Dauerströme im Kreisverkehr

Eine neuartige nano-elektro-mechanische Messung mit hundertfach gesteigerter Genauigkeit löst alte Fragen.

Prof. Dr. Ulrich Eckern, Universität Augsburg, Institut für Physik, Universitätsstr. 1, 86135 Augsburg; Priv.-Doz. Dr. Peter Schwab, TU Braunschweig, Institut für Mathematische Physik. Mendelssohnstr. 3, 38106 Braunschweig

1) Dies besagt das Bohrvan-Leeuwen-Theorem

und ergibt sich aus der

charakteristischen Kombination von Impuls und

Vektorpotential in der

kinetischen Energie,

 $(p + eA)^2/2m$, sodass A bei einer Integration

über die Impulse heraus-

eben der Quantisierung der Energieniveaus und dem Spin der Elektronen (Stern-Gerlach-Experiment) ist der Aharonov-Bohm-Effekt, zuerst beschrieben im Jahr 1959, einer der spektakulärsten Konsequenzen der Quantenmechanik. In einem Doppelspalt-Experiment passieren dabei die Elektronen ein abgeschirmtes Magnetfeld auf verschiedenen Seiten. Das sich ergebende Interferenzmuster ist eine periodische Funktion des eingeschlossenen magnetischen Flusses Φ , wobei die Periode durch das Flussquant $\Phi_0 = h/e$ gegeben ist. Bei diesem Effekt "reagieren" die Elektronenwellen nicht direkt auf das Magnetfeld, sondern auf das Vektorpotential, das eine Phasenverschiebung von insgesamt $2\pi\Phi/\Phi_0$ bewirkt.

Eine ähnliche Situation kann sich bei einem metallischen Ring in einem senkrecht dazu angelegten Feld ergeben. Wenn der Ringumfang viel größer als die Dicke des Drahtes ist, lässt sich das Eindringen des Magnetfeldes in das Metall vernachlässigen. Daher ist das Aharonov-Bohm-Argument analog anwendbar: Alle physikalischen Größen sind periodisch im magnetischen Fluss, insbesondere auch das orbitale magnetische Moment bzw. der

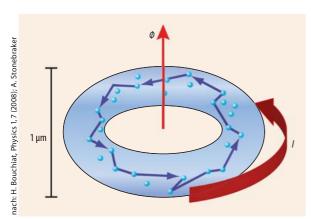


Abb. 2 In einem Ring mit senkrecht dazu angelegtem Magnetfeld kann ein Dauerstrom fließen. Aufgrund der Unordnung durch zufällig verteilte Defekte ist die Elektronenbewegung diffusiv. Der Ringumfang L liegt bei 2 bis 5 µm, die mittlere freie Weglänge ℓ der Elektronen bei ca. 50 nm. Die Diffusionskonstante D ergibt sich durch $v_F \ell/3$, wobei $v_F \approx 10^8$ cm/s die Fermi-Geschwindigkeit bezeichnet.

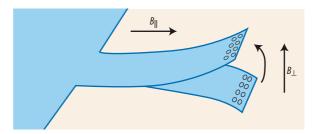


Abb. 1 Ein Cantilever (Länge 450 um, Breite 40 bis 80 μm) ermöglicht es, Dauerströme in kleinen Aluminiumringen viel genauer zu mes-

entsprechende Strom, $I(\Phi)$. Da sich das System im thermodynamischen Gleichgewicht befindet, bezeichnet man diesen Strom, analog zu den Abschirmströmen, die in einem Supraleiter im Magnetfeld fließen, als Dauerstrom.

In der Tat ließen sich "normale" Dauerströme im nA-Bereich in mehreren Experimenten bei Temperaturen unterhalb von etwa einem Kelvin eindeutig nachweisen [1-4]. Im Gegensatz zu den Experimenten [1–3], in denen SQUIDs (Superconducting Quantum Interference Devices) zum Einsatz kamen, um das vom Strom induzierte magnetische Moment zu detektieren, setzt die neueste Untersuchung auf eine nano-elektro-mechanische Technik [4]. Dabei sind Aluminium-Ringe mit einem Durchmesser zwischen 0,6 und 1,6 µm auf einem Cantilever aufgebracht (Abb. 1), dessen Schwingungsfrequenz sich mit extremer Genauigkeit messen lässt.

