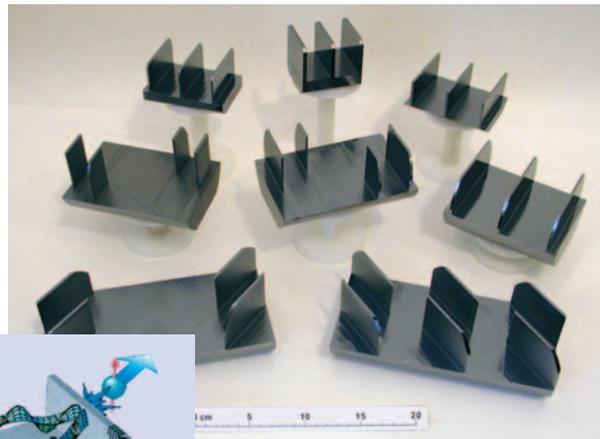
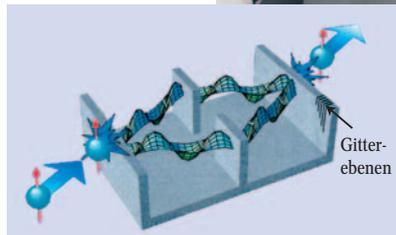


# Interferometrie mit Neutronen

Ein Fundament der Quantenoptik massiver Teilchen

Helmut Rauch

In den vergangenen drei Jahrzehnten ist es gelungen, viele Gedankenexperimente der Quantenmechanik mit Hilfe der Neutroneninterferometrie zu realisieren. Diese Grundlagenexperimente, die später mit Atomen, Molekülen und Clustern weitergeführt wurden, zeigen, dass sich quantenmechanisches Verhalten mit immer größeren Objekten beobachten lässt. In den letzten Jahren gab es Fortschritte bei der Rekonstruktion der Quantenzustände von Neutronen, neuartige topologische Phasen wurden identifiziert und eine durch enge Schlitze verursachte Phase nachgewiesen. Die Bestätigung der Kontextualität der Quantenmechanik verallgemeinert die Nichtlokalität zu einer Frage der Kopplung verschiedener Freiheitsgrade.



**Abb. 1:** Neutroneninterferometer aus einem monolithischen Siliziumkristall sind typischerweise  $10 \times 5$  cm groß. Die Neutronen sind vor und hinter dem Interferometer als Teilchen und innerhalb des Interferometers als Welle zu betrachten.

Bald nach der Entdeckung des Neutrons durch Chadwick 1932 gelang es 1936 Halban und Preiswerk sowie unabhängig davon Mitchell und Powers, die Wellennatur von Neutronen durch Beugung an Kristallgittern nachzuweisen. Dennoch hat sich seither der Teilchencharakter von Neutronen wesentlich stärker im Denken der Physiker eingepreßt, nicht zuletzt deswegen, weil Neutronen elementare Bestandteile der Atomkerne und damit der uns umgebenden Materie sind. Neutronen sind Spin-1/2-Teilchen und unterliegen der starken, der elektroschwachen und der Gravitationswechselwirkung. Auch wenn Neutronen zusammengesetzte Teilchen sind (sie bestehen aus einem up- und zwei down-Quarks), kann man sie doch bei vielen Streuexperimenten an Festkörperproben als kleine „Massekugeln“ ansehen, die beim Streuvorgang Energie und Impuls ändern. Die sehr effiziente Methode der Neutronenstreuung erlaubt es, aus diesen Änderungen auf strukturelle und dynamische Eigenschaften der Proben zurückzuschließen. Die Pioniere dieser Methode, Shull und Brockhouse, erhielten im Jahr 1994 den Nobelpreis für Physik. Parallel dazu wurde eine Reihe weiterer Experimente durchgeführt, die sich mit charakteristischen Teilcheneigenschaften des Neutrons, so etwa mit genauen Werten für die Masse, für das magnetische Moment, für den  $\beta$ -Zerfall sowie für die bisher mit Null verträglichen Werte für die elektrische Ladung und das elektrische Dipolmoment beschäftigten [1].

die später ihren Niederschlag in den Maxwell-Gleichungen fand, gelang es, fast alle bekannten Interferenzphänomene zu beschreiben. Aber erst die Quantenelektrodynamik, die zwischen den Zwanziger- und der Vierzigerjahren des letzten Jahrhunderts entwickelt wurde, erlaubte es, auch die Teilchennatur des Lichtes (Photonen) in die Beschreibung mit einzuschließen. Die intrinsischen Eigenschaften des Lichts und seine Wechselwirkung mit angeregten Atomen führt in das Gebiet der Quantenoptik, das sich in den letzten Jahrzehnten rasant entwickelt hat, zumal damit auch viele anwendungsorientierte Aspekte, wie Laser und Quantenkommunikation, verbunden sind.

Die Neutronenoptik entwickelte sich über Jahrzehnte hinweg in Anlehnung an die geometrische Optik von Licht, und in der Tat lässt die Ähnlichkeit der Maxwell- und der Schrödinger-Gleichung analoge Phänomene erwarten. Die Totalreflexion von Neutronen ermöglicht es, Neutronen in Neutronenleitern zu führen und ultrakalte Neutronen in materiellen und magnetischen Behältern einzuschließen. Beobachtete Phänomene wie die Beugung von Neutronen am Einzel- und Doppelpalt, an verschiedenen künstlichen Gittern, an der Kante, an Fresnel-Linsen u. ä. unterstreichen eindrucksvoll die analogen Welleneigenschaften von Neutronen und elektromagnetischer Strahlung [2].

Mit der Entwicklung der Neutroneninterferometrie vor dreißig Jahren [3] eröffneten sich neue Möglich-

Interferenzphänomene mit Licht wie der Regenbogen interessierten und faszinierten schon in der Antike die Vorfahren unserer Zunft. Mit der Wellenvorstellung von Huygens,

Prof. Dr. Helmut Rauch, Atominstytut der Österreichischen Universitäten, Stadionallee 2, A-1020 Wien

keiten, typische Quantenexperimente mit massiven Teilchen zu realisieren. Dazu hat insbesondere das Perfektkristall-Interferometer beigetragen, das vom Prinzip her das Analogon zum Mach-Zehnder-Interferometer der Lichtoptik ist. Aus Gründen der Stabilität und Präzision ist es jedoch monolithisch aus einem Silizium-Einkristall herausgearbeitet. Die im atomaren Bereich ungestörte Anordnung der Atome ermöglicht es, einen eintreffenden Neutronenstrahl an einem Strahlteiler kohärent aufzuspalten, die beiden Teilstrahlen über mehrere Zentimeter auseinanderzuführen und dabei auf unterschiedlichste Weise zu beeinflussen und anschließend wieder kohärent zu überlagern – eine Technik, die bereits früher von Bonse und Hart [4] für die Röntgeninterferometrie genutzt wurde (Abb. 1).

