

# Transformieren und Tarnen

Mit Transformationsoptik und Metamaterialien lassen sich Wellen gezielt steuern.

Tolga Ergin und Martin Wegener

Tarnkappen, die Objekte unsichtbar machen, sind ein medienträchtiges Beispiel für das sehr mächtige Konstruktionsprinzip der Transformationsoptik. Diese lehnt sich an Albert Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie an und verknüpft gedachte Verzerrungen des Raums mit der Ausbreitung von Lichtwellen in räumlich inhomogenen optischen Medien. Der Grundgedanke lässt sich aber auch auf akustische, elastische oder andere Wellen übertragen.

Das Fermatsche Prinzip der Optik besagt, dass das Licht stets den Weg nimmt, der dem extremalen (oft dem kürzesten) optischen Weg entspricht. Der optische Weg ist proportional zur Laufzeit des Lichts und gegeben durch das Integral der optischen Brechzahl über den Weg. Der Weg und die optische Brechzahl sind also entscheidend. Ein verkürzter Weg ist äquivalent zu einer kleineren Brechzahl  $n$ . Dies deutet schon darauf hin, dass sich die Geometrie des gekrümmten oder verzerrten Raums mit der Lichtpropagation verknüpfen lässt [1–3] (Abb. 1). Diese Verknüpfung ist in der Elektrodynamik und Optik immer exakt möglich und darüber hinaus näherungsweise auch in anderen Wellensystemen.

Die hierbei auftretenden Verzerrungen entsprechen mathematisch Koordinatentransformationen – daher der Name Transformationsoptik [1–3]. Wichtig ist hierbei, dass die Maxwell'schen Gleichungen auch bei der Transformation in krummlinige Koordinaten ihre mathematische Gestalt beibehalten. Nur die Tensoren der elektrischen Permittivität  $\vec{\epsilon}(\vec{r})$  und der magnetischen Permeabilität  $\vec{\mu}(\vec{r})$  ändern sich. Startet man beispielsweise die Transformation mit dem Vakuum, ergibt sich außerdem  $\vec{\epsilon}(\vec{r}) = \vec{\mu}(\vec{r})$ . Dies gewährleistet, dass an keiner Stelle des Raums Reflexionen oder Polarisationsabhängigkeiten auftreten. Resonanzen in maßgeschneiderten künstlichen Materialien ermöglichen prinzipiell solche anisotropen magneto-dielektrischen optischen Eigenschaften [3, 4]. Ist man bereit, gewisse Reflexionen und/oder Polarisationsabhängigkeiten zu tolerieren, lassen sich aber auch schon mit Dielektrika, für die  $\vec{\mu}(\vec{r}) = \vec{1}$  gilt, viele Möglichkeiten näherungsweise umsetzen.

Ein besonders schlagendes Beispiel für die Mächtigkeit der Transformationsoptik ist das Design optischer Tarnkappen (vom althochdeutschen „tarni“ für „heimlich“). Noch vor einem Jahrzehnt schienen

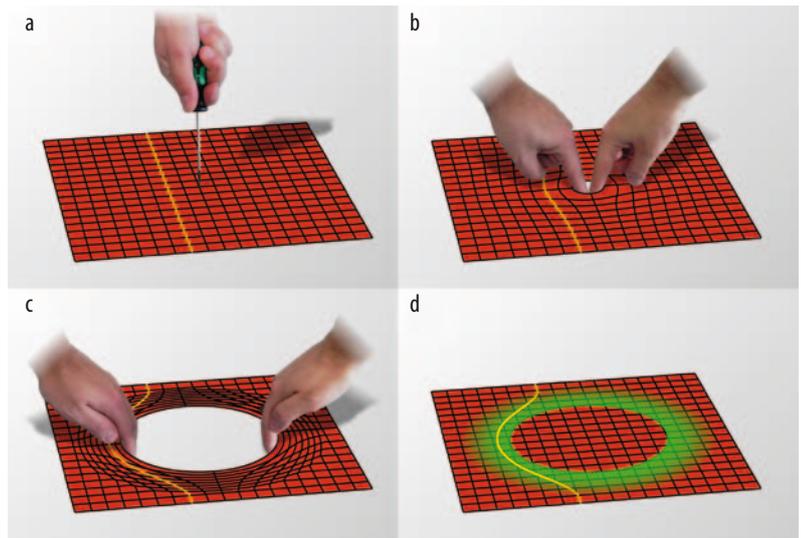


Abb. 1 Die Grundidee der Transformationsoptik lässt sich anhand einer zweidimensionalen Gummihaut illustrieren, die von (a) nach (c) sukzessive verzerrt wird. Dies verzerrt auch den exemplarisch gezeigten Lichtpfad (gelb). Die gedachte Verzerrung des Raums in (c) kann

auf tatsächliche räumlich inhomogene optische Eigenschaften  $\vec{\epsilon}(\vec{r})$  und  $\vec{\mu}(\vec{r})$  in einem kartesischen Koordinatensystem abgebildet werden (d). Ein Objekt im inneren kreisförmigen Bereich wird so unsichtbar.

Tarnkappen völlig unmöglich. Heute sind sie Realität in einigen Labors weltweit und das zum Teil sogar im sichtbaren Spektralbereich und nicht nur für die Lichtamplitude, sondern auch für die Phase des Lichts. In anderen Bereichen der Physik ist die Umsetzung der Transformations-„Optik“ technologisch leichter und in ein paar Jahren vielleicht sogar schon ein Demonstrationsversuch in der Schule.

