

Von Schalen, Clustern und Halos – moderne Aspekte der Kernstruktur

Hans Feldmeier und Thomas Neff

Mit Hilfe neuer Beschleuniger für radioaktive Strahlen ist es heute möglich, mehr als 2500 Isotope experimentell zu untersuchen. Diese fortschreitende Eroberung der terra incognita der Nuklidkarte hat zu einer Wiederbelebung der Kernstrukturphysik geführt. Ausgehend von den sehr präzise bestimmten Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen lassen sich leichte Kerne heute in einem ab-initio-Sinne theoretisch beschreiben. Fortschritte bei effektiven Wechselwirkungen ermöglichen aber auch ab-initio-Untersuchungen schwererer Kerne. Dazu gehört beispielsweise die innere Struktur des vor fünfzig Jahren von Sir Fred Hoyle vorhergesagten angeregten Zustands von Kohlenstoff-12, der eng mit der Kohlenstoffsynthese im Universum verknüpft ist.

Als Hideki Yukawa im Jahr 1935 vorschlug, die Kernkräfte zwischen Protonen und Neutronen durch den Austausch von Mesonen zu beschreiben, ging man noch davon aus, dass es analog zur Gravitationskraft und der elektromagnetischen Kraft eine dritte elementare Wechselwirkung zwischen den „Elementarteilchen“ Protonen und Neutronen gibt. Aus der kurzen Reichweite der Kernkräfte von etwa $1,5 \text{ fm} = 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ schloss er auf eine Masse des Mesons von etwa $m_\pi = \hbar/(1,5 \text{ fm } c) \approx 135 \text{ MeV}/c^2$. Im Jahr 1947 entdeckte man das Pion und identifizierte es als das gesuchte Wechselwirkungsteilchen. Yukawa erhielt daraufhin 1949 den Nobelpreis für seine theoretischen Überlegungen zur Kernkraft.

Es stellte sich jedoch schon bald heraus, dass der durch die Kernkräfte gebundene Atomkern ein sehr komplexes Vielteilchensystem ist und man aus seiner Struktur nicht unmittelbar auf die Form der Kräfte zurückschließen kann. Die Experimente enthüllten einen großen Reichtum an Strukturen sowohl der Grundzustände als auch der Anregungsspektren. In der Folge kam es zu den verschiedensten Vorstellungen über die Struktur der Atomkerne, die sich teilweise zu widersprechen schienen. Exemplarisch sei hier erwähnt: das sehr erfolg-

KOMPAKT

- ▶ Die Kernstrukturtheorie ist eine Vielteilchentheorie, die von Nukleonen der Atomkerne als elementare Bestandteile ausgeht.
- ▶ Die Wechselwirkung zwischen den Nukleonen weist eine komplizierte Abhängigkeit von Abstand, Impuls, Spin und Isospin der Nukleonen auf und ist für subtile Korrelationen zwischen ihnen verantwortlich.
- ▶ Eine Einteilchenbasis aus Gaußschen Wellenpaketen erlaubt die Beschreibung von Kernen mit Schalen- und Clusterstruktur in einem einheitlichen Modell.



Borromäische Ringe, hier an der Kirche San Sigismondo in Cremona, symbolisieren den Zusammenhalt in der Gemeinschaft – entfernt man einen, fallen die beiden anderen auseinander. Ähnliches gilt für den ${}^6\text{He}$ -Kern, dessen Subsysteme ${}^4\text{He}$ plus Neutron sowie Neutron plus Neutron einzeln ungebunden, gemeinsam aber gebunden sind (Quelle: P. Cromwell, www.liv.ac.uk/~spmr02/rings/).

reiche Schalenmodell, in dem sich die Nukleonen wie ein freies Fermi-Gas in einem mittleren Feld bewegen, oder das Tröpfchenmodell, in dem die Nukleonen als Flüssigkeit behandelt werden. Ein freies Gas geht von einer großen freien Weglänge aus, in einer Flüssigkeit ist es umgekehrt. Dem Bild des Schalenmodells scheint auch die Tatsache zu widersprechen, dass Nukleonen sich bei Streuung aneinander oder in den Neutronenresonanzen ähnlich wie harte Billardkugeln verhalten [1]. Die ursprüngliche Idee, aus den Streudaten und den Eigenschaften der Kerne die „elementaren“ Kernkräfte zu bestimmen, erwies sich daher als zu naiv.

Heute versteht man unter der elementaren starken Wechselwirkung die Quantenchromodynamik (QCD), die als Freiheitsgrade die Quarks und die Gluonen besitzt. Protonen, Neutronen (Nukleonen) und Mesonen sind aus Quarks aufgebaut, die über die masselosen Gluonen wechselwirken. Das heißt, ein einzelnes Nukleon ist bereits ein komplexes Vielteilchensystem

Prof. Dr. Hans Feldmeier, Dr. Thomas Neff, Gesellschaft für Schwerionenforschung mbH (GSI), 64291 Darmstadt

und die Kernkraft zwischen zwei Nucleonen resultiert aus der Wechselwirkung zweier komplexer Vielteilchensysteme.

Wenn wir uns hier eine ab-initio-Beschreibung der Kerne zum Ziel setzen, so ist unser Startpunkt nicht die QCD, sondern wir nutzen aus, dass Proton und Neutron fast „elementar“ sind, denn man muss 300 MeV Energie aufwenden, um sie in den ersten inneren an-

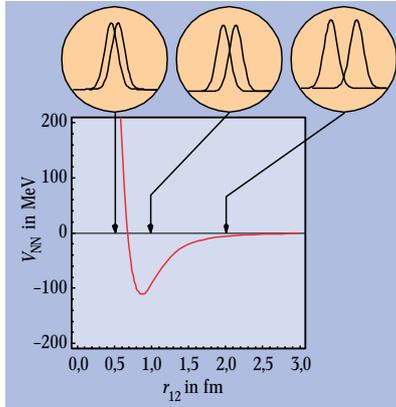


Abb. 1: Wechselwirkungsenergie zwischen zwei Protonen (ohne Coulomb-Abstoßung) als Funktion des Abstands r_{12} für Gesamtspin $S=0$, d. h. den Zustand $1/\sqrt{2} (|\uparrow\uparrow\rangle|\downarrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle|\uparrow\downarrow\rangle)$. Die Insets am oberen Bildrand zeigen die ungestörten Ladungsverteilungen der beiden Protonen bei den jeweiligen Abständen.