Der Strahl am Ausgang des Interferometers setzt sich aus Teilwellen aus den beiden Strahlwegen I und II zusammen, die transmittiert-reflektiert-reflektiert beziehungsweise reflektiert-reflektiert-transmittiert wurden, weswegen sie aus Symmetriegründen in Amplitude und Phase gleich sind ( $\psi_0^I = \psi_0^{II}$ ). Die relative Phase zwischen den Teilwellen ( $\chi$ ) lässt sich beeinflussen, indem man in einen oder beide Strahlengänge ein Material einbringt oder darauf zum Beispiel ein Magnetfeld oder das Gravitationsfeld wirken lässt. Unter Annahme ebener Wellen führt dies zu einem typischen voll durchmodulierten Interferenzbild:

$$I_0 \propto \left| \psi_0^I + e^{i\chi} \psi_0^{II} \right|^2 \propto 1 + \cos \chi. \quad (1)$$

Hohe Anforderungen sind dabei an die Qualität des Kristalls sowie an die Temperatur- und Vibrationsstabilität gestellt. Mit derartigen Interferometern gelang es, zahlreiche Effekte der Quantenmechanik nachzuweisen und Gedankenexperimente zu realisieren:

- ▶ die  $4\pi$ -Symmetrie von Spin-Wellenfunktionen: Eine Spinor-Wellenfunktion muss zweimal vollständig um eine Achse gedreht werden, damit sie wieder mit dem Ausgangszustand übereinstimmt; bei einer einfachen Drehung tritt ein Phasenfaktor  $-1$  auf, der bei den meisten Experimenten nicht in Erscheinung tritt.
- ▶ der Einfluss der Gravitation und der Erdrotation auf die Wellenfunktion: Sowohl die Erdanziehung als auch

die Erdrotation verursachen gut messbare Effekte.

▶ der Fizeau-Effekt von Neutronen beschreibt ähnlich wie der Fizeau-Effekt von Licht die Änderung der Phasenverschiebung im Falle eines relativ zum Strahl bewegten Phasenschiebers. Der Effekt steht in direktem Zusammenhang mit der Lorentz-Transformation und den Prinzipien der speziellen Relativitätstheorie.

▶ das Spin-Superpositionsgesetz: Die Überlagerung eines Spin-up- und eines Spin-down-Zustandes ergibt keinen unpolarisierten Strahl, sondern einen Strahl mit einer Polarisationsrichtung senkrecht zu der Polarisationsrichtung der Strahlen vor der Überlagerung.

▶ der magnetische Josephson-Effekt: Wird durch elektromagnetische Resonatoren ein geringer Energieunterschied zwischen den beiden Teilstrahlen eingestellt, so kommt es zu einer zeitabhängigen Schwebung der Intensität, die einer enormen Energieauflösung entspricht.

▶ verschiedene topologische (geometrische) Phasen: Die Wellenfunktion der Neutronen „merkt sich“ nicht nur, um welchen Winkel, sondern auch um welche Achse sie gedreht wurde.

▶ nicht-klassische Zustände von Neutronen: Für Interferenzexperimente typisch ist, dass sich damit sog. Schrödiger-Katzen-Zustände erzeugen lassen, bei denen das Neutron gleichzeitig verschiedene voneinander getrennte Raumbereiche besetzen kann.

Über einen Großteil dieser Untersuchungen wurde in früheren Artikeln in den Physikalischen Blättern bereits berichtet [5, 6]; eine breitere Übersicht bietet ein kürzlich erschienenes Buch [7]. Hier sollen speziell die Verbindung zur Quantenoptik mit Atom- und Laserstrahlen angesprochen und neuere Ergebnisse zu einer durch räumliche Begrenzung verursachten Phasenverschiebung, zu Fragen der Kontextualität der quantenmechanischen Gesetze sowie erste Ergebnisse einer Quanten-Zustandsrekonstruktion von Neutronen diskutiert werden. Das Ziel derartiger Untersuchungen ist es, einerseits ein besseres Verständnis der Quantenmechanik zu erhalten und andererseits bestimmte Quantenzustände nach Belieben konstruieren zu können, um damit extreme Messempfindlichkeiten zu erreichen. Solche künstlichen Zustände sind gegenüber

### Selbstkorrelationsfunktion und Kohärenzfunktion

Die Selbstkorrelationsfunktion  $G^{(1)}(\vec{r}, t; \vec{r}', t')$  gibt im klassischen Sinne die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein bestimmtes Teilchen zur Zeit  $t'$  am Ort  $\vec{r}'$  ist, wenn es zur Zeit  $t$  am Ort  $\vec{r}$  war. Anknüpfend an die Arbeiten von Glauber [8] können wir schreiben:

$$G^{(1)}(\vec{r}, t; \vec{r}', t') = \text{Sp}[\hat{\rho} \psi^*(\vec{r}, t) \cdot \psi(\vec{r}', t')], \quad (i)$$

der Dichteoperator ist dabei

$$\hat{\rho} = \int p(\vec{r}, t) \psi^*(\vec{r}, t) \cdot \psi(\vec{r}, t) d^3r \quad (ii)$$

und gehorcht der Quanten-Liouville-Gleichung:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\mathcal{H}, \hat{\rho}]. \quad (iii)$$

$p(\vec{r}, t)$  beschreibt das klassische Intensitätsprofil des Strahls. Die Wellenfunktion im wechsel-

wirkungsfreien Raum ergibt sich als Lösung der Schrödinger-Gleichung in Form eines kontinuierlichen Eigenwertspektrums, welches sich als Wellenpaket darstellen lässt:

$$\psi(\vec{r}, t) \propto \int a(\vec{k}) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega_k t)} d^3k, \quad (iv)$$

Außerdem ergibt  $|a(\vec{k})|^2 = g(\vec{k})$  das leicht messbare Impulsspektrum des Strahles. Beschränkt man sich auf stationäre Situationen, bei denen die Gesamtenergie konstant ist, und normiert man die Korrelationsfunktion mittels der Intensität  $I$ , so erhält man analog zur Lichtoptik die Kohärenzfunktion als Selbstkorrelationsfunktion der Wellenfunktion bzw. als Fourier-Transformierte des Impulsspektrums:

$$G^{(1)}(\vec{\Delta}) = \langle \psi^*(0) \psi(\vec{\Delta}) \rangle = \int g(\vec{k}) e^{i\vec{k}\vec{\Delta}} d^3k \quad (v)$$

