

■ Zitternd in der Falle

Die bereits 1930 von Erwin Schrödinger vorhergesagte Zitterbewegung eines freien relativistischen Teilchens lässt sich mit einem einzelnen gefangenen Ion simulieren.

Wie lassen sich die Eigenschaften eines Systems verstehen, das sich dem Experiment „verweigert“, z. B. dadurch, dass sich seine Parameter nicht experimentell kontrollieren lassen? Eine effiziente und weit verbreitete Antwort kann darin bestehen, das System numerisch zu simulieren. Häufig verhindern jedoch begrenzte Rechenkapazität und limitierter Speicherplatz, das System getreu digital nachzubilden. Dies gilt insbesondere für quantenmechanische Vielteilchensysteme, bei denen die Zahl der möglichen Systemzustände exponentiell mit der Teilchenzahl anwächst. In solchen Fällen können Quantensimulationen neue Einblicke liefern. Dabei simuliert ein Quantensystem, das experimentell zugänglich ist und sich kontrollieren lässt, ein anderes. In Innsbruck ist es Rainer Blatt, Christian Roos und Mitarbeitern nun gelungen, die extrem schnelle Zitterbewegung eines freien, relativistischen Elek-

trons mithilfe eines Ions in einer Falle zu simulieren [1]. Ein direkter Nachweis dieser 1930 von Erwin Schrödinger vorhergesagten Bewegung steht bislang noch aus.

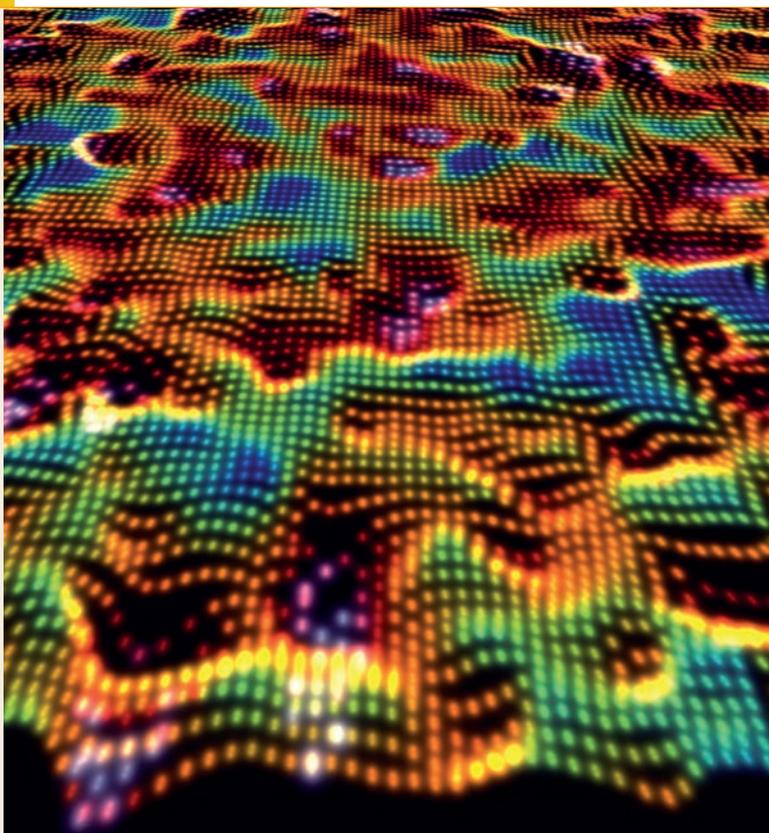
In den späten 1920er-Jahren er sann Paul Dirac eine Gleichung, die Quantenmechanik und Spezielle Relativitätstheorie vereint und das quantenmechanische Verhalten von Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$ beschreibt. Bereits die nicht-relativistische Quantenmechanik sagt Phänomene vorher, die sich schwerlich mit unserer klassischen Wahrnehmung der Welt in Einklang bringen lassen: Dazu gehören z. B. quantenmechanische Überlagerungszustände, bei denen ein Teilchen gleichzeitig verschiedene Raumgebiete besetzt. Weitere verblüffende Phänomene ergeben sich aus der Dirac-Gleichung. So postulierte Dirac bei der Interpretation der Lösungen seiner Gleichung ein Antiteilchen des Elektrons – das Positron, das kurz danach entdeckt wurde und

heute routinemäßig z. B. der medizinischen Bildgebung dient. Andere vorhergesagte Konsequenzen aus der Dirac-Gleichung entzogen sich jedoch einer experimentellen Überprüfung, insbesondere Schrödingers Zitterbewegung, deren Ursache die Interferenz von Teilchenzuständen ist, die mit positiver und negativer Energie assoziiert werden. Diese Bewegung eines kräftefreien Teilchens steht im eklatanten Gegensatz zum zweiten Newtonschen Gesetz der klassischen Mechanik. Für ein freies Elektron liegt die Amplitude der Zitterbewegung im Bereich von 10^{-4} nm und die Frequenz bei 10^{21} Hz – Größenordnungen, die für eine experimentelle Beobachtung kaum zugänglich sind.

Eine relativistische Verallgemeinerung der Schrödinger-Gleichung macht es notwendig, die Wellenfunktion $\psi(x, t)$ zu einem Spinor mit vier Komponenten zu erweitern, die Teilchen mit positiver und negativer Energie und jeweils zwei

FRAKTALE IN DER QUANTENWELT

Fraktale Muster kennt man z. B. von Küstenlinien, wo sich auf jeder Längenskala ähnliche Strukturen zeigen. Doch auch in der Quantenwelt können sich Fraktale offenbaren. Das haben Ali Yazdani von der Universität Princeton und seine Mitarbeiter gezeigt. Dazu haben sie mit Mangan dotiertes Galliumarsenid ($\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$) mit einem Rastertunnelmikroskop untersucht, das die Verteilung der Elektronenwellen auf der Oberfläche abbildet. Der Halbleiter GaMnAs gilt wegen seiner ferromagnetischen Eigenschaften als vielversprechendes Material für die Spintronik. Ziel der Physiker war es zu untersuchen, wie das GaAs durch die Mn-Dotierung magnetisch wird und sich von einem Isolator zu einem metallischen Leiter wandelt. Im Übergangsbereich beobachteten sie ein komplexes, fraktalähnliches Muster, in dem die Elektronen wie bei einem Flickenteppich verteilt sind – ein Muster, das sich auch auf kleineren Längenskalen wiederholt. Im Bild wächst die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen auf der Oberfläche von violett über blau, grün bis orange und rot. A. Richardella et al., Science 327, 665 (2010)



Roushan/Yazdani, Princeton University