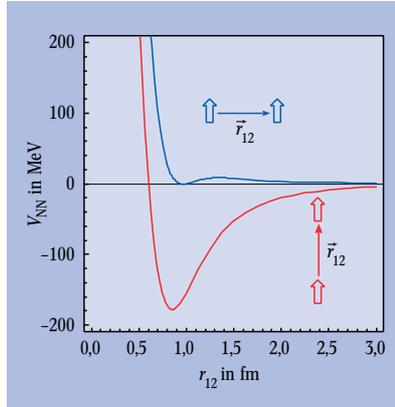


Abb. 2: Wechselwirkungsenergie zwischen ruhendem Neutron und Proton als Funktion des Abstands r_{12} für Gesamtspin $S=M_S=1$ und Isospin $T=0$, d. h. der Spin-Isospin-Anteil des Zweiteilchenzustands ist $1/\sqrt{2} (|\uparrow\uparrow\rangle|\uparrow\uparrow\rangle - |\uparrow\downarrow\rangle|\uparrow\downarrow\rangle)$. Ist der Abstandsvektor parallel zu den Spins, ziehen sie die Nucleonen an (rot), ist er senkrecht dazu, stoßen sie sich ab (blau).

geregten Zustand zu versetzen. Diese Energien stehen aber in Kernen nahe dem Grundzustand nicht zur Verfügung. Deshalb ist in der niederenergetischen Kernphysik das alte Konzept, die Nucleonen und Mesonen als die elementaren Bausteine einer Vielteilchentheorie zu betrachten, nicht nur sinnvoll, sondern zur Zeit auch die einzige erfolgreiche Methode, das nukleare Vielteilchenproblem zu behandeln. Die Kernstrukturtheorie geht dabei von einer realistischen Nucleon-Nucleon-Wechselwirkung aus. Darunter versteht man ein Potential, das die elastische Streuung zweier Nucleonen bis etwa 300 MeV Laborenergie und das Deuteron, den einzigen gebundenen Zustand des Zweinucleonensystems, innerhalb der Fehlerbalken richtig beschreibt. Natürlich wird man QCD-Kenntnisse in diese Potentiale, soweit möglich, einfließen lassen.

Für Systeme mit mehr als zwei Nucleonen gilt es, die vielfältigen experimentellen Ergebnisse zu Grundzuständen und angeregten Niveaus, sowie die verschiedensten Übergänge zwischen ihnen, in einem konsistenten Modell zu erfassen. Bedenkt man, dass bisher etwa 2500 Isotope bekannt sind, in denen man die verschiedensten Phänomene, wie kollektive Schwingungen, Superfluidität, chaotische Dynamik oder dem Bose-Kondensat ähnliche Zustände nachgewiesen hat, ist dies sicher keine einfache Aufgabe. Wahrscheinlich wird man auch nicht mit einem einzigen Kernstrukturmodell alle Phänomene beschreiben können, ähnlich wie in der Atom- und Festkörperphysik, wo selbst die relativ einfache Coulomb-Wechselwirkung bereits eine nicht vorhergesehene Vielfalt an Vielteilchenphänomenen erzeugt.

In den letzten Jahrzehnten wurden weltweit Beschleuniger gebaut, mit denen man instabile Atomkerne erzeugt und untersucht. Insbesondere in der Astrophy-

sik spielen diese Isotope mit großem Neutronen- beziehungsweise Protonenüberschuss als Zwischenprodukte bei der Elementsynthese eine wichtige Rolle. Noch heute entdeckt man immer wieder neue exotische Erscheinungsformen wie die später besprochenen Halos. Auch mit der bei der Gesellschaft für Schwerionenforschung in Darmstadt geplanten neuen Beschleunigeranlage FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research) soll die Erzeugung von Strahlen seltener Isotope und das Studium der Atomkerne weitab der Stabilität weiter vorangetrieben werden.

Im Folgenden werden wir zunächst die Nucleon-Nucleon-Wechselwirkung vorstellen und ihre Eigenschaften diskutieren. Insbesondere gehen wir auf die von der kurzreichweitigen Abstoßung und der Tensorkraft verursachten Korrelationen ein, um dann Beispiele für die vielfältigen, zum Teil subtilen Strukturen des nuklearen Vielteilchenproblems vorzustellen, die sich erstmals mit dem hier vorgestellten Modell einheitlich beschreiben lassen.

Die Kernkräfte

Bei niedrigen Energien sind die relevanten Freiheitsgrade der Nucleonen ihre Schwerpunkte, Spins und Isospins.¹⁾ Der entsprechende Hamilton-Operator $H=T+V$ des nuklearen Systems in diesen Freiheitsgraden setzt sich aus kinetischer Energie T und potentieller Energie V zusammen. Die Wechselwirkungsenergie V zwischen den Nucleonen sollte sich im Prinzip aus der übergeordneten QCD berechnen lassen. Eine Lösung dieses Problems ist jedoch noch nicht in Sicht.

Empirisch weiß man schon lange, dass sich die Nucleon-Nucleon-Wechselwirkung nicht durch ein einfaches lokales Zweiteilchenpotential $V_{NN}(|\vec{r}_{ij}|)$ darstellen lässt, sondern eine reichhaltige Operatorstruktur in den Spin- und Isospinfreiheitsgraden mit Impulsabhängigkeiten aufweist. Das heißt, die potentielle Energie eines A -Teilchensystems $V = \sum_{i<j}^A V_{NN}(\vec{r}_{ij}, \vec{p}_{ij}, \vec{\sigma}_i, \vec{\sigma}_j, \vec{\tau}_i, \vec{\tau}_j)$ hängt von Abstand \vec{r}_{ij} , Relativimpuls \vec{p}_{ij} , den Spins $\vec{\sigma}_i$ und den Isospins $\vec{\tau}_i$ der Nucleonenpaare ab.

Die Form des Potentials V_{NN} parametrisiert man mit Ansätzen, die die allgemeinen exakten Symmetrien erfüllen, wie Translations- oder Rotationssymmetrie. Zur weiteren Einschränkung berücksichtigt man spezielle in der QCD näherungsweise erfüllte Symmetrien, wie die Isospinsymmetrie oder die chirale Symmetrie [2], die jedoch durch die unterschiedlichen Quarkmassen gebrochen wird. Die unbekannt Parameter werden durch einen Fit an die Nucleon-Nucleon-Streudaten und die Eigenschaften des Deuterons bestimmt. Allen realistischen Potentials, z. B. den Argonne-Potentials [3] und den Bonn-Potentials [4], ist gemeinsam, dass sie den von Yukawa vorgeschlagenen Austausch von Pionen zur Beschreibung des langreichweitigen Anteils der Wechselwirkung benutzen. Sie unterscheiden sich jedoch zum Teil erheblich bei kleinen Abständen und in ihren Impulsabhängigkeiten, obwohl sie die Daten gleich gut beschreiben.