Im Fall eines Interferometerexperimentes, bei dem sich der Strahl am Ausgang aus den Wellenfunktionen der beiden separierten Strahlen (I, II) zusammensetzt, erhält man  $(\psi = \psi^I + \psi^{II})$

$$I(\vec{\Delta}) \propto 1 + |G^{(1)}(\vec{\Delta})| \cos(\vec{k}\vec{\Delta}). \quad (vi)$$

Der räumliche Phasenschub  $\Delta$  hängt direkt mit dem Phasenschub  $\chi$  zusammen und ergibt sich aus dem Brechungsindex, der Dichte  $N$ , der kohärenten Streulänge  $b_c$  und der Dicke  $D_{\text{eff}}$  des phasenschiebenden Materials:

$$\Delta = \chi/k = (n-1)D_{\text{eff}} = -Nb_c \lambda^2 D_{\text{eff}} / 2\pi. \quad (vii)$$

Die dreidimensionale Kohärenz-(Korrelations-)Funktion (Gl. (v)) lässt sich somit aus dem Abfall des Kontrastes des Interferenzbildes bei großem Phasen-

schub experimentell bestimmen. Die charakteristische Breite der Kohärenzfunktion wird als Kohärenzlänge  $\Delta_c$  bezeichnet und stellt die Länge des Wellenpaketes dar, da die Kohärenzfunktion auch aus der Selbstkorrelationsfunktion der Wellenfunktion gebildet werden kann. Für Pakete mit Gauß-Form gilt die minimale Heisenberg-Unschärferelation  $\Delta_c \cdot \delta k = 1/2$ . Für Strahlen, wie sie in der Perfektkristall-Neutroneninterferometrie verwendet werden, liegen die Kohärenzlängen im Bereich von 200 Å bis 10 µm, sind also deutlich kleiner als die Strahlquerschnitte, aber deutlich größer als die de-Broglie-Wellenlänge  $\lambda_B = h/mv \sim 2$  Å und extrem viel größer als der Confinement-(Masse-) Radius des Neutrons ( $\sim 1$  fm).

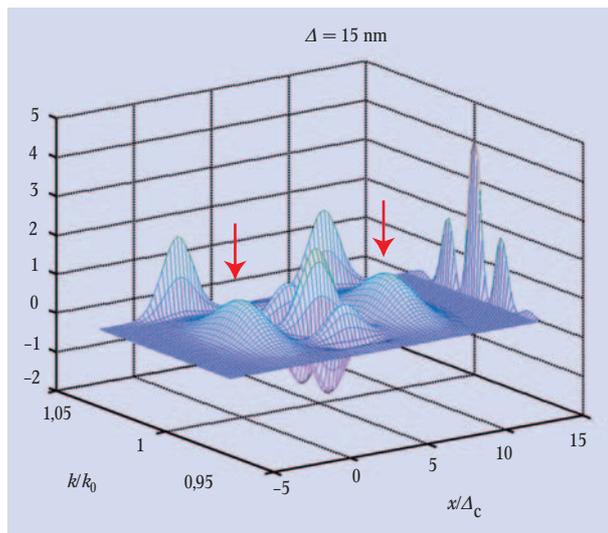
geringsten dissipativen Wechselwirkungen wesentlich empfindlicher als semi-klassische (kohärente) Zustände und ermöglichen es, geringe Energieunterschiede der beiden Teilstrahlen der Größenordnung  $10^{-19}$  eV infolge leicht unterschiedlicher Wechselwirkungen genauso zu beobachten wie z. B. die Quantisierung von Neutronen im Gravitationsfeld.

### Quantenoptische Formulierung

Neutronen hinter einem thermischen oder kalten Moderator eines Forschungsreaktors oder einer Spaltungsneutronenquelle, die durch ein Strahlrohr oder einen Neutronenleiter austreten, haben eine in gewissen Grenzen ähnliche Geschichte, was ihre Energie, ihre Richtung und ihre Teilchenstatistik anbelangt. Diese lässt sich mit Hilfe von Korrelationsfunktionen beschreiben. Wie im Infokasten „Selbstkorrelationsfunktion und Kohärenzfunktion“ gezeigt ist, gibt die sog. Kohärenzfunktion die räumliche Struktur der Wellenfunktion wieder, während sich die Eigenschaften im Impulsraum aus der entsprechenden Impulsverteilung (Wellenlängenverteilung) ergeben. Verschiedene Darstellungsmethoden ermöglichen es aber auch, Orts- und Impulseigenschaften gleichzeitig darzustellen. Die dafür bekannteste Methode ist die mit Hilfe von Wigner-Funktionen, welche bereits 1932 von Wigner als Verallgemeinerung der Phasenraumdichte mit Hilfe der Wellenfunktionen bzw. des Dichteoperators eingeführt wurde [9]. In einer Orts-Impuls-Darstellung lautet der Ausdruck für die Wigner-Funktion:

$$W(x, k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx'} \psi^* \left( x + \frac{x'}{2} \right) \psi \left( x - \frac{x'}{2} \right) dx' \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx'} \left\langle x + \frac{x'}{2} \left| \rho \right| x - \frac{x'}{2} \right\rangle dx'. \quad (2)$$

Eine Integration der Wigner-Funktion über  $x$  ergibt die Impulsverteilung  $g(k)$ , eine Integration über  $k$  die Ortsverteilung. Die Wigner-Funktion ist eine reelle Funktion, im Gegensatz zu einer Wahrschein-



**Abb. 2:** Wenn die Teilstrahlen im Interferometer um mehr als die Kohärenzlänge gegeneinander verschoben werden, entstehen im Strahl in Vorwärtsrichtung hinter dem Interferometer typische Schrödinger-Katzen-Zustände (Pfeile). Der zentrale, stark oszillierende Teil der zugehörigen Wigner-Funktion signalisiert die Kohärenz des Zustandes und hängt stark von Störeinflüssen ab. Die Projektion der Wigner-Funktion auf die  $x$ - bzw.  $k$ -Achse ergibt die jeweilige Impuls- und Ortsverteilung der Wellenfunktion.

