

Aus Schaum gebaut

Computersimulationen und Experimente mit Schaumblasen zeigen, wie man Kugeln nicht nur dicht stapelt, sondern auch mechanisch stabil.

Johannes Kepler vermutete bereits 1611, wie sich Kugeln optimal anordnen lassen, aber erst 1998 konnte dies Thomas Hales auch beweisen: Dichte Packungen besitzen hexagonale Lagen, die so gestapelt sind, dass Kugeln benachbarter Lagen tetraedrisch angeordnet sind. Obwohl diese Anordnung in jeder Lage eindeutig ist, gilt dies nicht für die Stapelfolge (Abb. 1 a, b). Von Bedeutung sind die periodischen Stapelungen fcc (face-centered cubic) und hcp (hexagonal close-packed) sowie die Zufallsstapelung rhcp (random hexagonal close-packed). Da die Dichte der Packung nicht von der Stapelfolge abhängt, ist nicht offensichtlich, welche von ihnen in der Praxis bevorzugt werden. Experimente mit kugelförmigen Teilchen zeigen jedoch häufig ausschließlich fcc. Dies wurde jetzt von Sascha Heitkam, Wiebke Drenckhan von der Universität Paris Sud zusammen mit Jochen Fröhlich von der TU Dresden erklärt [1].

Die Forscher verwenden als Modellsystem millimetergroße Gasblasen in wässriger Lösung (Abb. 2). Bekannt ist, dass Schaum, der aus Blasen mit identischem Volumen besteht (monodispers), spontan kristallisiert [2] (Abb. 1 c). Als wichtiger Parameter erweist sich der Wassergehalt, der die Wanddicke und damit die Schaumgeometrie entscheidend beeinflusst,

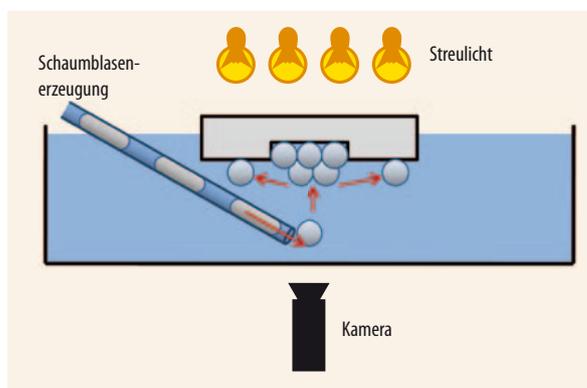


Abb. 2 Blasen mit gleichem Volumen steigen von unten in die Mitte einer Kugelpyramide auf. Die oberste Kugellage ist fixiert. Wie sich die Blasen anordnen, lässt sich von unten mit einer Videokamera verfolgen.

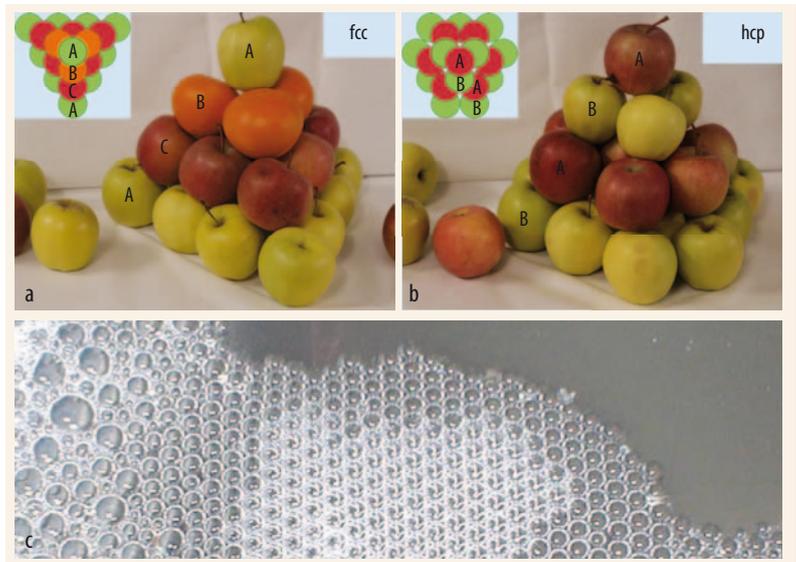


Abb. 1 Wie das Beispiel mit Äpfeln und Orangen zeigt, lassen sich Kugeln auf mehrere Arten optimal stapeln: kubisch flächenzentriert (a, mit Stapelfolge ABCABC ...) oder hexagonal dicht (b, mit

Stapelfolge ABABAB ...). Dies lässt sich auch mit monodispersen Kugelschaum in wässriger Umgebung zeigen, der in der Ebene kristallisiert (c). Eine zweite Lage ist in der Mitte unten zu sehen.

wie sich durch ein einfaches Alltagsexperiment mit Spülmittel und Wasser zeigen lässt. Bei trockenem („gealtertem“) Schaum dominiert die Oberflächenspannung, und der Schaum bildet eine mathematische Minimalfläche mit polyedrischen Zellen (Polyederschaum). Blasen in direktem Kontakt mit Wasser besitzen dagegen sphärische Gestalt und verhalten sich in guter Näherung wie harte reibungsfreie Kugeln (Kugelschaum). Der ideale Kugelschaum ist eine Lösung des Kepler-Problems.