Die senkrechte Komponente des Magnetfeldes (B_{\perp}) erzeugt den magnetischen Fluss durch die Ringe und damit den Dauerstrom. Die Wechselwirkung der parallelen Komponente (B_{\parallel}) mit dem Dauerstrom bewirkt ein Drehmoment, das die Schwingungsfrequenz des Cantilevers ändert. Das angelegte Magnetfeld ist groß genug, um die Supraleitung in Aluminium zu verhindern.

Mit dieser Technik ist es möglich, sehr große Magnetfelder von einigen Tesla zu verwenden, was die Genauigkeit im Vergleich zu den SQUID-basierten Experimenten um etwa einen Faktor 100 verbessert. Einerseits unterdrückt das starke Feld Hintergrundsignale, die von magnetischen Störstellen herrühren, andererseits erlaubt es der große Feldbereich, bereits an einer einzigen Probe einen statistischen Mittelwert zu messen.

In der Fourier-Entwicklung des Dauerstroms treten nur Sinus-Terme auf: $I(\Phi) = I_1 \sin(2\pi\Phi/\Phi_0)$ $+ I_2 \sin(4\pi\Phi/\Phi_0) + \dots$. Im neuen Experiment war es zum ersten Mal möglich, die *h/e*–Komponente, d. h. I_1 , quantitativ zu bestimmen [4]. Das Resultat stimmt sowohl in der Größe als auch in der Temperaturabhängigkeit sehr gut mit den theoretischen Vorhersagen überein. Dabei ist die Diffusionskonstante D der Elektronen der einzige freie Parameter, dessen Wert von ca. 250 cm²/s durch unabhängige Messungen bestätigt wurde. Damit ließ sich die alte Frage nach der Größe von I1, die seit 1991 für heftige Diskussionen gesorgt hatte [2], abschließend beantworten [4].

Quantenmechanische Deutung

Bei den Dauerströmen handelt es sich um einen rein quantenmechanischen Effekt, der nur in sehr kleinen Ringen und bei tiefen Temperaturen zu beobachten ist. Denn im klassischen Grenzfall hängen alle Gleichgewichtsgrößen, und damit auch der Dauerstrom, nicht vom Vektorpotential ab.¹⁾

Bereits 1938 hat Friedrich Hund seine "Rechnungen über das magnetische Verhalten von kleinen Metallstücken bei tiefen Temperaturen" in den Annalen der Physik publiziert, in denen er modellhaft einen defektfreien, nur atomar dicken Draht betrachtete. (Für einen Überblick zu weiterführenden theoretischen Untersuchungen vgl. [5].) Wesentlich für eine realistische Theorie ist es, den endlichen Querschnitt des Drahtes (ca. 10^4 nm²) zu berücksichtigen. Von zentraler Bedeutung ist auch die charakteristische Energieskala. In einem Ring mit kurzer freier Weglänge, $\ell \ll L$, bewegen sich die Elektronen diffusiv (Abb. 2), die Zeit für die Diffusion um einen Ring ist durch D und den Umfang L bestimmt. Die entsprechende Energie, E_c , benannt nach David J. Thouless, ist daher hD/L^2 . Ein typischer Wert ist 10^{-4} eV $\approx k_B \cdot 1$ K.

Die theoretischen Ergebnisse zeigen, dass die Amplitude der h/e-Komponente des Dauerstroms, also *I*₁, von Ring zu Ring fluktuiert, einmal aufgrund der Unordnung und zum anderen, weil die Teilchenzahl nicht in jedem Ring identisch ist. Insbesondere kann sie ihr Vorzeichen wechseln, und ihr Mittelwert verschwindet. Der Mittelwert des Quadrats bei T = 0 ist durch die Thouless-Energie bestimmt, d. h. $\langle (I_1)^2 \rangle^{1/2} \approx E_c/\Phi_0$. Mit zunehmender Temperatur nimmt diese Größe exponentiell ab, die Temperaturskala liegt ungefähr bei E_c/k_B [6]. Die Vorhersagen für $\langle (I_1)^2 \rangle^{1/2}$ wurden jetzt überzeugend bestätigt [4].