lichkeitsverteilung kann sie allerdings negative Werte annehmen. Abbildung 2 zeigt ein Beispiel einer Wigner-Funktion und die dazugehörigen Projektionen auf die  $x$ - bzw.  $k$ -Achse. Man erkennt die bei großer Phasenverschiebung (d. h. größer als die Kohärenzlänge) auftretende räumliche Trennung der Ortswellenfunktion und die zunehmende Modulierung der Impulswellenfunktion, was als Signatur für nicht-klassische Schrödinger-Katzen-Zustände gilt. Schrödinger hat diese Zustände

1935 in die Diskussion um die Quantenmechanik eingeführt, um auf vermutete Ungereimtheiten dieser Theorie aufmerksam zu machen. Eine Katze, die sich in einer Kiste befindet, in der der Zerfall eines radioaktiven Präparats (statistisch) ein tödliches Gift freisetzt, befindet sich demnach nach der strikten Auslegung der Quantentheorie – wie sie in allen bisherigen Experimenten bestätigt wurde – bis zur Öffnung der Schachtel (Mes-

sprozess) in einem Überlagerungszustand von „lebendig“ und „tot“, das heißt in zwei sich anscheinend ausschließenden Zuständen. In unserem Fall besetzt das Neutron im auslaufenden Strahl – obwohl als Teilchen unteilbar – gleichzeitig zwei räumlich getrennte Bereiche, die im Abstand des räumlichen Phasenschubes mit sonst völlig identischen Eigenschaften hintereinander herlaufen. Der Strahl bleibt kohärent und kann in einem anschließenden Rückführungsexperiment „quantum eraser“ wieder in den Ausgangszustand zurückgeführt werden, was allerdings bei zunehmender Trennung wegen dissipativer Effekte immer schwieriger wird. Abbildung 3 zeigt einen solchen Zustand anschaulich in einer Cartoon-Darstellung.

Definiert man einen Quadratoroperator  $X_\Theta$

$$\hat{X}_\Theta = k_0 \hat{x} \cos \Theta + \frac{\hat{k}}{k_0} \sin \Theta, \quad (3)$$

so kann man die Wigner-Funktion mittels Quadratoroperator darstellen, wobei  $\Theta = 0$  den Ortsoperator  $\hat{x}$  und  $\Theta = \pi/2$  den Impulsoperator  $\hat{k}$  ergibt. Durch eine Art tomographischer Messung bei verschiedenen  $\Theta$ -Werten lässt sich dann mit Hilfe einer Radon-Transformation die Wigner-Funktion rekonstruieren. Da die Wigner-Funktion einen Quantenzustand vollständig beschreibt, entspricht dies einer Quantenzustandsrekonstruktion [10, 11] und bildet die Basis für die Herstellung künstlich gestalteter Quantenzustände („quantum state engineering“).

### Experimente

#### Quantenzustandsmessungen

Die meisten der nachfolgend beschriebenen Messungen wurden am Hochflussreaktor des Instituts Laue-Langevin in Grenoble durchgeführt. Der Interferometerkristall befindet sich dabei auf einer vibrations- und thermisch isolierten optischen Bank, und die auslaufenden

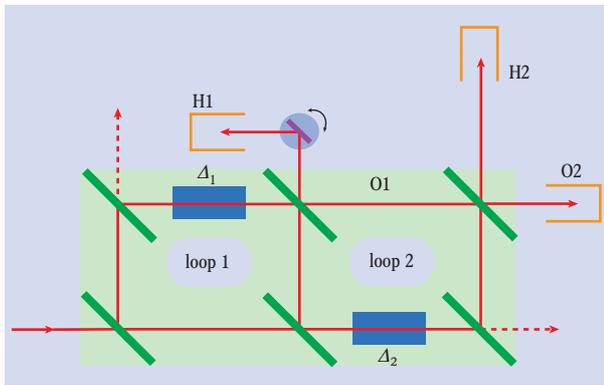


**Abb. 3:** Übertragen auf einen Skifahrer bedeutet ein Schrödinger-Katzen-Zustand, dass der an sich unteilbare Skifahrer entlang der getrennten Strahlwege links und rechts am Baum vorbei kohärent aufgespalten und ein Teil gegenüber dem anderen verzögert wird. Deswegen besetzt er anschließend gleichzeitig verschiedene Raumbereiche. (Quelle: R. J. Buchelt)

den kohärenten Strahlen können zusätzlich einer Nachselektion bezüglich Orts-, Impuls- und Zeitverteilung sowie einer Polarisation unterzogen werden. Abbildung 4 zeigt schematisch einen Interferometerkristall, mit dem sich gleichzeitig die Orts- und Impulsabhängigkeit des Quantenzustandes des Strahls O1 messen lassen. Dies gelingt natürlich nur im Rahmen der von der Unschärferelation erlaubten Genauigkeiten.

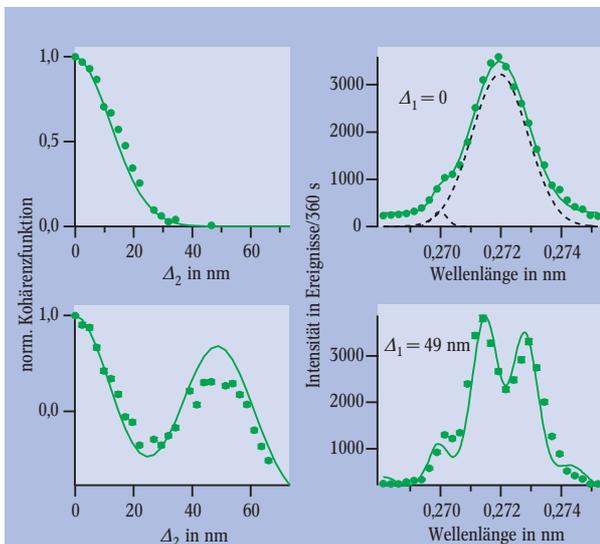
Abbildung 5 zeigt typische Ergebnisse für einen fast klassischen und einen nicht-klassischen Zustand [12]. Da die Verteilungsfunktionen beim Zustand mit  $\Delta_1=0$  nicht streng gaußförmig sind, handelt es sich dabei genauer um einen „fast“ kohärenten bzw. semi-klassischen Zustand. Beim nicht-klassischen Zustand mit  $\Delta_1=49$  nm erkennt man auf der einen Seite die erwartete Modulation des Impuls- bzw. Wellenlängenspektrums und auf der anderen Seite die doppelhöckerige Ortsverteilung als das direkte Abbild eines Schrödinger-Katzen-Zustandes (vgl. Abb. 2).