## KOMPAKT

- Bei der Transformation in krummlinige Koordinaten bleibt die Gestalt der Maxwell-Gleichungen erhalten, einzig die elektrische Permittivität  $\epsilon$  und die magnetische Permeabilität  $\mu$  ändern sich.
- Diese Tatsache erlaubt es, gedachte Verzerrungen des Raums abzubilden auf eine räumlich variierende und im Allgemeinen anisotrope Geschwindigkeit der Lichtwelle.
- Metamaterialien sind künstliche effektive Materialien, die aufgebaut sind aus dicht gepackten funktionellen Baugruppen („Meta-Atomen“) auf einer Sub-Wellenlängenskala. So werden auch extreme effektive Wellenparameter möglich, wie sie in der Transformationsoptik oft nötig sind.

Dr. Tolga Ergin und Prof. Dr. Martin Wegener, Institut für Angewandte Physik, DFG-Centrum für Funktionelle Nanostrukturen (CFN), Institut für Nanotechnologie, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 76128 Karlsruhe

### Die Mathematik dahinter

Im gekrümmten dreidimensionalen Raum ist der metrische Fundamentaltensor zur mathematischen Beschreibung wichtig [5], wodurch die Mathematik den Rahmen dieser Einführung sprengt. In einer Dimension lässt sich hingegen alles in ein paar Zeilen im Detail nachvollziehen. Das wollen wir im Folgenden tun. Wie oben schon erwähnt, kommt es in der Optik auf den optischen Weg an. Für eine perfekte Abbildung von Koordinatentransformationen auf inhomogene optische Eigenschaften muss der optische Weg identisch sein. Die Koordinatentransformation in einer Dimension kann man sich durch ein verzerrtes Gummiband veranschaulichen (das eindimensionale Analogon zu Abb. 1). Im ursprünglichen System haben wir die Koordinate  $x$  entlang des Bandes. Wird das Gummiband nun beliebig verzerrt, geht  $x$  über in  $x \rightarrow \tilde{x} = f(x)$ . Eine gleichförmige Streckung/Stauchung entspräche z. B. der Funktion  $f(x) = ax$ . Die Bedingung des gleichen optischen Weges wird im Allgemeinen zu

$$\int n(x) dx = \int \tilde{n}(\tilde{x}) d\tilde{x} = \int \tilde{n}(f(x)) \frac{d\tilde{x}}{dx} dx \quad (1)$$

Durch Gleichsetzung der Integranden des ersten und letzten Ausdrucks erhalten wir

$$n(x) = \tilde{n}(\tilde{x}) \frac{df}{dx}. \quad (2)$$

Die Ableitung  $df/dx$  ist bei vorgegebener Funktion  $f(x)$  einfach auszurechnen, aber welche Brechzahl ist denn

nun eigentlich die richtige bzw. die relevante,  $n$  oder  $\tilde{n}$ ? Die Antwort hängt davon ab, was man erreichen möchte:

■ Soll das System im normalen Laborsystem mit Koordinate  $x$  so erscheinen, als wäre der Raum tatsächlich verzerrt worden, so gilt  $\tilde{n} \equiv 1$  und somit

$$n(x) = \frac{df}{dx}. \quad (3)$$

■ Soll hingegen eine Verzerrung verschwinden in dem Sinne, dass das Licht sich ebenso verhält wie im nicht verzerrten Raum, will man also eine optische „Tarnkappe“ bauen, so gilt  $n \equiv 1$  und damit

$$\tilde{n}(\tilde{x}) = \left(\frac{df}{dx}\right)^{-1}. \quad (4)$$

In einer Dimension lässt sich ein Objekt einfach mithilfe einer davor gestellten undurchsichtigen Wand verbergen. Hierdurch verkürzt sich aber der geometrische Weg mit dem Faktor  $0 < a < 1$ , und dies wäre etwa durch eine Laufzeitmessung mit LIDAR („Light Detection And Ranging“) nachweisbar. Um die Laufzeit zu korrigieren (also in diesem Falle zu verlängern) ergibt sich gemäß der obigen Formel  $\tilde{n} = 1/a > 1$ , also eine langsamere Lichtausbreitung in der Tarnkappe. Wie dick muss die Tarnkappe sein? Betrachten wir ein Objekt der Größe  $b$  und eine Tarnkappe der Dicke  $d$ . Aus den optischen Wegen mit bzw. ohne Tarnkappe folgt unmittelbar  $\tilde{n} = (b + d)/d$ . Soll die Tarnkappe also z. B. zehnmal dünner sein als das Objekt (d. h.  $d/b = 0,1$ ), ist eine unrealistisch hohe Brechzahl von  $\tilde{n} = 11$  nötig. Hat man hingegen z. B. nur eine Brechzahl von  $\tilde{n} = 2$  zu bieten, muss die Tarnkappe noch einmal genauso groß wie das Objekt sein. Von einer dünnen Tarnkappe („Cappa“ bedeutet im frühmittelalterlichen Deutsch „Mantel“) kann also keine Rede sein. Diese Betrachtung gibt schon einmal ein erstes Gefühl für physikalische Begrenzungen der relativen Abmessungen in der Optik, denn in mehr als einer Dimension wird es ganz sicher nicht einfacher. In drei Dimensionen ist die Lage in der Tat deutlich komplizierter. Für die Tensoren  $\vec{\epsilon}(\vec{r}) = \vec{\mu}(\vec{r})$  und damit für die lokale Brechzahl lässt sich aber ein expliziter geschlossener Ausdruck angeben [5]. Mehr kann man sich eigentlich in der Optik nicht wünschen.