Trotzdem sind noch "alte" Fragen offen bezüglich der Amplitude der h/2e–Komponente, d. h. I_2 . In der Tat zeigte das erste Dauerstrom-Experiment, in dem über 10 Millionen Cu-Ringe gemittelt wurde, nur den h/2e–Effekt [1]. Rechnungen bestätigen, dass $\langle I_2 \rangle$ von null verschieden sein sollte und

zeigen, dass ein wichtiger Beitrag auf der Wechselwirkung beruht [7]: $\langle I_2 \rangle$ ist proportional zu einer effektiven Wechselwirkungskonstante, die jedoch schwer zu berechnen ist. An den Kupfer-Ringen [1] ließ sich ein negatives Vorzeichen beobachten (d. h. ein diamagnetischer Response), aber dann müssten die Ringe bei tiefen Temperaturen supraleitend werden. Dies wurde wiederum nicht gefunden. Kürzlich ergaben sich jedoch Hinweise darauf, dass eine winzige Konzentration von magnetischen Defekten diesen Widerspruch auflösen könnte [8].

Das neue Experiment hat die offenen Fragen bezüglich der h/e-Komponente des Dauerstroms überzeugend beantwortet. Die knapp 20 Jahre alten Fragen nach der Größe des mittleren Dauerstroms, d. h. der h/2e-Komponente, bleiben aber bestehen.

Ulrich Eckern und Peter Schwab

- [1] L. P. Levy et al., Phys. Rev. Lett. **64**, 2074 (1990)
- [2] V. Chandrasekhar et al., Phys. Rev. Lett. 67, 3578 (1991)
- [3] H. Bluhm et al., Phys. Rev. Lett. **102**, 136802 (2009)
- [4] A. C. Bleszynski-Jayich et al., Science **326**, 272 (2009)
- [5] *U. Eckern* und *P. Schwab*, Adv. Phys. **44**, 387 (1995)
- [6] E. K. Riedel und F. von Oppen, Phys. Rev. B 47, 15449 (1993)
- [7] *V. Ambegaokar* und *U. Eckern*, Phys. Rev. Lett. **65**, 381 (1990); **67**, 3192(C) (1991)
- [8] H. Bary-Soroker, O. Entin-Wohlman und Y. Imry, Phys. Rev. Lett. 101, 057001 (2008)

KURZGEFASST

Erstes Bose-Einstein-Kondensat mit Strontium

Lange hat es sich gesträubt, doch nun zählt auch Strontium zu der stetig wachsenden Klasse von Atomen, aus denen sich ein Bose-Einstein-Kondensat erzeugen lässt. Zwei Gruppen in Innsbruck sowie an der Rice University in Texas lieferten sich dabei ein Wettrennen, das die Österreicher knapp für sich entschieden haben. Entscheidend für den Erfolg war die Wahl des Isotops 84Sr, das zwar sehr viel seltener als 86Sr und 88Sr ist, sich aufgrund seiner Streueigenschaften aber viel besser für die Verdampfungskühlung eignet. S. Stellmer et al., Phys. Rev. Lett. 103, 200401 (2009), Y. N. de Escobar et al., Phys. Rev. Lett. 103, 200402 (2009)

Lithium-Rätsel gelöst

Sonne verglichen mit ähnlichen Sternen nur wenig Lithium enthält. Nun hat eine Analyse von 500 Sternen mit einem Instrument am 3.6-Meter-Teleskop der ESO gezeigt, dass die meisten sonnenähnlichen Sterne mit Planeten weniger als ein Prozent des Lithiumgehalts der anderen Sterne aufweisen. Offenbar beeinflussen Planeten das Sterninnere so, dass das beim Urknall erzeugte Lithium effizient umgesetzt wird – wie genau, ist allerdings noch unbekannt. Die neuen Ergebnisse könnten künftig eine effizientere Suche nach extrasolaren Planeten ermöalichen. G. Israelian et al., Nature 462, 189 (2009)

Seit Jahrzehnten ist bekannt, dass die