Um die Wigner-Funktion und damit den gesamten Quantenzustand zu rekonstruieren, muss man nicht-diagonale Schnitte durch die Wigner-Funktion messen (das heißt tomographische Schnitte mit  $\Theta \neq 0$  in Gl. (3), indem  $\Delta_2$  und der Bragg-Winkel im Strahl H1 synchron



**Abb. 4:** Ein Interferometer mit zwei Kreisen (loops) erlaubt es, Quantenzustände von Neutronen zu erzeugen (loop 1) und zu analysieren (loop 2). Je nach dem Wert des Phasenschiebers  $\Delta_1$  entsteht ein semi-klassischer ( $\Delta_1 = 0$ ) oder ein nicht-klassischer Zustand ( $\Delta_1 \neq 0$ ). Mit Hilfe einer Bragg-Reflexion an einem Einkristall lässt sich im Strahl H1 die zum Strahl O1 komplementäre Impulsverteilung (Wellenlängenverteilung) messen. Der Phasenschieber  $\Delta_2$  im Strahl 2 erlaubt es, die Kohärenzfunktion, d. h. die Ortsstruktur der Wellenfunktion des O1-Strahles zu bestimmen.

**Abb. 5:** Bei einem semi-klassischen Zustand (oben,  $\Delta_1 = 0$ ) sind das Ortsspektrum (links) und das Wellenlängenspektrum (rechts) näherungsweise gaußförmig (gestrichelt). Bei einem nicht-klassischen Quantenzustand (unten,  $\Delta_1 = 49$  nm) weisen beide Spektren charakteristische Modulationen auf.



variiert werden). Erste Ergebnisse derartiger Messungen zeigen das erwartete Verhalten und geben Zuversicht, den Quantenzustand von massiven Teilchen rekonstruieren zu können. Für Licht in verschiedenen Zustandsformen ist das bereits vor einiger Zeit gelungen [13].

Misst man die Abschwächung des Interferenzkontrastes und der Impulsmodulation aufgrund von Fluktuationen des Phasenschiebers (z. B. elektromagnetisches Rauschfeld), so kann man den Übergang eines Quantensystems in ein klassisches System in einer neuartigen Weise untersuchen und die Existenz einer „klassischen“ Welt als Resultat der Quantenwelt besser verstehen.

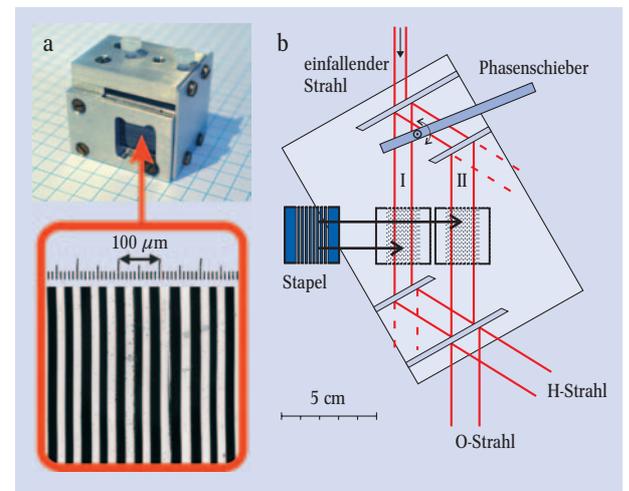
**Phasenschub durch räumliche Begrenzung**

Lévy-Leblond hat darauf hingewiesen, dass Neutronen in engen Kanälen der Breite  $a$  infolge der quantenmechanischen Quantisierung des Transversalimpulses ( $k_n = n\pi/a$ ) innerhalb des von der Begrenzung gebildeten Potentialtopfes eine Phasenverschiebung erfahren, die sich mit Hilfe der Neutroneninterferometrie nachweisen lassen sollte [14]. Ein derartiges Experiment mit  $a = 20 \mu\text{m}$  breiten und 20 mm langen Schlitzen aus Siliziumwafern haben wir vor kurzem durchgeführt ([15], Abb. 6).

Die der transversalen Quantisierung zugeordneten Energieeigenwerte liegen im Bereich von peV ( $E_0 = 0,4172$  peV,  $E_2 = 1,669$  peV, etc.). Die parallele Strahlkomponente regt nur die niedrigsten Niveaus mit Wahrscheinlichkeiten  $p_0 = 40,6 \%$ ,  $p_2 = 4,5 \%$ ,  $p_4 = 1,6 \%$  an. Die etwas schräg unter dem Winkel  $\alpha$  einfallenden Komponenten regen Zustände in der Nähe des klassischen Transversalimpulses an. Betrachtet man die für stationäre Situationen erfüllte Erhaltung der Energie, so bedeutet die transversale Quantisierung gleichzeitig eine Änderung der Longitudinalkomponente von

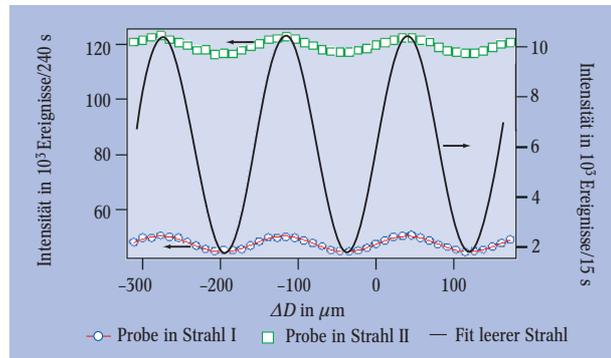
$$k_{\parallel,n} = \sqrt{2m(E_{\text{einf}} - E_n) / \hbar^2}, \tag{4}$$

was gemäß Gl. (vii) im Infokasten eine Phasenverschiebung nach sich zieht. Eine genauere Berechnung zeigt, dass praktisch nur die nahezu parallelen Strahlkomponenten zu einer messbaren Phasenverschiebung beitragen, da die Beiträge des höheren Niveaus vornehmlich



**Abb. 6:** Um die „confinement“-induzierte Phase zu messen, wird ein Stapel aus Silizium-Wafern (a) abwechselnd in beide Strahlwege gebracht (b) und durch den Phasenschieber der optische Wegunterschied  $\Delta D$  variiert.

wegen der zunehmenden Verschmierung, verursacht durch die Schwankung der Schlitzdicke ( $\Delta a/a \sim 14\%$ ), ausgeschmiert werden. Dies bedeutet aber, dass gerade diejenigen Neutronen eine Phasenverschiebung erfahren, die die Wände in einer klassischen Sichtweise überhaupt nicht berühren. Die berechnete Verschiebung beträgt in unserem Fall nur  $2,5^\circ$  und der verblei-



**Abb. 7:** Der gemessene Phasenschub von  $2,8(4)^\circ$ , der durch die räumliche Begrenzung in den Schlitzen zustande kommt, stimmt gut mit dem berechneten Wert überein [15].

bende Kontrast ebenfalls nur einige wenige Prozent, was eine sehr sorgfältige Durchführung der Messungen erforderlich macht (Abb. 7).