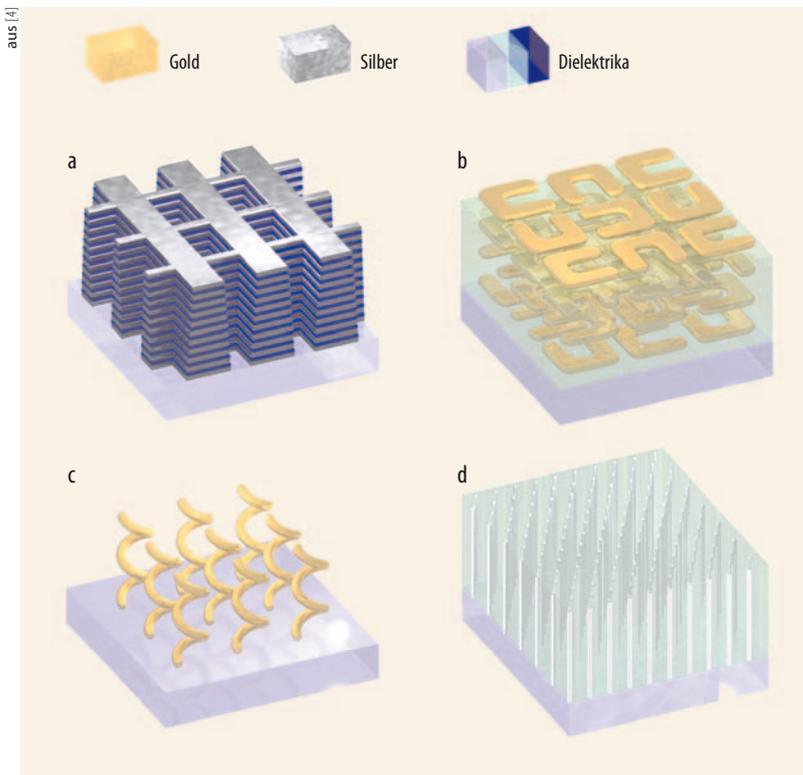
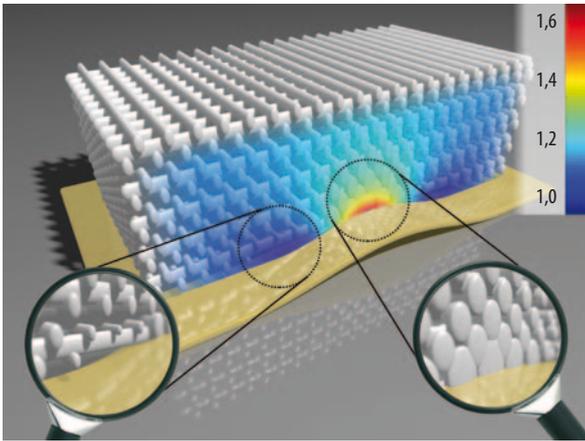


Abb. 2 Dreidimensionale anisotrope magneto-dielektrische optische Metamaterialien können vielfältige Eigenschaften aufweisen wie negative Brechzahl (a), großen Zirkulardichroismus (b), extrem breitbandigen Zirkulardichroismus (c) und starke Lineardoppelbrechung (d).

### Dreidimensionale optische Metamaterialien ...

Eine enorme Herausforderung besteht darin, die notwendigen magneto-dielektrischen optischen Eigenschaften, die zudem vom Ort abhängen und im Allgemeinen anisotrop sind, durch dreidimensionale Metamaterialien mit hinreichend niedrigen Verlusten experimentell umzusetzen. Erst seit wenigen Jahren sind planare Metamaterialien bei optischen Frequenzen verfügbar [6]. Hierbei ist die ebenso einfach anmutende wie weitreichende Grundidee, die Atome in normalen Festkörpern zu ersetzen durch funktionelle Baugruppen. Diese „Meta-Atome“ müssen



**Abb. 3** Schema und Brechzahlprofil (Falschfarbenskala) einer dreidimensionalen Teppich-Tarnkappe. Der gewölbte Gold-Teppich kann beliebige Objekte darunter verbergen. Die Struktur darüber lässt die Wölbung flach, also unverdächtig erscheinen. Hierbei nähert der räumlich variierende Füllfaktor der Polymerstruktur die Brechzahlverteilung an, die mittels der Transformationsoptik berechnet wurde.

deutlich kleiner sein als die Wellenlänge und werden dicht zu einem effektiven Material gepackt. Die paradigmatische Baugruppe ist hierbei der „Split-Ring“ Resonator (SRR) – ein metallischer Ring mit einem Schlitz, der als winziger Elektromagnet in einem Schwingkreis fungiert [7]. Das Lichtfeld kann darin einen zirkulierenden und oszillierenden elektrischen Strom induzieren, der zu einem magnetischen Dipolmoment senkrecht zur Ringebene führt. Betrachtet man den SRR näherungsweise als eine fast aufgerollte Halbwellenlängen-Stabantenne, ergibt sich eine SRR-Resonanzwellenlänge von  $2\pi$  mal dem SRR-Durchmesser.

