+$  in Abb. 5c korrespondieren direkt mit der Streifenstruktur von  $\phi_+$ . Die kleblattförmige Struktur des zu  $\phi_{\pm} \pm i\phi_{\mp}$  gehörenden Spektrums (Abb. 5d) spiegelt die gleichmäßige Besetzung beider Kondensationspunkte wider. Experimente zeigen: Je mehr Atome die tiefen Töpfe bevölkern – der Anteil lässt sich über  $\Delta V$  variieren (siehe Schritt 4 in Abb. 3a) –, umso stärker stabilisiert die Wechselwirkung diese Ordnung. Diese reagiert daher umso weniger auf eine experimentell angelegte Verzerrung des Gitters, welche die Entartung der Kondensationspunkte aufhebt. Eine direkte Beobachtung des mit der Wellenfunktion  $\phi_{\pm} \pm i\phi_{\mp}$  verbundenen lokalen Drehimpuls steht als abschließender Beweis ihrer chiralen Topologie noch aus. Dennoch ist der beobachtete wechselwirkungsinduzierte Ausgleich der Besetzung beider Kondensationspunkte ein deutlicher Hinweis.

Ausblick

Die hier vorgestellten topologisch nicht-trivialen Quantenphasen zeigen, dass es bosonische optische Gitter erlauben, neue Welten der Vielteilchenquantenphysik jenseits des Feynmanschen Theorems zu erschließen. Wellenfunktionen mit unkonventioneller topologischer Ordnung, wie sie in elektronischen Supraleitern auftreten, lassen sich in einer kontrollierten experimentellen Umgebung studieren. In der Adaption der beschriebenen Techniken für fermionische optische Gitter liegen neue Chancen, der Simulation unvollständig verstandener elektronischer Vielteilchenszenarien noch ein Stück näher zu kommen. Auf der Wunschliste steht alles, was in der Festkörperphysik Rang und Namen hat: Hochtemperatur-Supraleiter, Quanten-Hall-Systeme, Schwere-Fermionen-Systeme, topologische Isolatoren.

Literatur

- [1] M. Lewenstein et al., Adv. Phys. **56**, 243 (2007)
- [2] R. J. Donnelly, Physics Today **48**, 30 (1995)
- [3] P. Kapitza, Nature **141**, 74 (1938)
- [4] J. F. Allen und A. D. Misener, Nature **141**, 75 (1938)
- [5] F. London, Nature **141**, 643 (1938)
- [6] O. Penrose und L. Onsager, Phys. Rev. **104**, 576 (1956)
- [7] M. H. Anderson et al., Science **269**, 198 (1995)
- [8] J. Bardeen et al., Phys. Rev. **108**, 1175 (1957); J. R. Schrieffer, Physics Today **26**, 23 (1973)
- [9] J. G. Bednorz und K. A. Müller, Z. Phys. B **64**, 189 (1986)
- [10] G. Grynberg und C. Robilliard, Phys. Rep. **355**, 335 (2001)
- [11] M. Greiner et al., Nature **419**, 51 (2002)
- [12] C. Wu, Mod. Phys. Lett. B **23**, 1 (2009)
- [13] J. Dalibard et al., Rev. Mod. Phys. **83**, 1523 (2011)
- [14] A. Eckardt et al., Phys. Rev. Lett. **95**, 260404 (2005)
- [15] L.-K. Lim et al., Phys. Rev. Lett. **100**, 130402 (2008)
- [16] A. Isacsson und S. Girvin, Phys. Rev. A **72**, 053604 (2005); W. V. Liu und C. Wu, Phys. Rev. A **74**, 013607 (2006)
- [17] M. Aidelsburger et al., Phys. Rev. Lett. **107**, 255301 (2011)
- [18] H. Lignier, Phys. Rev. Lett. **99**, 220403 (2007)
- [19] J. Struck et al., Science **333**, 996 (2011)
- [20] G. Wirth et al., Nature Physics **7**, 147 (2011); M. Ölschläger et al., Phys. Rev. Lett. **106**, 015302 (2011); M. Ölschläger et al., Phys. Rev. Lett. **108**, 075302 (2012)
- [21] Y. Maeno et al., Nature **372**, 532 (1994)
- [22] M. Grifoni und P. Hänggi, Phys. Rep. **304**, 229 (1998)
- [23] N. W. Ashcroft und N. D. Mermin, Solid State Physics, Brooks Cole (1976)
- [24] A. Kastberg et al., Phys. Rev. Lett. **74**, 1542 (1995)

DIE AUTOREN

**Georg Wirth** (FV Quantenoptik/Photonik) hat in Hamburg Physik studiert und schreibt zurzeit in der Arbeitsgruppe von Andreas Hemmerich seine Dissertation über orbitale Physik in bosonischen optischen Gittern.



**Andreas Hemmerich** (FV Quantenoptik/Photonik) studierte Physik in Freiburg und München, promovierte 1991 am Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching, habilitierte sich 1995 mit der erstmaligen Realisierung mehrdimensionaler optischer Gitter an der LMU München und ist seit Oktober 1996 Professor am Institut für Laserphysik der Universität Hamburg.