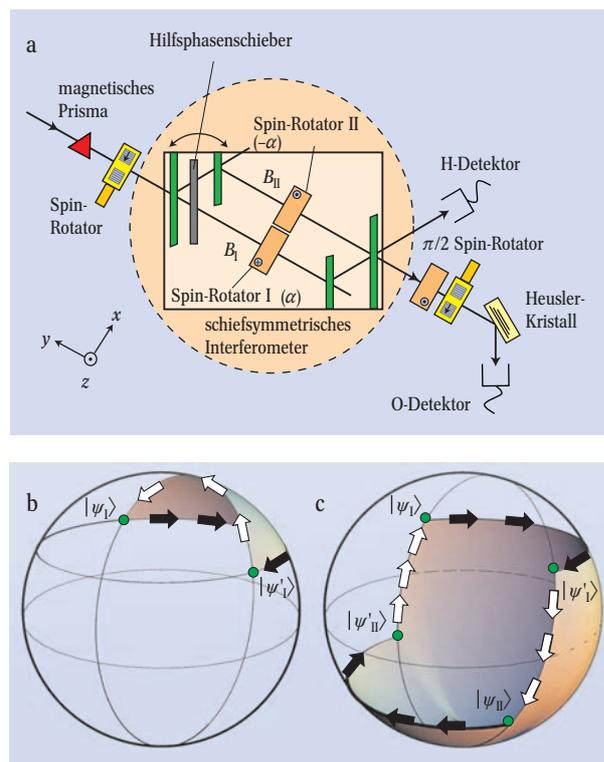
Ein ähnlicher bekannter Effekt, bei dem die schiefe Anwesenheit einer Oberfläche oder eines engen Schlitzes die Eigenschaften eines physikalischen Systems messbar ändert, ist der Casimir-Effekt. Dieser ist zum Beispiel dafür verantwortlich, dass die spontane Emission eines Atoms modifiziert wird, wenn sich das Atom in der Nähe einer metallischen Fläche befindet [16]. In diesem Fall wird häufig damit argumentiert, dass das emittierende Atom durch die virtuelle Aussendung von elektromagnetischer Strahlung seine Umgebung „ab-tastet“ und „sieht“, ob diese Strahlung in die Randbedingungen „passt“ oder nicht. Bei den Neutronen kann man allerdings nicht mit solchen Nullpunktfluktuationen argumentieren, da im Neutron kein elektromagnetischer Übergang existiert, der virtuell Strahlung der entsprechenden Frequenz aussenden könnte. Die charakteristische Frequenz ist in diesem Fall allein durch die Geometrie des Schlitzes bestimmt und der Effekt lässt sich ausschließlich über die durch die räumliche Begrenzung beeinflusste Wellenfunktion erklären, was abermals die Nichtlokalität der Quantenmechanik unterstreicht.

### Nicht-diagonale geometrische Phasen

In der Quantenoptik spielen Phasen eine entscheidende Rolle. Meistens handelt es sich dabei um Phasen, die sich mit Hilfe eines Brechungsindex beschreiben (Gl. (vii)) und durch die Wirkung einer externen Kraft beim Ein- oder Austritt aus einem optisch dünneren in ein optisch dickeres Medium erklären lassen. Schon die ersten Neutroneninterferometrie-Experimente 1975 haben gezeigt, dass bei einer unitären Drehung einer Spinor-Wellenfunktion um  $2\pi$  ein solcher dynamischer Phasenfaktor von  $-1$  auftritt, der nicht in Erscheinung tritt, wenn man die Drehung des Erwartungswertes betrachtet, der sich aber durch die magnetische Wechselwirkung (Larmor-Präzession) semiklassisch verstehen lässt (siehe z. B. [7]).

Lange Zeit unbeobachtet blieben Arbeiten von Pan-

charatnan [17], die erst viel später von Berry [18] und anderen aufgegriffen wurden und zu entsprechenden Experimentierorschlägen umformuliert wurden. Demnach hängt die Phasenverschiebung nicht nur von der Stärke der Wechselwirkung, das heißt vom Brechungsindex, ab, sondern auch von dem Weg des Quantensystems im Phasenraum. Das gestattet eine Trennung in eine dynamische ( $\delta$ ) und eine geometrische (topologische) Phase ( $\gamma$ ) (siehe z. B. [19]). Anschaulich bedeutet das, dass die Gesamtphase bei einem Experiment mit polarisierten Neutronen nicht nur davon abhängt, um welchen Winkel der Zustand infolge der Stärke der Wechselwirkung gedreht wurde, sondern auch von der Drehachse (Abb. 8). Dieser Effekt wurde in Arbeiten von Wagh et al. [20] eindrucksvoll bestätigt, und zwar indem polarisierte Neutronen in einem Interferometer aufgespalten und dann in jedem Zweig vom  $|+z\rangle$ - in den  $|-z\rangle$ -Zustand um eine variable Achse mittels eines geeigneten Spindrehers gedreht werden. Die geometrische Phase  $\gamma$  ergibt sich direkt aus dem Unterschied der Winkel  $\beta$ , die die beiden „Flipper-Spulen“ mit der Ausbreitungsrichtung der Neutronen einschließen,  $\gamma = -\Delta\beta$ . Es handelt sich dabei um den wohl direktesten und eindeutigsten Nachweis einer geometrischen Phase. Zusätzlich haben Manini und Pistoiesi [21] gezeigt, dass auch sog. nicht-diagonale geometrische Phasen existieren und gemessen werden können. In diesem Fall wird in beiden kohärenten Strahlen die Neutronenpolarisa-