In der Literatur ist inzwischen eine Vielzahl von Einheitszellen dreidimensionaler optischer Metamaterialien zu finden [4]; **Abb. 2** zeigt eine kleine Auswahl davon. Dies umfasst Materialien mit negativem Brechungsindex, Strukturen bestehend aus gestapelten Schichten von SRR sowie Gitter aus dreidimensionalen Helices (lange Elektromagnete), die als kompakter und breitbandiger Zirkularpolarisator zu ersten Anwendungen magnetischer Metamaterialien geführt haben [8]. Weiterhin sind auch extrem stark doppelbrechende Strukturen möglich, in denen hyperbolische Dispersionsrelationen des Lichts möglich werden, d. h. die elektrische Permittivität ist in einer Richtung negativ und senkrecht dazu positiv. Auf Metamaterialien wie in **Abb. 2d** kommen wir weiter unten noch einmal zurück.

Die Entwicklung auf dem Gebiet optischer Metamaterialien verlief in den letzten fünf Jahren rasend, auch und gerade durch Beiträge aus Deutschland. Leider hat sich in Hinblick auf die mindestens ebenso wichtigen Verluste weitaus weniger getan – zumindest bei metallischen Metamaterialien. Man könnte geneigt sein zu glauben, dass dies durch Einbringen aktiver optischer Verstärkung („Gain“) leicht zu verbessern ist [9]. Hierbei gibt es aber grundsätzliche physikalische Beschränkungen, die aus der Kombination von Kausalität und Stabilität resultieren [9]. Bei rein dielektrischen

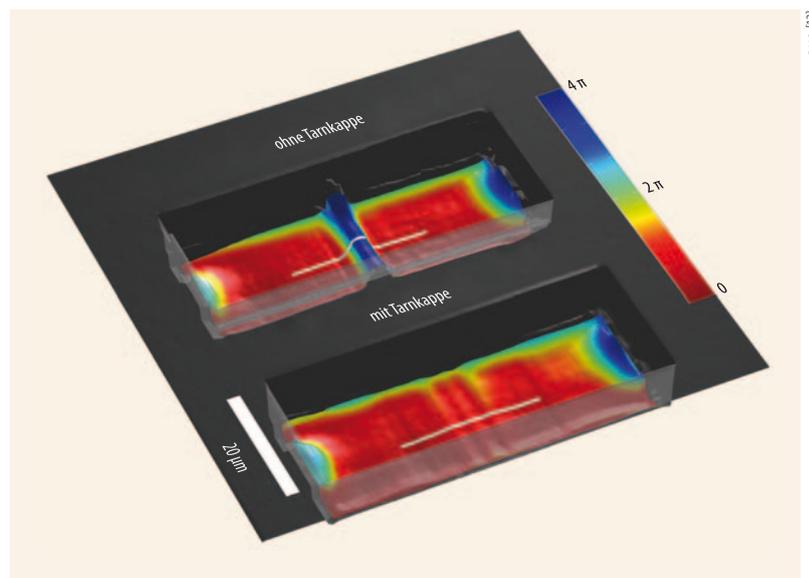
Metamaterialien ist die Lage deutlich besser. Hier sind geringe Verluste über eine substanzielle Bandbreite und in drei Dimensionen auch heute schon mit passiven Ansätzen erreichbar.

### ... ermöglichen Tarnkappen

Idealerweise besteht das Ziel darin, ein im freien Raum befindliches Objekt zu verbergen [1, 2]. Hierzu kann man sich vorstellen, einen singulären Punkt zu einem endlichen Bereich auszuweiten und diese Koordinatentransformation dann durch die Transformationsoptik quasi rückgängig zu machen. Dabei ist aber klar, dass das Licht in **Abb. 1a** keine Zeit benötigt, um einen Punkt zu „durchqueren“. Insofern muss das Licht in der Tarnkappe das nun endlich große Objekt in **Abb. 1d** instantan passieren. Die azimutale Komponente der Lichtgeschwindigkeit muss also unendlich groß werden, die Brechzahl somit gleich null. Dies ist zwar mit Metamaterialien durchaus experimentell möglich<sup>1)</sup>, aktuell jedoch nicht mit akzeptablen Verlusten.

Ein Ausweg besteht darin, nicht von einem einzelnen Punkt zu starten, sondern von einer Linie, zum Beispiel dem Rand eines fiktiven Raums. Der Rand entspricht in der Optik einem Spiegel (oder einem Teppich), also einer Sackgasse für das Licht. Man kann das Objekt nicht mehr in Transmission und Reflexion, sondern nur noch in Reflexion anschauen. Diese praktische Umsetzung lässt zwar viele Wünsche offen, ideale Anordnungen im freien Raum sind aber aktuell bei sichtbaren Frequenzen nicht umsetzbar. Verzerrt man eine zweidimensionale Gummihaut wie in **Abb. 1a** lokal (näherungsweise) isotrop, ergeben sich (quasi-)konforme Transformationen, für die die Mathematik der Transformationsoptik unserer obigen einfachen eindimensionalen Betrachtung sehr nahe kommt.

1) Physik Journal, Dezember 2006, S. 29



**Abb. 4** Phasenmessungen an einer Struktur ohne (oben) und mit Tarnkappe (unten) aus **Abb. 3** bei einer Wellenlänge von 700 nm (rotes Licht). Mit Tarnkappe

ergibt sich eine flache Phase, also eine nahezu konstante Laufzeit – wie bei einem flachen Spiegel.

Insbesondere ist nun nur noch eine lokal isotrope Brechzahl nötig. Wählt man zudem die Wölbung des Spiegels in **Abb. 3** hinreichend flach, bleibt die Brechzahl in erreichbaren Grenzen. Man muss sie „nur“ nach Vorgabe der Transformationsoptik kontinuierlich und räumlich inhomogen einstellen können. Auf wunderbare Weise funktioniert diese eigentlich zweidimensionale Teppich-Tarnkappe [10] auch näherungsweise in drei Dimensionen [11], und das erstaunlich gut.