Um die Kristallisation von monodispersen Kugelschaum zu untersuchen, lösen Heitkam, Drenckhan und Fröhlich die dreidimensionale, inkompressible, un-stetige Navier-Stokes-Gleichung numerisch. In der Simulation steigen kleine Gasblasen in einer niedrigviskosen Flüssigkeit auf und ordnen sich unterhalb eines festgehaltenen Kugelsubstrats. Die Analyse bestätigt die im Experiment beobachtet Bevorzugung der fcc-Stapelung [2]. Durch Vergleich der Wechselwirkung der aufsteigenden Kugeln untereinander und mit dem Substrat lassen sich hydrodynamische

Effekte ausschließen. Zur Erklärung des beobachteten Phänomens verweisen die Autoren stattdessen auf ein elementares rein mechanisches Argument: Das lässt sich anhand kleiner Kugelpyramiden erläutern (Abb. 3), auf deren Spitzen zusätzlich zur statischen Auftriebskraft F_b eine dynamische Kraft F_{acc} wirkt, welche die akkumulierten Auftriebskräfte und Trägheitskräfte der von unten aufsteigenden Kugeln beschreibt [1]. In der fcc-Pyramide überträgt sich die Kraft bei drei Kugeln entlang einer geraden Kontaktlinie (Abb. 3, links). In der hcp-Pyramide sind die drei Kugeln dagegen nicht linear angeordnet. F_{acc} induziert daher eine kleine nach außen gerichtete Kraft F_{out} , welche die zweite Kugel aus der Pyramide herausschiebt (Abb. 3, rechts). Eine geometrische Überlegung zeigt, dass fcc bis zu einem Kräfteverhältnis $F_{acc}/F_b \geq 15$ stabil bleibt, während hcp schon bei $F_{acc}/F_b \geq 2$ kollabiert. Der Mechanismus wird experimentell mit Schaumblasen verifiziert (Abb. 2). Eine aufsteigende Blase bleibt in der Spitze der fcc-Pyramide stabil liegen, während sie in der hcp-Pyramide eine der darüberliegenden

Kugeln leicht verdrängt. Abschließend bestätigen die Wissenschaftler den Kollaps der Pyramide innerhalb größerer Kugelcluster mit Simulationen, die sich nicht auf eine einzelne Pyramide beschränken.

Lässt sich der einfache Mechanismus der mechanischen Stabilisierung auf andere Systeme harter Kugeln übertragen? Heitkam, Drenckhan und Fröhlich testeten die Rolle tangentialer Reibungsterme, indem sie die Blasenpyramiden durch Pyramiden harter Metallkugeln ersetzen. Dabei beobachten sie, dass fcc-Pyramiden Kräften von $F_{acc}/F_b \geq 1500$ widerstehen können, während hcp-Pyramiden schon bei $F_{acc}/F_b \leq 15$ kollabieren. Es scheint daher denkbar, dass lokale fcc-Ordnung in granularen Materialien ebenfalls mechanisch bevorzugt sein könnte, auch wenn granulare Kugelpackungen ohne externe Beeinflussung nicht oder nur schwer spontan kristallisieren. Auf kleinen Längenskalen sieht die Situation wiederum anders aus. Kugeln, deren Größe einen Mikrometer unterschreitet, gelten als Kolloide. Im Gegensatz zu granularer Materie und Schaumblasen, für die Kontaktkräfte dominieren, ist die Kolloiddynamik durch Brownsche Bewegung geprägt. Anstelle der mechanischen Stabilität tritt dann thermodynamische Stabilität.

Auch für Kolloide können unter bestimmten Bedingungen fcc-Kristalle beobachtet werden. Thermo-

dynamisch stabile Konfigurationen harter Kugeln zeichnen sich durch ein Minimum der Gibbschen freien Energie ($G = PV - TS$) aus. Bolhuis und Frenkel berechneten, dass fcc im Vergleich zu hcp eine um $0,001 k_B T$ geringere freie Energie besitzt und damit theoretisch stabiler ist [3]. Diese Energiedifferenz ist allerdings sehr klein, wie ein Vergleich zeigt: Der Entropiesprung $T \Delta S = P \Delta V$ beim Schmelzen liegt in der Größenordnung von $1 k_B T$. In der Tat haben Experimente in Mikrogravitation an Bord des Space Shuttle Columbia ergeben, dass harte Kugelkolloide unter Abwesenheit jeglicher Störungen ausschließlich in rhcp kristallisieren [4]. Erst unter Einfluss der Gravitation oder mechanischer Beeinflussung ordnen sich rhcp-Kristalle in der Nähe des Schmelzpunktes langsam in fcc um [5]. Interessanterweise berufen sich die Autoren dabei auf einen Schermechanismus, der die Präferenz für fcc wieder auf mechanische Stabilität zurückführt und somit Ähnlichkeit mit dem Mechanismus in [1] hat. Im Übergangsbereich zwischen Brownschen Kolloiden und granularen Materialien ist die Teilchendynamik durch langsame Sedimentation geprägt. Auch hier wird in Simulationen ein Trend zur fcc-Stapelung beobachtet [6].