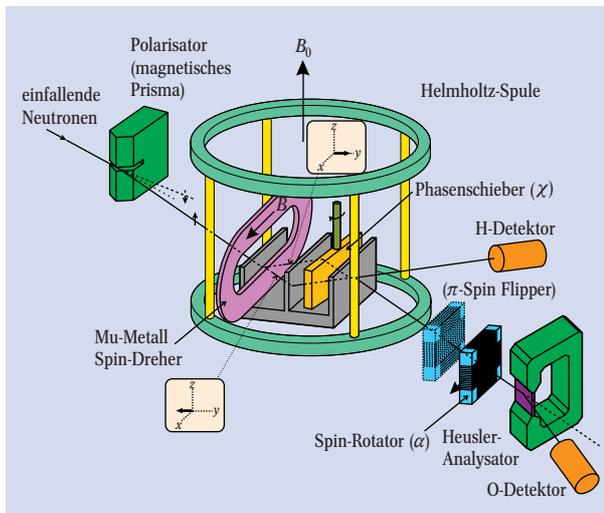
**Abb. 8:** Zur Messung der nicht-diagonalen geometrischen Phase wird ein einfallender polarisierter Neutronenstrahl im Interferometer aufgespalten und der Spin in beiden Teilstrahlen um den Winkel  $\alpha$  bzw.  $-\alpha$  gedreht (a). Die Gesamtheit aller Polarisationszustände lässt sich auf der Oberfläche der sog. Poincaré-Kugel darstellen. Durch die unterschiedliche Richtung der Magnetfelder in beiden Strahlwegen entwickelt sich der Zustand im Strahl I von  $|\psi_I\rangle$  zu  $|\psi'_I\rangle$  und im Strahl II von  $|\psi_{II}\rangle$  zu  $|\psi'_{II}\rangle$ . Schließt man die Exkursionslinie im jeweils gleichen Strahl mit den Geodäten, so entspricht der eingeschlossene Raumwinkel der diagonalen geometrischen Phase (b). Verbindet man jedoch die Anfangs- und Endpunkte der Exkursionslinien im Strahl I und II, so ergibt der Raumwinkel die nicht-diagonale geometrische Phase (c).

tion um eine feste Achse, aber unterschiedliche Winkel  $\alpha$  gedreht sowie eine Polarisationsanalyse des austretenden Strahles durchgeführt (Abb. 8). In Einklang mit den theoretischen Erwartungen und unabhängig von  $\alpha$  wurde eine nicht-diagonale Phase von  $\pi$  gemessen [22].

**Kontextualität in der Quantenmechanik**

Einstein, Podolsky und Rosen haben 1935 darauf hingewiesen, dass zwischen räumlich separierten Systemen nichtlokale Korrelationen bestehen können. Sie wollten damit zeigen, dass die Quantenmechanik nicht komplett ist und die Suche nach „verborgenen“ Parametern und einer „realistischeren“ Theorie anregen. Später hat Bell Ungleichungen hergeleitet, die es erlauben, zwischen der quantenmechanischen und einer eher „realistischen“ Theorie zu unterscheiden [23]. Experimente mit verschränkten Photonenpaaren haben inzwischen die quantenmechanischen Vorhersagen inklusive der damit verbundenen Nichtlokalität der Ef-

**Abb. 9:** Zur Verifizierung der Kontextualität der Quantenmechanik werden die Freiheitsgrade „Strahlung“ und „Polarisation“ miteinander verschränkt, sodass das Neutron in Strahl I in  $-y$ -Richtung, in Strahl II in  $+y$ -Richtung polarisiert ist. Durch Variation von  $\chi$  und  $\alpha$  lassen sich die verschiedenen Zählraten  $N$  bestimmen, die in die Bellsche Ungleichung eingehen.



fekte voll bestätigt (z. B. [24]). Verschränkungen kann es aber nicht nur zwischen verschiedenen Objekten (z. B. zwei Photonen) geben, sondern auch zwischen verschiedenen Freiheitsgraden eines einzelnen Systems, beispielsweise der Schwerpunktkoordinate und einem inneren Freiheitsgrad von Ionen, wie das in Ionenfallen zur Realisierung von Quantengattern benutzt wird [25]. Hier soll gezeigt werden, wie man mit Hilfe einer derartigen Verschränkung das Konzept der Kontextualität experimentell verifizieren kann. Kontextualität besagt in diesem Zusammenhang, dass unabhängige Messungen an voneinander unabhängigen Observablen korreliert sind. In unserem Fall wurden der Strahlweg durch das Interferometer und der Spinzustand des Neutrons als unabhängige Freiheitsgrade betrachtet, die durch den experimentellen Aufbau miteinander verschränkt werden (Abb. 9) [26]. Dann lässt sich eine der Bellschen Ungleichung analoge Ungleichung ableiten, in die die Zählraten  $N$  bei verschiedenen Phasenverschiebungen  $\chi$  und Spindrehwinkeln  $\alpha$  eingehen:

$$-2 \leq S \leq 2, \text{ mit}$$

$$S = E(\alpha_1, \chi_1) + E(\alpha_1, \chi_2) - E(\alpha_2, \chi_1) + E(\alpha_2, \chi_2)$$

und

$$E(\alpha, \chi) = \tag{5}$$

$$\frac{N(\alpha, \chi) + N(\alpha + \pi, \chi + \pi) - N(\alpha, \chi + \pi) - N(\alpha + \pi, \chi)}{N(\alpha, \chi) + N(\alpha + \pi, \chi + \pi) + N(\alpha, \chi + \pi) + N(\alpha + \pi, \chi)}$$

Die maximale Verletzung der Bell-Ungleichung durch die Quantenmechanik wird für folgende Parameter erwartet:  $\alpha_1=0, \alpha_2=\pi/2, \chi_1=\pi/4$  und  $\chi_2=-\pi/4$  und beträgt  $S=2\sqrt{2}=2,82$ .

Die genaue Bestimmung der Zählraten bei den angegebenen Parameterwerten und der damit berechnete Wert von  $S$  ergab  $S=2,051 \pm 0,019$ , das heißt, der Wert ist in einem  $3\sigma$ -Intervall größer als 2, womit erstmals die Kontextualität der Quantenmechanik bestätigt wurde. Die maximale Verletzung der Ungleichung war unerreichbar, weil der Kontrast des Interferometers und die Polarisation der Neutronen kleiner als 1 sind. Diese Werte spielen hier eine ähnliche Rolle wie die von 1 abweichenden Ansprechwahrscheinlichkeiten der Photonendetektoren bei den Messungen der Bell-Ungleichungen mit verschränkten Photonen.