Eine kontinuierlich einstellbare Brechzahl lässt sich zum Beispiel umsetzen durch einen polymeren photonischen Kristall, den man im Limes großer Wellenlänge im Vergleich zur Gitterkonstanten betreibt (**Abb. 3**). In diesem Fall „sieht“ das Licht ein effektives Material. Durch Variation des lokalen Füllfaktors lässt sich die Brechzahl beliebig zwischen  $n = 1$  (bei 0 % Füllfaktor, entspricht Luft) und  $n \approx 1,5$  (bei 100 % Füllfaktor, entspricht einem Klotz Polymer) einstellen. Diese Variation reicht für die in **Abb. 3** gezeigte Teppich-Tarnkappe völlig aus [12]. Unter der Bodenwelle des metallischen Teppichs können beliebige Objekte versteckt werden. Der Beobachter nimmt die Bodenwelle in Gegenwart der Teppich-Tarnkappe als flachen und somit unverdächtigen Metallspiegel wahr und sieht somit nichts als ein unverzerrtes Spiegelbild. Diese komplexe dreidimensionale Nanostruktur für

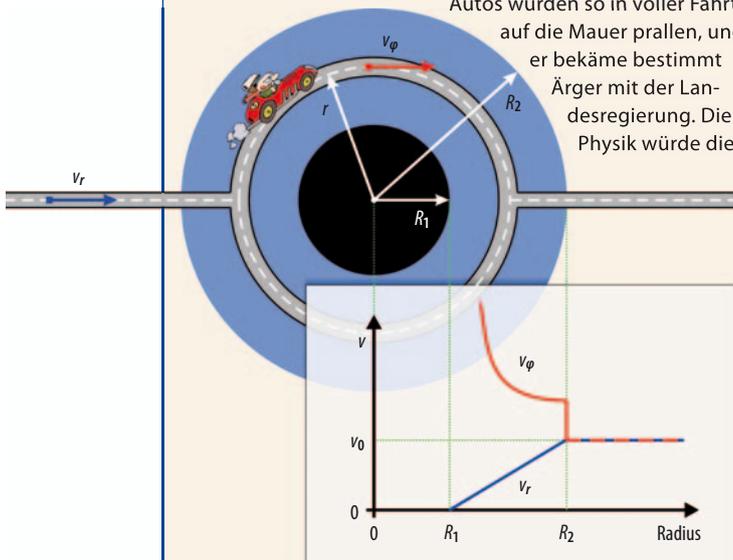
den sichtbaren Spektralbereich lässt sich mit direktem Laserschreiben herstellen. Die „stimulated emission depletion (STED)“ erlaubt es dabei, die Beugungsbarriere der optischen Lithografie systematisch zu durchbrechen.

Empfindlicher und direkter noch als Amplitudenmessungen sind Experimente zur resultierenden Phase bzw. zum optischen Weg selbst [12]. Die Phase lässt sich durch interferometrische Abbildung in einem Michelson-Interferometer kombiniert mit zwei Mikroskopen direkt messen (**Abb. 4**). Die ursprüngliche Phasenvariation von circa  $3\pi$ , die bei 700 nm Wellenlänge einer Laufzeitdifferenz von etwa 3,5 fs entspricht, verschwindet in Gegenwart der Tarnkappe weitgehend. Die dreidimensionale Tarnkappe funktioniert also nicht nur für die Amplitude, sondern auch für die Phase der Lichtwelle, ist unabhängig von Polarisation und (weitgehend) von der Richtung sowie spektral breitbandig. Im gezeigten Beispiel setzt der erreichte Abstand der Gitterstäbe  $a$  von 350 nm eine untere Grenze für die Wellenlänge von rund 650 nm (rotes Licht). Eine grundsätzliche obere Grenze gibt es nicht, praktisch wird das Polymer aber jenseits von circa 3  $\mu\text{m}$  Wellenlänge undurchsichtig. Die Bandbreite ist also größer als zwei Oktaven. Das Prinzip funktioniert, nur ist die Tarnkappe mikroskopisch klein.

EINE TARNKAPPE FÜR EINE STADT

Das Funktionsprinzip einer Tarnkappe lässt sich auch anschaulich verstehen, wenn man die (Licht-)Welle durch Autos ersetzt: Eine kreisförmige Stadt mit Radius  $R_1$  litt enorm unter dem lärmenden Autoverkehr durch ihr Zentrum (**Abb.**). So kam der Bürgermeister auf die Idee, einfach eine kreisförmige Mauer mit Radius  $R_1$  um die Stadt herum zu bauen, die die radiale Geschwindigkeitskomponente der Autos auf null setzt. Seine beste Freundin, eine Physikerin, entgegnete ihm beim Abendessen, dies sei keine besonders gute Idee. Die