Es sei hier schon angemerkt, dass eine Zweiteilchen-Wechselwirkung nicht ausreicht, Mehrnucleonensysteme exakt zu beschreiben. Exakte Vielteilchen-Rechnungen mit realistischen Wechselwirkungen [5, 6], die nur für kleine Teilchenzahlen möglich sind, zeigen, dass z. B. die berechnete Bindungsenergie von ${}^4\text{He}$ je nach verwendetem Potential 2 bis 4 MeV kleiner ist als der gemessene Wert von 28,3 MeV. Ein Ansatz $V = \sum_{i<j}^A V_{NN}(i,j) + \sum_{i<j<k}^A V_{NNN}(i,j,k)$, der eine Dreiteil-

1) Im Isospinformalismus betrachtet man Proton und Neutron als ein Nucleondublett mit dem inneren Freiheitsgrad Isospin $t = 1/2$, ganz analog zum Spinfreiheitsgrad. Der Grund ist, dass die starke Wechselwirkung in guter Näherung invariant unter „Drehungen“ im Isospinraum ist.

chen-Wechselwirkung enthält, verbessert die Übereinstimmung mit den Daten. V_{NNN} hängt außer von den Abständen und Geschwindigkeiten der drei Nukleonen auch wieder von ihren Spins und Isospins ab.

Wir wollen im Folgenden zunächst die Eigenschaften der Kernkräfte mit Hilfe des Argonne-AV18-Potentials illustrieren – die Zahl 18 steht für 18 Terme unterschiedlicher Operatorstruktur. Abb. 1 zeigt die Wechselwirkungsenergie $V_{NN}(\vec{r}_{12}, \vec{p}_{12}, \vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2)$ zwischen zwei ruhenden Protonen ($\vec{p}_{12} = 0$) als Funktion des Abstands $r_{12} = |\vec{r}_{12}|$ ihrer Schwerpunkte. Der Gesamtspin $\vec{S} = (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)$ ist null, sodass die Einzelspins $\vec{\sigma}_1 = -\vec{\sigma}_2$ immer in entgegengesetzte Richtung zeigen. Ähnlich wie bei einer van-der-Waals-Kraft ziehen sich die Nukleonen bei großen Entfernungen an und stoßen sich bei kleinen Abständen (kleiner als etwa 0,5 fm) stark ab.²⁾

An Hand der für drei ausgewählte Abstände gezeigten Dichteverteilungen der beiden Protonen wird deutlich, wie stark diese bereits im Bereich der größten Anziehung bei $r_{12} \approx 0,9$ fm überlappen. Man kann sich leicht vorstellen, dass ein drittes Nukleon im gleichen Abstand sicher die Wechselwirkung der beiden anderen durch zusätzliche Polarisation ändern kann, also eine Dreiteilchenkraft hervorruft [7]. Abb. 2 zeigt die nukleare Wechselwirkung zwischen Proton und Neutron für parallele Spins. Man sieht deutlich den Einfluss des in V_{NN} enthaltenen Tensoranteils $V_{\text{Tensor}} \sim -\{3(\vec{r}_{12}\vec{\sigma}_1)(\vec{r}_{12}\vec{\sigma}_2) - (\vec{r}_{12})^2(\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)\}$, der anziehend ist, wenn sich die Spins entlang der Verbindungslinie ausrichten, und abstoßend, wenn sie senkrecht dazu stehen.³⁾ Dies ist eine Folge des Pion austauschs und eine grundlegende Eigenschaft der nuklearen Wechselwirkung, die schon lange bekannt ist. Zur Erklärung haben Julian Schwinger und William Rarita kurz nach der Entdeckung des Quadrupolmoments des Deuterons im Jahr 1939 die Tensorkraft eingeführt.

Vielteilchen-Hilbert-Raum und kurzreichweitige Korrelationen

Der nächste Schritt ist die quantenmechanische Darstellung der Freiheitsgrade im Vielteilchen-Hilbert-Raum. Aus numerischen Gründen muss man sich im Allgemeinen auf einen endlich-dimensionalen Unterraum, genannt Modellraum, beschränken.

Beispielsweise beschreibt man im Vielteilchen-Schalenmodell den Schwerpunkt eines Nukleons durch die Eigenzustände $|nlm\rangle$ eines harmonischen Oszillators und seinen Spin und Isospin durch die Basis $|m_s m_t\rangle$, die einen zwei-mal-zwei-dimensionalen Raum aufspannt, $m_s = \{\uparrow, \downarrow\}$, $m_t = \{p, n\}$ für Proton oder Neutron. Der A-Teilchen-Hilbert-Raum wird dann durch die antisymmetrisierten direkten Produkte (Slater-Determinanten)

$$|\nu\rangle \equiv |\nu_1, \dots, \nu_A\rangle = \mathcal{A} \{|\nu_1\rangle|\nu_2\rangle \dots |\nu_A\rangle\} \quad (1)$$

der Einteilchenzustände $|\nu\rangle = |nlm; m_s m_t\rangle$ aufgespannt. Der Operator \mathcal{A} bezeichnet die vollständige Antisymmetrisierung. Für N Einteilchenzustände ist die Dimension des Vielteilchenraums $\binom{N}{A}$. Schon hier wird deutlich, dass man für Teilchenzahlen A der Größenordnung 10 bis 100 die Dimension N des Einteilchenraums nicht sehr viel größer als A wählen kann (z. B. $\binom{110}{100} \approx 10^{15}$) und sich im Modellraum entsprechend auf niedrige Energien beschränken muss.

Damit sind diese Slater-Determinanten nicht in der Lage, die durch die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung induzierten kurzreichweitigen Korrelationen zu beschreiben, obwohl sie im Prinzip eine vollständige Basis darstellen. Die starke kurzreichweitige Abstoßung

und die Tensorkraft verursachen nämlich in der Wellenfunktion Komponenten mit großen Impulsen und hohen Energien, die im Modellraum nicht enthalten sind.

Die Methode der unitären Korrelatoren

Wir befinden uns also in dem Dilemma, dass wir gerne mit rechenstechnisch einfach handhabbaren Vielteilchenzuständen arbeiten möchten, diese aber die kurzreichweitigen Korrelationen nicht oder nur sehr unzulänglich beschreiben können. Stellt man den Hamilton-Operator $H = T + V$ mit einer Slater-Determinanten-Basis als große Matrix dar, so äußert sich das Problem darin, dass die Lösung des Eigenwertproblems

$$H|\hat{\Psi}_n\rangle = E_n|\hat{\Psi}_n\rangle, \quad (2)$$

welche uns die Bindungs- und Anregungsenergien E_n des Atomkerns sowie die innere Struktur des Vielteilchenzustands $|\hat{\Psi}_n\rangle$ liefert, das Diagonalisieren riesiger Matrizen erfordert.