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass ein einfaches mechanisches Argument in der Lage ist, die Bevorzugung der fcc-Stapelung

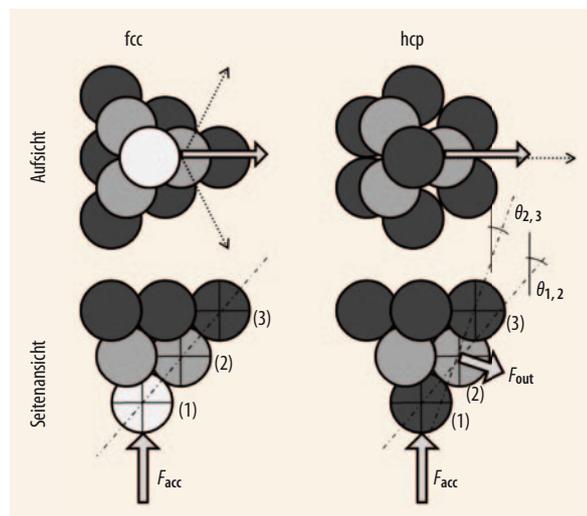


Abb. 3 Im Gegensatz zu fcc-Stapelung ergibt sich bei hcp eine kleine, nach außen gerichtete Kraft F_{out} auf Kugel (2).

in monodispersen Kugelschaum zu erklären. Ob dieser Mechanismus allerdings auch für granulare Materialien oder sogar Kolloide unter mechanischem Einfluss eine Rolle spielt, bedarf weiterer Untersuchungen.

Michael Engel

- [1] S. Heitkam, W. Drenckhan und J. Fröhlich, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 148302 (2012)
- [2] W. Drenckhan und D. Langevin, *Colloid & Interface Science* **15**, 341 (2010)
- [3] P. G. Bolhuis, D. Frenkel, S. C. Mau und D. A. Huse, *Nature* **388**, 235 (1997)
- [4] J. X. Zhu et al., *Nature* **387**, 883 (1997)
- [5] V. C. Martellozzo, A. B. Schofield, W. C. K. Poon und P. N. Pusey, *Phys. Rev. E* **66**, 021408 (2002)
- [6] M. Marechal, M. Hermes und M. Dijkstra, *J. Chem. Phys.* **135**, 034510 (2010)

Dr. Michael Engel,
Department of Chemical Engineering,
University of Michigan,
Ann Arbor
48109, Michigan,
USA

KURZGEFASST

■ Gammastrahlung im Fokus

Für Röntgenstrahlung gilt für den Brechungsindex n in einem Material im Allgemeinen $n < 1$, wobei $n \rightarrow 1$ bei zunehmender Energie. Daher schienen Linsen, die Gammastrahlen fokussieren können, bislang unmöglich. Deutsche und französische Wissenschaftler haben nun eine unerwartete Entdeckung gemacht: In Silizium gilt bei Energien größer als $0,7 \text{ MeV}$ $n > 1$, sodass Gammastrahlung gebeugt wird. Dabei wächst n mit der Energie sogar an. Die Ursachen dafür sind offenbar die sog. Delbrück-Streuung sowie die Erzeugung von Elektron-Positron-Paaren aus dem Quantenvakuum. In Elementen mit höherer Kernladungszahl wie Gold sollte der Effekt deutlich ausgeprägter sein. Dies eröffnet

ein neues Gebiet der Gammaoptik mit möglichen Anwendungen, z. B. in der medizinischen Bildgebung. D. Habs et al., *Phys. Rev. Lett.* **108**, 184802 (2012)

■ Silizium auf dem Silbertablett

Nach der Euphorie um Graphen versuchen sich Forscher auch am Silizium-Äquivalent Silicen, insbesondere weil es kompatibel mit siliziumbasierter Elektronik wäre. Doch Silicen existiert nicht in der Natur und lässt sich nicht so einfach herstellen wie Graphen. Einem europäischen Wissenschaftlerteam ist es gelungen, epitaktische Silicenschichten auf einem Silber (111)-Substrat herzustellen. Dies wiesen sie durch Rastertunnelmikroskopie und winkelaufgelöste

Photoemissionsspektroskopie nach. P. Vogt et al., *Phys. Rev. Lett.* **108**, 155501 (2012)

■ Zwei Uhren im gleichen Takt

Atomuhren sind heutzutage so stabil, dass sich zwei von ihnen nicht einmal per Satellitensignal vergleichen lassen, ohne dass Rauschen die Messung verfälscht. Deutsche Physiker haben nun zwei Uhren, die 920 km voneinander entfernt waren, mithilfe einer optischen Glasfaserverbindung mit einer Genauigkeit von 4×10^{-19} verglichen. Solch hochgenaue Vergleiche ermöglichen viele Experimente, z. B. in Kosmologie, sowie Anwendungen in der Geodäsie und der Navigation. K. Predehl et al., *Science* **336**, 441 (2012)