Autos würden so in voller Fahrt auf die Mauer prallen, und er bekäme bestimmt Ärger mit der Landesregierung. Die Physik würde dies



als vollständige Reflexion der Welle beschreiben. Die Freundin schlug vor, die Autogeschwindigkeit in radialer Richtung von einem Radius  $R_2 > R_1$  an *kontinuierlich* auf null abzusinken, zum Beispiel in der einfachen linearen Form

$$v_r(r) = \frac{r - R_1}{R_2 - R_1} v_0.$$

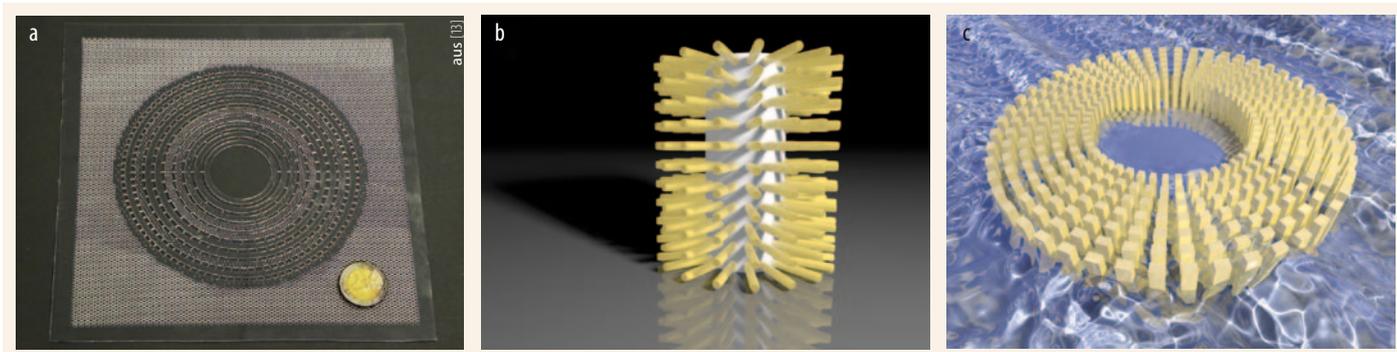
Hierbei sei  $v_0$  die normale Geschwindigkeitsbeschränkung im Land. Damit die Autos um die Stadt herumfahren könnten, sollte der Bürgermeister einige kreisförmige Ringstraßen bauen lassen, auf die man von den radialen Straßen abbiegen könne. Für die Autofahrer sollte die Fahrzeit auf allen Wegen genau gleich lang sein und zwar gleich der Fahrzeit ohne Stadt und ohne Langsamfahrzone darum, also gleich  $t_0 = 2 R_2 / v_0$ . So würde man von außen betrachtet praktisch gar nicht merken, dass die Stadt existiert. Je näher ein Auto vom Radius  $R_2$  zum Radius  $r (R_2 \geq r \geq R_1)$  radial in Richtung Mauer führe, desto langsamer würde es und umso mehr Zeit  $t_r(r)$  bräuchte es. Die Physikerin kritzelte einige Symbole auf eine Serviette, murmelte etwas von Substitution, Separation der Variablen und einfacher Integration und meinte dann, diese Zeitdauer sei gegeben durch

$$t_r(r) = -\frac{R_2 - R_1}{v_0} \ln \left( \frac{R_2 - R_1}{r - R_1} \right)$$

Die Gesamtfahrzeit  $t_{\text{tot}}$  sei die Summe aus der Zeit der zwei geraden Stücke und der des Halbkreisbogens, also  $t_{\text{tot}} = 2t_r(r) + \pi r / v_\phi(r)$ . Diese Summe solle gleich  $t_0$  sein. Daher müsse die Geschwindigkeit  $v_\phi$  auf den Kreisstraßen umso höher werden, je kleiner deren Radius  $r$  ist. Folgendes Gesetz für die Geschwindigkeit auf den Kreisstraßen solle die Regierung somit erlassen:

$$v_\phi(r) = \frac{\pi r}{t_0 - 2t_r(r)}.$$

Bei einem kritischen Radius  $> R_1$  divergiert die azimutale Geschwindigkeit  $v_\phi$  (**Abb.**). Das könne zwar kein Autofahrer wirklich erreichen, führe man aber mit Vollgas deutlich schneller als  $v_0$ , würde die Fahrzeitdifferenz ziemlich klein sein. Für einen Beobachter hinter der Stadt kommen damit alle Autos unabhängig von ihrem genauen Fahrweg so an, als wäre keine Stadt vorhanden. In diesem Sinne stellt die Geschwindigkeitsregelung eine Tarnkappe dar.



**Abb. 5** (a) Diese Struktur zum Tarnen elastischer Wellen besteht aus einer 1 mm dünnen PVC-Platte mit zahlreichen Löchern, die mit PDMS gefüllt werden. (b) Eine entsprechende Struktur für optische Wellen ist eine Art „Bürste“ mit Metallborsten (vgl. Abb. 2d). Hierbei funktioniert die Tarnung aber nur, wenn der elektrische Feldvektor und der Wellenvektor des Lichts senkrecht auf der Zylinderachse stehen. (c) Eine verwandte Struktur für Flüssigkeitswellen. In allen drei Fällen muss die Wellenlänge groß gegenüber allen Strukturgrößen in der Tarnkappe sein.

### Elastische Wellen in dünnen Platten

Unsere obigen Gedanken zur Mathematik der Transformationsoptik in einer Dimension sind direkt auf andere Formen von Wellen übertragbar. In höheren Dimensionen ergeben sich jedoch für verschiedene Wellentypen gewisse mathematische Unterschiede. Gleichwohl kann man beispielsweise auch die elastischen Eigenschaften von dünnen Platten oder Membranen analog zur Transformationsoptik explizit bestimmen, wenn auch nur näherungsweise [13]. Die Phasengeschwindigkeit  $v$  in einer dünnen Platte ist gegeben durch

$$v = \frac{\omega}{k} = k \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-P^2)}} .$$