Als Ausweg aus diesem Dilemma möchten wir hier eine anschauliche Behandlung des Problems, nämlich die Methode der unitären Korrelatoren [8], kurz vorstellen. Ziel ist es, mit Hilfe einer unitären Transforma-

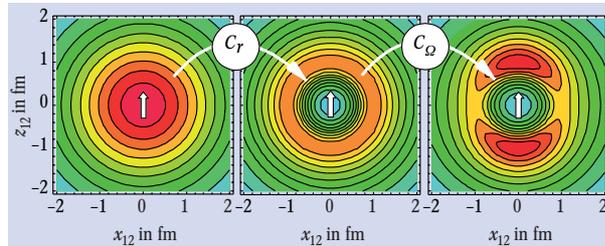


Abb. 3: Wahrscheinlichkeitsdichte, ein Proton-Neutron-Paar im Abstand $\vec{r}_{12} = (x_{12}, y_{12}, z_{12})$ in ${}^4\text{He}$ zu finden. Gezeigt ist der $S=1$ -Anteil, bei dem die beiden Spins parallel sind und in der durch den Pfeil angegebenen Richtung orientiert sind. Links für den Schalenmodellzustand, in der Mitte nach Anwendung des zentralen Korrelators C_r , der die Nukleonen paarweise auseinanderdrückt, und rechts nach zusätzlicher Anwendung des Tensorkorrelators C_Q , der die räumliche Orientierung der Nukleonenpaare mehr in Richtung „Nord-“ und „Südpol“ ausrichtet. (vgl. Text)

tion C die kurzreichweitigen Korrelationen explizit zu behandeln und eine neue Vielteilchenbasis

$$|\hat{\nu}\rangle = C|\nu\rangle = C_Q C_r |\nu\rangle \quad (3)$$

zu erzeugen, in der die fehlenden Korrelationen eingebaut sind. Man kann auch sagen, man transformiert den Hamilton-Operator

$$\hat{H} = C^\dagger H C = C^\dagger T C + C^\dagger V C \quad (4)$$

mit dem Ziel, die außerdiagonalen Matrixelemente möglichst klein zu machen, und benutzt weiterhin die alte bequeme Basis.

Die Aufspaltung in einen zentralen Korrelator C_r und einen Tensorkorrelator C_Q entspricht den beiden diskutierten abstoßenden und tensoriellen Korrelationen. Ohne auf die analytische Form der beiden Korrelatoren im Detail einzugehen (siehe [8]), wollen wir ihre Wirkung am Beispiel ${}^4\text{He}$, ein Atomkern mit zwei Protonen und zwei Neutronen, demonstrieren.

Abbildung 3 zeigt die Wahrscheinlichkeit, im ${}^4\text{He}$ -Kern ein Proton-Neutron-Paar mit Spin $S=1$ und Isospin $T=0$ bei der Relativkoordinate \vec{r}_{12} zu finden. Dieses Paar spürt die in Abb. 2 gezeigte Wechselwirkung. Das linke Höhenliniendiagramm zeigt die Zweiteil-

2) Auf Grund der Isospinsymmetrie der starken Wechselwirkung zeigt Abb. 1 auch das Potential zwischen zwei Neutronen mit $S=0$ oder Proton und Neutron im Zustand $(|\uparrow_p\rangle|\downarrow_n\rangle + |\uparrow_n\rangle|\downarrow_p\rangle - |\downarrow_n\rangle|\uparrow_p\rangle - |\downarrow_p\rangle|\uparrow_n\rangle)/2$. Die isospinbrechenden Anteile sind sehr klein.

3) Die für eine präzise Reproduktion der Streudaten notwendige Impulsabhängigkeit der realistischen Potentiale ist in den Abb. 1 und 2 nicht sichtbar, da hier die Potentiale für Nukleonen in Ruhe dargestellt sind.

chen-Korrelationsfunktion in der einfachsten Schalenmodellkonfiguration $|(1s_{1/2})^4\rangle$, in der alle vier Nukleonen im Ortsraum den niedrigsten Oszillatorzustand besetzen. Man muss leider feststellen, dass sich die Paare bei $\bar{r}_{12}=0$, wo sie sich maximal abstoßen (Abb. 2), am häufigsten aufhalten. Der Schalenmodellzustand ist also denkbar schlecht geeignet, die Wirklichkeit darzustellen. Wendet man den zentralen Korrelator C_r an, erhält man die in der Mitte dargestellte Verteilung: Bei kleinen Abständen, wo die Kräfte abstoßend sind, wird die Aufenthaltswahrscheinlichkeit drastisch verringert und dafür bei den Abständen mit maximaler Attraktion erhöht. Der Operator C_r ist gerade so konstruiert, dass er zwei Nukleonen, die zu nahe sind, auseinander-

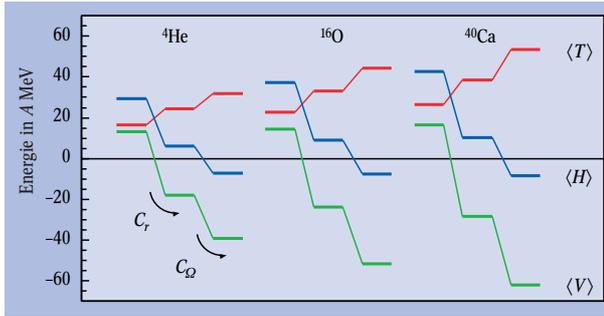


Abb. 4: Kinetische (rot), potentielle (grün) und Bindungsenergie (blau) pro Nukleon für die Kerne ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$ und ${}^{40}\text{Ca}$ bei sukzessiver Hinzunahme von zentralen abstoßenden und tensoriellen Korrelationen.

schiebt. Wenn sie sich aber bereits außerhalb der Abstoßung befinden, lässt er ihre Position unverändert.

Wie aus Abbildung 4 ersichtlich, gewinnt man durch die unitäre Transformation mit C_r nicht nur bei ${}^4\text{He}$, sondern auch bei den doppelt-magischen Kernen ${}^{16}\text{O}$ und ${}^{40}\text{Ca}$ etwa 25 MeV pro Nukleon an potentieller Energie gegenüber dem unkorrelierten Zustand.⁴⁾ In allen Fällen wird als Testzustand $|v\rangle$ jeweils der einfachste Zustand mit abgeschlossenen Schalen verwendet. Durch die zentrale abstoßende Korrelation erhöht sich die kinetische Energie $\langle C_r^\dagger T C_r \rangle$ etwas, da die korrelierte Wellenfunktion mehr Krümmung aufweist. Aber der Gewinn in der potentiellen Energie $\langle C_r^\dagger V_{\text{NN}} C_r \rangle$ ist viel größer, weil sich die Nukleonen nun nicht mehr in dem abstoßenden Bereich des Potentials aufhalten. Dies reicht aber noch nicht aus, um die Kerne zu binden, die Energien sind immer noch positiv.

Der Tensorkorrelator C_Q schließlich verschiebt Wahrscheinlichkeitsdichte aus dem „äquatorialen“ Gebiet, wo die Spins senkrecht auf dem Abstandsvektor stehen und folglich keine Bindungsenergie gewonnen werden kann (Abb. 2), zu den beiden „Polen“ hin, wo die Tensorkraft attraktiv ist (Abb. 3, rechts). Abbildung 4 zeigt, dass erst die Einführung der Tensorrelationen die Bindungsenergie der Kerne auf den experimentellen Wert von etwa -8 MeV pro Nukleon absenkt. Die Grafik zeigt auch, dass die Bindungsenergie eine Differenz von zwei fast gleich großen Zahlen ist. Dies bedeutet, dass sowohl die kinetische als auch die Wechselwirkungsenergie präzise berechnet werden müssen.