**Zusammenfassung und Ausblick**

Neutronen sind nahezu ideale Probepartikel für quantenoptische Experimente. Experimente mit Perfektkristall-Interferometer haben es erlaubt, viele quantenmechanische Testexperimente erstmals mit Neutronen durchzuführen. Die Welle-Teilchen-Dualität tritt dabei besonders deutlich zutage, da sich einerseits die das Neutron beschreibende Wellenfunktion im Ort mehrere Zentimeter separieren lässt und andererseits das Neutron als Elementarteilchen generell ein unteilbares Ganzes ist. Aufbauend auf dem Formalismus und den Ergebnissen der Quantenoptik mit Photonen wurden Wege gefunden, auch für Neutronen eine Quantenzustandsrekonstruktion zu realisieren. In diesem Zusammenhang sei erwähnt, dass es durch geeignete Manipulation möglich ist, nicht nur (wie hier demonstriert) zweihöckrige, sondern auch mehrhöckrige Schrödinger-Katzen-Zustände zu produzieren, wie das für den Ausgang O2 des Doppel-Loop-Interferometers (Abb. 4) der Fall ist. Man kann damit Strahlen auf eine Probe schicken, die einen bestimmten Punkt nicht nur zu einem festen Zeitpunkt abtasten, sondern infolge ihrer mehrhöckrigen Natur diesen zu verschiedenen Zeitpunkten beobachten können. Damit besteht die prinzipielle Möglichkeit, Korrelationsfunktionen in Festkörpern höherer Ordnung zu messen, da ein derartiger Quantenzustand den physikalischen Zustand an einem Ort der Probe  $\vec{r}$  zur Zeit  $t_0 = 0$  und zu Zeiten  $t = \Delta/v$  abzutasten imstande ist.  $\Delta$  bedeutet dabei die durch die Phasenschieber verursachte räumliche Trennung der Maxima von kohärenten Schrödinger-Katzen-Zuständen,  $v$  die Geschwindigkeit der Neutronen.

Die Beobachtung geometrischer, das heißt topologischer Phasen zeigt, dass ein Quantenzustand viel mehr Informationen trägt als wir üblicherweise in einer Messung beobachten. Deren Messung kann dazu beitragen, Quantenphänomene weniger mysteriös erscheinen zu lassen. Gemeinsam mit verschiedenen Nachselektionsexperimenten erscheint jedem individuellen Ereignis eine individuelle Geschichte zuschreibbar, die nur durch die Apparatur in gewisse Grenzen eingeeignet wird. Aus dieser Sicht ist keine Notwendigkeit zu erkennen, die Quantenmechanik mit zusätzlichen Parametern zu erweitern, da ihr Aussagebereich wesentlich weiter ist, als wir ihn bisher nutzen und verstehen. Bedenkt man die schwierige Situation der Pioniere der Quantentheorie am Beginn des vorigen Jahrhunderts, die mit wenigen experimentellen Fakten diese faszinierende Theorie entwickelten, so sei für uns ein inverses Gedankenexperiment angeregt: Wie würden wir wohl reagieren,

könnten wir die hier beschriebenen Phänomene beobachten, hätten allerdings keine Theorie, die wir zur Erklärung heranziehen könnten?

\*

Die finanzielle Unterstützung der Arbeiten durch den Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung in Österreich und die gute Zusammenarbeit mit zahlreichen Kolleginnen und Kollegen im In- und Ausland, die in den zitierten Arbeiten als Ko-Autoren namentlich erwähnt sind, sei an dieser Stelle besonders bedankt.

#### Literatur

- [1] *J. Byrne*, Neutrons, Nuclei and Matter, Inst. of Physics Publ., Bristol (1994)
- [2] *V. F. Sears*, Neutron Optics, Oxford Univ. Press, Oxford (1989)
- [3] *H. Rauch*, *W. Treimer* und *U. Bonse*, Phys. Lett. **A47**, 369 (1974)
- [4] *U. Bonse* und *M. Hart*, Appl. Phys. Lett. **6**, 155 (1965)
- [5] *H. Rauch*, Phys. Blätter, Juli 1985, S. 190
- [6] *H. Rauch*, Phys. Blätter, Mai 1994, S. 439
- [7] *H. Rauch* und *S.A. Werner*, Neutron Interferometry, Clarendon Press (2000)
- [8] *R. J. Glauber*, Phys. Rev. **130**, 2529 (1963)
- [9] *E. P. Wigner*, Phys. Rev. **40**, 749 (1932)
- [10] *M. Freyberger* und *W. Schleich*, Phys. Blätter, Dezember 1993, S. 1109
- [11] *W. P. Schleich*, Quantum Optics in Phase Space, Wiley-VCH, Berlin (2001)
- [12] *M. Baron*, *H. Rauch* und *M. Suda*, J. Opt. **B5**, S241 (2003)
- [13] *G. Breitenbach*, *S. Schiller* und *J. Mlynek*, Nature **387**, 471 (1997)
- [14] *J.-M. Lévy-Leblond*, Phys. Lett. **A125**, 441 (1987)
- [15] *H. Rauch*, *H. Lemmel*, *M. Baron* und *R. Loidl*, Nature **417**, 630 (2002)
- [16] *S. Haroche* und *J.M. Raimond*, Sci. Am. **268**, 26 (1993)
- [17] *S. Pancharatnan*, Proc. Indian Acad. Sci. **A44**, 247 (1956)
- [18] *M. V. Berry*, Proc. Roy. Soc. London **A392**, 415 (1984)
- [19] *S. Keppeler*, Physik Journal, März 2004, S. 45
- [20] *A. G. Wagh* et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 755 (1997)
- [21] *N. Manini* und *F. Pistolesi*, Phys. Rev. Lett. **85**, 3067 (2000)
- [22] *Y. Hasegawa*, *R. Loidl*, *M. Baron*, *G. Badurek* und *H. Rauch*, Phys. Rev. Lett. **87**, 070401 (2001)
- [23] *J. S. Bell*, Physics **1**, 195 (1964)
- [24] *A. Aspect*, *P. Grangier* und *G. Roger*, Phys. Rev. Lett. **49**, 91 (1982)
- [25] *A. Monroe*, *D. M. Meekhof*, *B. E. King*, *W. M. Itano* und *D. J. Wineland*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4714 (1995)
- [26] *Y. Hasegawa*, *R. Loidl*, *G. Badurek*, *M. Baron* und *H. Rauch*, Nature **425**, 46 (2003)

#### Der Autor

**Helmut Rauch** ist seit 1972 Professor für Experimentelle Kernphysik an der TU Wien und Direktor des Atominstututs der österreichischen Universitäten. Sein wissenschaftliches Interesse gilt seit seiner Promotion 1965 an der TU Wien der Neutronenphysik, insbesondere der Neutroneninterferometrie, mit der er verschiedene fundamentale Experimente der Quantenphysik erstmals durchgeführt hat.