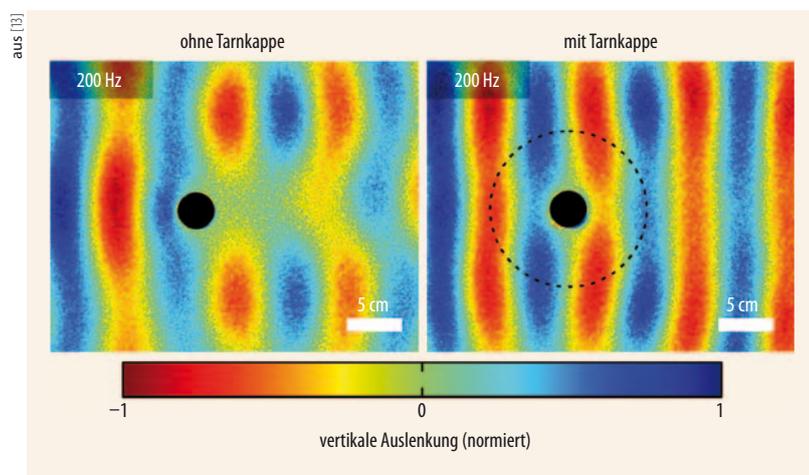
Hierbei ist  $\omega$  die Kreisfrequenz und  $k$  die Wellenzahl der Welle,  $E$  das Elastizitäts- oder Young-Modul der Platte,  $h$  deren Dicke,  $\rho$  ihre Masse und  $P$  ihre Poisson-Zahl. Für die Kunststoffe PDMS (Polydimethylsiloxan) und PVC (Polyvinylchlorid) unterscheiden sich beispielsweise die Elastizitätsmodule um mehr als drei Größenordnungen. Durch Komposite bzw. „elastische Metamaterialien“, zusammengesetzt aus dem weichen PDMS und dem harten PVC, sind beliebige Zwischenwerte möglich. Die anderen Materialparameter sind näherungsweise gleich. Alle Materialparameter hängen im Frequenzbereich bis zu einigen 100 Hz in sehr guter Näherung nicht von der Frequenz ab. Die gewünschte effektive Anisotropie zwischen radialer und azimuthaler Geschwindigkeitskomponente (siehe Infokasten) entsteht schließlich durch ringförmige Segmente.

Die mittels der Transformationsoptik entworfene Struktur lässt sich durch einen genetischen Algorithmus im Detail optimieren (Abb. 5a) [13]. Das sehr weiche PDMS am Innenrand reduziert die radiale Komponente der Phasengeschwindigkeit dort auf einen Wert nahe Null (die „Mauer“ im Infokasten). Um die konstante azimuthale Geschwindigkeitskomponente größer als die Umgebungsgeschwindigkeit zu machen, wurde auch das Elastizitätsmodul der gesamten äußeren Umgebung durch Strukturierung und Erhöhung des PDMS-Anteils herabgesetzt. Alles in allem wurden im Laufe eines Tages circa einhunderttausend Löcher in eine 1 mm dün-

ne PVC-Platte gebohrt bzw. gefräst und anschließend mit PDMS aufgefüllt. Im Sinne eines effektiven Materials oder Metamaterials muss der größte Lochabstand in einem Ringsegment noch klein gegenüber der Wellenlänge sein. Diese Bedingung führt zu einer maximalen Betriebsfrequenz dieser elastischen Tarnkappe, unterhalb derer jedoch breitbandiger Betrieb möglich ist.

Abb. 6 zeigt das gemessene Ergebnis [13] beispielhaft bei einer Anregungsfrequenz von 200 Hz. Ein Lautsprecher regt die ebenen Wellen auf der linken Seite an. „Schattenwurf“ und Rückstreuung der elastischen Wellen am festgeklebten inneren Kreis sind ohne Tarnkappe deutlich sichtbar, mit Tarnkappe aber wesentlich unterdrückt. Die Welle wird hierbei einfach über eine senkrecht oberhalb der Platte angebrachte Kamera und stroboskopische diffuse Beleuchtung sichtbar gemacht. Eine solche Anordnung eignet sich aufgrund der Einfachheit bestens als Versuch für das Praktikum im Physik-Studium oder sogar als Demonstrationsversuch im Physik-Unterricht.

In der Optik kann man grundsätzlich ähnlich vorgehen. Ein entsprechender theoretischer Vorschlag ist eine „Metallbürste“ (Abb. 5b), die allerdings nur für



**Abb. 6** Messungen an einer elastischen Tarnkappe wie in Abb. 5a bei einer Frequenz von 200 Hz. Hierbei wurde eine ebene Welle links mit einem Lautsprecher erzeugt und die resultierende lokale Auslenkung der horizontalen Platte aus ihrer Ruhelage mit einer Kamera und stroboskopischer Beleuchtung aufgezeichnet.

den Fall funktioniert, dass die Polarisation des Lichts (also die Richtung des elektrischen Feldvektors) sowie die Propagationsrichtung des Lichts senkrecht auf der Zylinderachse stehen [14]. Die radiale Komponente der Lichtgeschwindigkeit ist näherungsweise konstant. Für die azimutale Komponente zeigt der elektrische Feldvektor parallel zu den Drähten. Insofern können sich die durch das Lichtfeld getriebenen Elektronen im Metall frei bewegen. Zusammen mit den Zwischenräumen ergibt sich ein effektives freies Elektronengas mit einer effektiven Plasmafrequenz, die kleiner ist als die des Volumenmetalls (Abb. 2d). Liegt die Betriebsfrequenz in der Nähe der effektiven Plasmafrequenz, ist die elektrische Permittivität positiv, aber extrem klein, sodass die Brechzahl  $n = \sqrt{\epsilon}$  nahe Null liegt ( $\mu = 1$ ). Dies führt zu einer azimutalen Komponente der Phasengeschwindigkeit des Lichts oberhalb der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit. So lässt sich wiederum der zusätzliche geometrische Weg kompensieren. Leider sind die durch das Metall gleichsam importierten Verluste so hoch, dass die Tarnkappe insgesamt für realistische Parameter mehr streut bzw. absorbiert als das zu versteckende Objekt alleine. Außerdem wäre der Effekt stark von der Frequenz abhängig.