Zusammenfassend lässt sich sagen: Die Hauptschwierigkeit einer ab-initio-Kernstrukturrechnung liegt in den ausgeprägten Korrelationen, die durch die komplexe Kernkraft erzeugt werden. Mit der unitären Transformation des Hamilton-Operators (4) haben wir

einen für eine Basis aus Slater-Determinanten geeigneten effektiven Hamilton-Operator \hat{H} gefunden, mit dem wir im Folgenden arbeiten wollen.

Fermionische Molekulardynamik

Für Massenzahlen bis etwa $A=40$ besitzen viele Atomkerne innere Clusterstrukturen. Insbesondere Kerne, die aus der gleichen geraden Zahl von Protonen und Neutronen bestehen, ähneln oft mehr einem Molekül aus ${}^4\text{He}$ -Kernen (α -Teilchen) als dem Fermi-Gas des Schalenmodellbilds. Prominentester Vertreter ist ${}^8\text{Be}$, ein Dimer aus zwei α -Teilchen mit einem ausgeprägten Rotationsspektrum. Die Hypothese, dass diese Kerne Moleküle aus α -Teilchen sein könnten, wurde bereits in den 60er-Jahren diskutiert, damals hatte man aber noch nicht die Möglichkeit, realistische Kernstrukturen zu berechnen (Abb. 5).

Um auch diese Strukturen beschreiben zu können, wählen wir als Vielteilchenbasis die Slater-Determinanten der fermionischen Molekulardynamik (FMD) [9]

$$|Q\rangle = A |q_1\rangle |q_2\rangle \dots |q_A\rangle, \quad (5)$$

deren besetzte Einteilchenzustände durch im Phasenraum lokalisierte Gaußsche Wellenpakete dargestellt werden:

$$\langle \vec{x} | q \rangle = \sum_{\alpha} C_{\alpha} \exp \left\{ -\frac{(\vec{x} - \vec{b}_{\alpha})^2}{2a_{\alpha}} \right\} |\chi_{\alpha}\rangle |m_t\rangle. \quad (6)$$

Die komplexen Parameter $q = \{a_{\alpha}, \vec{b}_{\alpha}, c_{\alpha}, \chi_{\alpha}\}$ definieren die Einteilchenzustände. $\{a_{\alpha}, \vec{b}_{\alpha}\}$ parametrisieren die Breiten, die mittleren Orte und Impulse der überlagerten Wellenpakete. c_{α} sind die relativen Amplituden der Pakete, und der zweikomponentige Spinor $|\chi_{\alpha}\rangle$ legt ihre Spinrichtungen fest. m_t bezeichnet Proton oder Neutron. Die Summe erstreckt sich in unseren Rechnungen auf ein oder zwei Summanden.

Diese Vielteilchenzustände haben den großen Vorteil, dass sie sowohl Schalenmodellzustände als auch Clusterkonfigurationen darstellen können. Ebenso sind starke intrinsische Deformationen leicht zu behandeln. Das liegt daran, dass die Einteilchenzustände $|q\rangle$ durch

4) Ein Kern heißt doppelt-magisch, wenn sowohl Protonen als auch Neutronen eine abgeschlossene Schale bilden.

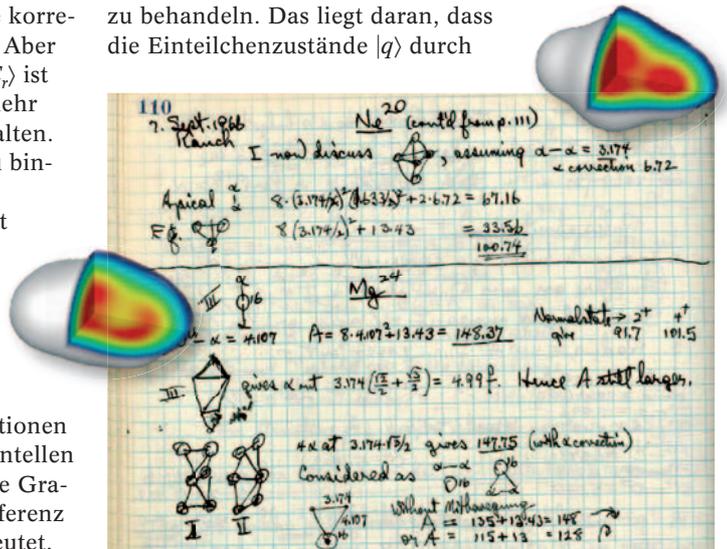


Abb. 5: Ausschnitt einer Seite aus Linus Paulings Notizblöcken, vom 7. September 1966, auf der er seine Überlegungen zu möglichen Kernmolekülen aus α -Teilchen niederschrieb. Unsere Rechnungen, dargestellt in den überlagerten DichtepLOTS für ${}^{24}\text{Mg}$ (links) bzw. ${}^{20}\text{Ne}$ (rechts), bestätigen Paulings schematische Überlegungen. (Quelle: Special Collections, Ava Helen and Linus Pauling Papers, Oregon State University Libraries)

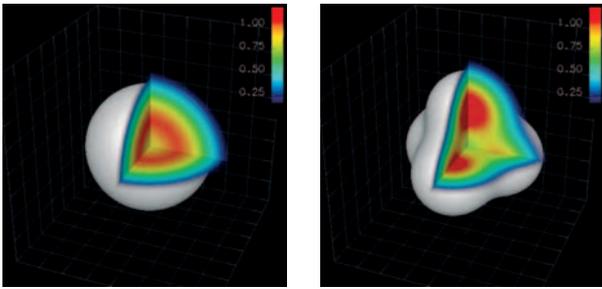


Abb. 6: Einteilchen-Dichten verschiedener ^{16}O -Konfigurationen. Die Farbskala gibt die Nukleonendichte in Einheiten der Kernmateriedichte $\rho_0 = 0,17 \text{ fm}^{-3}$ an. Die weiße Oberfläche ist bei $\rho_0/2$ eingezeichnet.
 ▶ a) Schalenmodell-Grundzustand. Der Zustand ist das Ergebnis der Energieminimierung mit einer Slater-Determinanten.
 ▶ b) Intrinsischer Tetraederzustand, gewonnen durch Variation nach Projektion auf Drehimpuls $J^\pi = 0^+$.

den Parameter \vec{b} sowohl im Orts- als auch im Impulsraum an beliebiger Stelle lokalisiert werden können.

Die Parameter $Q = \{q_1, \dots, q_A\}$ werden durch ein Variationsverfahren bestimmt, bei dem die Energie $E[Q] = E[q_1, q_2, \dots] = \langle Q | C^\dagger H C | Q \rangle / \langle Q | Q \rangle$ minimiert wird. Das heißt, der Hamiltonian H bestimmt, welche Konfigurationen von der nuklearen Wechselwirkung bevorzugt werden.

Nachdem wir den Hamilton-Operator unitär transformiert haben, um den durch die Kernkräfte verursachten kurzreichweitigen Zweiteilchen-Korrelationen Rechnung zu tragen, und wir die langreichweitigen Vierteilchen-Korrelationen, wie die Bildung von Substrukturen, durch Verwendung von Slater-Determinanten der fermionischen Molekularodynamik (FMD) ermöglicht haben, wollen wir erste Ergebnisse vorstellen.

Kugel oder Tetraeder?

Für den doppelt-magischen Kern ^{16}O füllt das Schalenmodell die s- und p-Schalen vollständig mit Protonen und Neutronen auf: $|^{16}\text{O}; J^\pi = 0^+, T=0\rangle = |(1s_{1/2})^4 (1p_{3/2})^8 (1p_{1/2})^4\rangle$. Das Ergebnis der Energieminimierung bezüglich aller FMD-Parameter einer Slater-Determinanten $|Q\rangle$ entspricht genau dieser Schalenmodellkonfiguration mit $J^\pi = 0^+$ (Abb. 6a). Wie auch bei anderen Kernen ist die so berechnete Bindungsenergie kleiner als der experimentelle Wert.

Für diese Abweichungen sind zwei Punkte verantwortlich: Zum einen verursacht die Vernachlässigung der schon diskutierten genuine Dreiteilchen-Wechselwirkungen eine zu geringe Bindung der Kerne [5], zum anderen transformiert der unitäre Korrelator C den Hamilton-Operator auf einen effektiven Operator \hat{H} (Gleichung (4)), der ebenfalls Drei- und Mehrteilchenterme enthält. Diese sind klein, von vergleichbarer Größe wie die der genuine Dreiteilchenkräfte, und wir haben sie zunächst vernachlässigt.

Da die Behandlung von Dreiteilchenkräften numerisch sehr aufwändig ist, wollen wir im Folgenden pragmatisch vorgehen und zu dem korrelierten Hamiltonian einen Korrekturterm in Form einer impulsabhängigen Zweiteilchen-Wechselwirkung mit zentralem und Spin-Bahn-Anteil addieren, der die Dreiteilchenterme simuliert [10]. Die Parameter dieser Korrektur werden an doppelt-magischen Kernen angepasst. Ihr Beitrag zur potentiellen Energie beträgt im Mittel etwa 15%.⁵⁾ Im Folgenden benutzen wir den korrigierten Hamiltonian.

Die Eigenzustände des Hamilton-Operators besitzen Drehimpuls J und Parität π als gute Quantenzahlen.

Die intrinsisch deformierten Zustände $|Q\rangle$ sind also keine Eigenzustände von \hat{H} , man muss sie sich stattdessen als Linearkombination von Drehimpuls-Eigenzuständen vorstellen, aus denen man durch Projektion die physikalischen Drehimpuls-Paritäts-Eigenzustände $|Q; J^\pi M\rangle$ gewinnen kann.

Wir versuchen nun für ^{16}O den Zustand zu verbessern, indem wir die Parameter Q des auf $J^\pi = 0^+$ projizierten FMD-Zustands variieren, auch als „variation after projection (VAP)“ bezeichnet. Es stellt sich heraus, dass der in Abb. 6b gezeigte intrinsische Zustand $|Q_T\rangle$ aus einem Tetraeder mit vier „aufgeweichten“ ^4He -Kernen an den Eckpunkten, nach Projektion auf $J^\pi = 0^+$ eine Energie von -127 MeV ergibt (experimenteller Wert $-127,6 \text{ MeV}$). Wie subtil der projizierte Tetraederzustand die langreichweitigen Clusterkorrelationen für eine leicht verbesserte Bindung ausnutzt, wird deutlich, wenn man seine Energie vor der Projektion betrachtet. Mit -107 MeV ist sie 20 MeV höher als nach der Projektion und etwa 15 MeV höher als bei dem doppeltmagischen Schalenmodellzustand. Bemerkenswert ist jedoch, dass der quantenmechanische Überlapp zwischen der Schalenmodellzustand $|Q\rangle$ und dem projizierten Tetraederzustand $|Q_T; J^\pi = 0^+\rangle$ 94% beträgt.

Vom Schalenmodell zu α -Clustern

Am Beispiel des ^{12}C -Atomkerns mit sechs Protonen und sechs Neutronen wollen wir erläutern, wie man durch Konfigurationsmischung von dreihimpulsprojizierten Slater-Determinanten nicht nur einen verbesserten Grundzustand, sondern auch das Anregungsspektrum verstehen kann. Zunächst ist festzustellen, dass im einfachsten Schalenmodellzustand $|(1s_{1/2})^4 (1p_{3/2})^8\rangle$ die angegebenen Einteilchenschalen vollständig besetzt sind. Genau diese Konfiguration ergibt sich, wenn man die Parameter einer einzelnen Slater-Determinanten variiert. Diesem Zustand fehlen jedoch $7,5 \text{ MeV}$ an Bindungsenergie und sein Ladungsradius ist auch etwas zu klein.

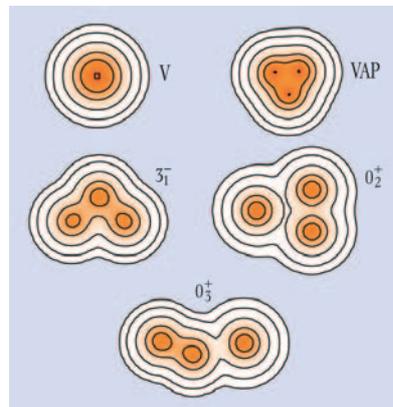


Abb. 7: Intrinsische Konfigurationen von ^{12}C .
 ▶ V: Ergebnis bei Variation aller Parameter einer Slater-Determinanten;
 ▶ VAP: Variation der Parameter nach Projektion auf $J^\pi = 0^+$
 ▶ $3_1^-, 0_2^+, 0_3^+$: weitere Zustände, die in die Konfigurationsmischung eingehen und den jeweils größten Beitrag zu den angegebenen Drehimpulsquantenzahlen liefern.

Wenn wir nun wie beim Sauerstoff die Variation nach der Projektion auf den Grundzustandspin $J^\pi = 0^+$ durchführen, gewinnen wir $7,2 \text{ MeV}$ an Energie und erhalten die in Abb. 7 durch VAP gekennzeichnete Konfiguration, in der sich ein Dreieck aus ^4He -Clustern andeutet.