Tarnkappen lassen sich auch auf Flüssigkeitswellen übertragen (Abb. 5c). Hierbei regulieren massive Pfosten, die bis über die Flüssigkeitsoberfläche hinausragen, die lokale Phasengeschwindigkeit der Welle [15]. Anschaulich argumentiert muss die Flüssigkeit innerhalb der Struktur gleichsam durch „Kanäle“ fließen. Ähnlich wie beim Hagen-Poiseuilleschen Gesetz für ein zylindrisches Wasserrohr fließt die Flüssigkeit in einem langen schmalen Kanal langsamer als in einem kurzen breiten. Die geometrische Anisotropie in Abb. 5c übersetzt sich so in eine effektiv anisotrope Wellengeschwindigkeit (Infokasten) bzw. in eine anisotrope effektive Zähigkeit [15].

### Ausblick

Die Ausbreitung von Wellen gezielt zu beeinflussen spielt in vielen Bereichen der Physik eine wichtige Rolle. Die Transformationsoptik gibt uns ein ebenso ästhetisches wie mächtiges Werkzeug an die Hand, Wellen mit Hilfe von Metamaterialien nach unseren Wünschen zu beeinflussen. Unsichtbarkeitstarnkappen galten noch vor ein paar Jahren als Science Fiction – heute sind sie durch die Transformationsoptik experimentelle Realität. Es liegt nun an der Forschung, wirklich praktisch Nützliches damit anzustellen. Vielleicht sehen wir in ein paar Jahrzehnten Solarzellen, bei denen die Effizienz durch das Unsichtbarmachen der elektrischen Zuleitungen erhöht wird oder vergrabene Defekte in teuren reflektiven EUV-Lithografiemasken,

deren Aberrationen sich nachträglich kompensieren lassen. Vielleicht schützen diese Ideen aber auch Küsten vor den zerstörerischen Einflüssen von Tsunamis, sensible Infrastruktur vor Erdbeben, oder neue spezielle Linsen und Polarisationsoptiken finden Eingang in optischen Instrumenten. Alleine unsere Kreativität und Phantasie sind dabei wohl die Grenzen.

### Literatur

- [1] J. B. Pendry, D. Schurig und D. R. Smith, *Science* **312**, 1780 (2006)
- [2] U. Leonhardt, *Science* **312**, 1777 (2006)
- [3] M. Wegener und S. Linden, *Physics Today* **63(10)**, 32 (2010)
- [4] C. M. Soukoulis und M. Wegener, *Nature Photon.* **5**, 523 (2011)
- [5] U. Leonhardt und T. G. Philbin, *Geometry and Light: The Science of Invisibility*, Dover, Mineola (NY) (2010)
- [6] C. M. Soukoulis, S. Linden und M. Wegener, *Science* **315**, 47 (2007)
- [7] L. Solymar, E. Shamonina und L. Solymar, *Waves in Metamaterials*, Oxford University Press, Oxford (2009)
- [8] J. K. Gansel, M. Thiel, M. S. Rill, M. Decker, K. Bade, V. Saile, G. von Freymann, S. Linden und M. Wegener, *Science* **325**, 1513 (2009)
- [9] C. M. Soukoulis und M. Wegener, *Science* **330**, 1633 (2010)
- [10] J. Li und J.B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 203901 (2008)
- [11] T. Ergin, N. Stenger, P. Brenner, J. B. Pendry und M. Wegener, *Science* **328**, 337 (2010)
- [12] T. Ergin, J. Fischer und M. Wegener, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 173901 (2011)
- [13] N. Stenger, M. Wilhelm und M. Wegener, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 014301 (2012)
- [14] V. M. Shalaev, *Science* **322**, 384 (2008)
- [15] M. Farhat, S. Enoch, S. Guenneau und A. B. Movchan, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 134501 (2008)

### DIE AUTOREN

**Tolga Ergin** hat an der Universität Stuttgart in der Gruppe von Harald Giessen und am Max-Planck-Institut für Festkörperforschung bei Markus Lippitz 2008 diplomiert und am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) in der Gruppe von Martin Wegener im Januar 2012 zum Thema Metamaterialien für die Transformationsoptik promoviert. Seine Zeit verbringt er am liebsten mit seiner Familie und Freunden oder über einem guten Buch.



**Martin Wegener** (FV Halbleiterphysik) hat an der Johann Wolfgang Goethe-Universität zu Frankfurt am Main 1986 diplomiert und 1987 promoviert. Nach etwas mehr als zwei Jahren als Postdoktorand an den AT&T Bell Laboratorien in Holmdel (New Jersey, USA) in der Gruppe von Daniel S. Chemla wurde er 1990 Professor für Experimentalphysik an der Universität Dortmund. Seit 1995 ist er Professor am Institut für Angewandte Physik des heutigen KIT, seit 2001 zudem Arbeitsgruppenleiter am dortigen Institut für Nanotechnologie und Koordinator des DFG-Forschungszentrums für Funktionelle Nanostrukturen (CFN). Neben der Physik bleibt ihm kaum noch genug Zeit für die Familie.