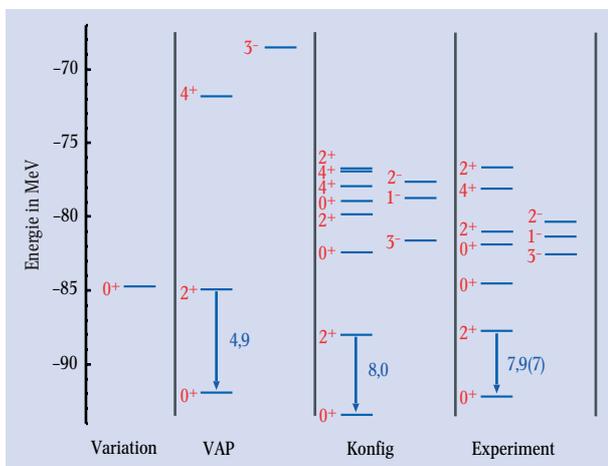
Für die intrinsisch deformierte VAP-Konfiguration können wir neben dem Grundzustand auch noch angeregte Zustände mit den Spins $2^+, 4^+$ und 3^- herausprojizieren und ihre Anregungsenergien und Zerfallswahrscheinlichkeiten berechnen, in Abb. 8 in Spalte VAP dargestellt.

Der erste angeregte Zustand mit $J^\pi = 2^+$ zerfällt durch Emission eines Gamma-Quants in den Grundzustand. Die Halbwertszeit ist charakterisiert durch den

5) Es sei hier noch angemerkt, dass man empirisch schon lange wusste, dass sich die Sättigungseigenschaften der Kernmaterie nur mit impuls- oder dichteabhängigen Kräften richtig beschreiben lassen.

sog. $B(E2)$ -Wert, der Information über das Quadrupolmoment der intrinsischen Ladungsverteilung enthält. Klassisch kann man sich die Emission des Photons als elektromagnetische Abstrahlung einer rotierenden Ladungsverteilung mit Quadrupolmoment vorstellen. Verglichen mit dem experimentellen Wert ist der $B(E2)$ -Wert zu klein, was ebenso wie die zu großen Niveauabstände auf zu kleine Deformation hindeutet.

Abb. 8: Berechnete Energieniveaus und experimentelles Spektrum von ^{12}C , sowie $B(E2)$ -Übergangsstärke in e^2fm^4 des ersten angeregten Zustands (Zahl am Pfeil).



Um den Vielteilchen-Zustand zu verbessern, erlauben wir nun die Überlagerung von 25 drehimpulsprojizierten intrinsischen Zuständen und diagonalisieren in den jeweiligen Vektorräumen mit gutem Drehimpuls den korrelierten Hamilton-Operator \hat{H} . Die zusätzlichen 24 Konfigurationen erhalten wir durch Minimieren der Energie unter der Nebenbedingung vorgegebener Quadrupol- und Oktupolmomente. Durch die Lösung des Eigenwertproblems „sucht“ der Hamilton-Operator für gegebenen Drehimpuls die Konfigurationen heraus, die energetisch am tiefsten liegen.

Abb. 7 zeigt die Dichten der Konfigurationen, die den größten Beitrag zu den Zuständen 3_1^- , 0_2^+ und 0_3^+ liefern. Der Grundzustand 0_1^+ wird weiterhin von der Konfiguration VAP dominiert. Seine Energie wird durch die Beimischung auch nur um 1,3 MeV abgesenkt, gleichwohl wächst sein Radius durch die Beiträge der ausgedehnteren Formen von 2,4 fm für VAP auf 2,5 fm, bei einem experimentellen Wert von 2,47 fm. Wie zu erwarten war, entspricht auch der $B(E2)$ -Wert mit $8,0 \text{ e}^2\text{fm}^4$ nun dem gemessenen Wert von $7,9 \pm 0,7 \text{ e}^2\text{fm}^4$.

Von besonderen Interesse ist der erste angeregte 0_2^+ -Zustand bei 7,65 MeV, der im Jahr 1953 vom Astrophysiker Sir Fred Hoyle vorhergesagt wurde. Aus seinen Überlegungen zur Entstehung von Kohlenstoff in den Sternen schloss er, dass es in ^{12}C einen Zustand etwas oberhalb der Summe der Energien von drei α -Teilchen (^4He) oder ^8Be plus ^4He (was energetisch fast das gleiche ist) bei einer Anregungsenergie von etwa 7,4 MeV geben muss. Nur so ist die große Häufigkeit von Kohlenstoff im Universum zu verstehen. Durch diesen postulierten Zustand vervielfacht sich die Fusionswahrscheinlichkeit für ^8Be plus ^4He , da das α -Teilchen durch die Coulomb-Barriere in eine Resonanz von ^{12}C tunnelt. Später wurde dieser Hoyle-Zustand dann bei 7,65 MeV von Ward Whaling und Willy Fowler am Caltech gefunden. Betrachtet man in Abb. 7 die führende Komponente des 0_2^+ -Zustands, sieht man förmlich, wie das α -Teilchen von links an ein ^8Be andockt.⁶⁾

6) Es sei noch angemerkt, dass im Schalenmodell mit Konfigurationsmischung dieser Zustand nicht vorkommt, da man selbst mit größten Rechnern nicht genügend Schalen berücksichtigen kann, um die Clusterstruktur darzustellen. Für die lokalisierten Wellenpakete der FMD besteht dieses Problem nicht.

7) Es zerfällt dann doch nach 0,8 s durch die schwache Wechselwirkung unter Emission eines Elektrons und Antineutrinos nach ^6Li .

Borromeo und die Neutronenhalos

Als weiteres Beispiel für die subtilen Eigenschaften der Atomkerne betrachten wir die Helium-Isotope. ^4He , der kleinste doppelt magische Kern, nutzt die anziehende Wechselwirkung optimal, da alle Nukleonen ohne Verletzung des Pauli-Prinzips in relativen $l=0$ -Zuständen sein können.

Fügt man ein Neutron hinzu, so wird dieses zwar von den vier Nukleonen angezogen, aber die kinetische Energie ist wegen des Bahndrehimpulses $l=1$ so groß, dass ^5He wieder in ^4He plus Neutron zerfällt. Fügt man nun noch ein weiteres Neutron hinzu, gelangt man zu ^6He , das etwa 1 MeV besser gebunden ist als ^4He . ^6He kann also nicht mehr nach ^4He plus zwei Neutronen zerfallen und ist in diesem Sinn stabil.⁷⁾

Die Stabilität ist auf den ersten Blick verwunderlich, da auch die Neutron-Neutron-Wechselwirkung alleine nicht ausreicht, zwei Neutronen zu binden. Die Subsysteme ^4He plus Neutron sowie Neutron plus Neutron sind also einzeln ungebunden, fügt man sie aber zusammen, so sind sie gebunden. Man nennt diese Systeme auch borromäische Systeme nach der norditalienischen Familie Borromeo, in deren barockem Palast auf der Isola Bella im Lago Maggiore an vielen Stellen drei verwobene Ringe zu sehen sind (Foto auf S. 29).

Minimieren wir die Parameter einer Slater-Determinanten und projizieren danach auf den Grundzustandspin des jeweiligen Isotops, so erhalten wir die in Abb. 9 mit PAV gekennzeichneten Grundzustandsenergien. Außer bei ^8He sind alle Bindungsenergien kleiner als die von ^4He , sodass die berechneten Isotope $^5,6,7\text{He}$ unter Emission von Neutronen nach ^4He zerfallen könnten.

Variieren wir hingegen nach der Projektion auf den jeweiligen Grundzustandsdrehimpuls, erhalten wir die mit VAP gekennzeichneten Energien, die zwar näher an der Wirklichkeit sind, aber immer noch nicht das borromäische Verhalten aufweisen. In den dazugehörigen intrinsischen Dichten erkennt man, dass sich die zusätzlichen Neutronen in Form eines Halos um den ^4He -Rumpf anlagern, was ihre schwache Bindung widerspiegelt [11]. Weiterhin fällt auf, dass sie sich nicht symmetrisch anordnen, sondern sich lieber auf einer Seite aufhalten, sodass sie als Spin-Null-Paare von

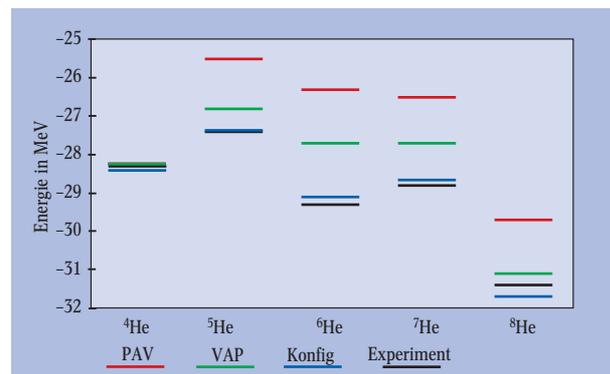


Abb. 9: Die Bindungsenergien der He-Isotope, berechnet mit verschiedenen Zuständen. Variiert man alle Parameter einer Slater-Determinanten und projiziert anschließend auf den Grundzustandspin, so ist nur ^8He stärker gebunden als ^4He (PAV). Projiziert man vor der Variation (VAP), verbessert sich zwar das Ergebnis, aber erst die Mischung von Konfigurationen mit unterschiedlichen Dipolmomenten (Konfig) ergibt die experimentellen Bindungsenergien mit dem typischen borromäischen Verhalten. ^4He ist so inert und gut gebunden, dass bereits eine Slater-Determinante den Zustand ausreichend beschreibt.

ihrer gegenseitigen Wechselwirkung profitieren können.

Wir bieten deshalb in einer Konfigurationsmischung dem Hamilton-Operator eine quantenmechanische Überlagerung von intrinsischen Zuständen an (siehe Abb. 10). Diese Zustände ergeben sich, wenn man die Energie für verschiedene vorgegebene elektrische Dipolmomente minimiert. Das heißt, der mittlere Abstand zwischen Protonen und Neutronen wird während der Variation auf einem gegebenen Wert festgehalten. Das



Abb. 10:
⁶He-Konfigurationen, die zur Nullpunktsschwingung der gepaarten Neutronen beitragen.

Ergebnis der Konfigurationsmischung sind die mit „Konfig“ bezeichneten Energien, die nun das borromäische Verhalten sehr schön reproduzieren. Auch die durch den Halo hervorgerufenen großen Massenradien entsprechen nun den experimentellen Werten.

Das borromäische Verhalten kommt also dadurch zustande, dass gepaarte Neutronen kollektiv gegen den ⁴He-Rumpf „schwingen“. Diese Art einer kollektiven Schwingung von Oberflächenneutronen, die eine sehr kleine Rückstellkraft hat, ist bei größeren neutronenreichen Kernen als Zwergresonanz bekannt.⁸⁾ Man muss jedoch beachten, dass die Zwergresonanz in den Grundzuständen der He-Isotope als Nullpunktsschwingung vorliegt. Für die Ausbildung einer echten Oszillation in Sinne einer zeitabhängigen Schwingung wie bei der Zwergresonanz in größeren Kernen reicht die anziehende Rückstellkraft nicht aus, die Neutronen würden davonfliegen.

Diese elektrische Dipolschwingung von Neutronen gegen Protonen ist nur eine von vielen möglichen kollektiven Schwingungen. In deformierten Kernen der seltenen Erden und Actiniden gibt es zum Beispiel auch magnetische Dipolschwingungen. Hier oszillieren in einer scherenartigen Bewegung („scissors mode“) die deformierte Protonen- gegen die deformierte Neutronenverteilung. Der Scherenmodus wurde erst sechs Jahre nachdem er theoretisch vorgeschlagen wurde, am Darmstädter Elektronen-Linearbeschleuniger gefunden [12]. Der Nachweis spezieller Schwingungsmoden der Neutronenwolken, die die α -Cluster-Strukturen in leichten Kernen umgeben, z.B. in ¹⁶C, ist eine noch größere Herausforderung, da diese Kerne instabil sind.

Epilog

Auf dem Weg der Erkenntnis „was unsere Welt im Innersten zusammenhält“, wie es Goethe formulierte, sind die Atomkerne eine reichhaltige Informationsquelle, denn in ihnen sind drei der vier fundamentalen Kräfte (starke, schwache und elektromagnetische) aktiv, wobei die starke Wechselwirkung der Quantenchromodynamik die größte Rolle spielt. Trotzdem verbrachte die Kernstrukturphysik die letzten Jahrzehnte in einem „Dornröschenschlaf“. Durch neue theoretische ab-initio-Methoden und neue experimentelle Möglichkeiten, insbesondere aber auch durch die großen Fortschritte in der astrophysikalischen Erkundung unseres Universums, konnten die Wissenschaftler die Geldgeber überzeugen, sie wieder aufzuwecken. Davon zeugen

z. B. die zur Zeit neu ausgeschriebenen Lehrstühle für nukleare Astrophysik oder auch der SFB „Kernstruktur, nukleare Astrophysik und fundamentale Experimente bei kleinen Impulsüberträgen am supraleitenden S-DALINAC“ an der TU Darmstadt, der in engem Zusammenhang mit den jetzigen und zukünftigen Forschungen der GSI zu sehen ist.

Die Erforschung der Kernstruktur wird heute zu einem großen Teil von der Astrophysik angetrieben. Will man verstehen, was in der Weite des Weltalls die Evolution antreibt, muss man auf der Erde das experimentelle und theoretische Studium der exotischen Kerne erweitern. Noch ist man zum Beispiel nicht zu den Isotopen vorgedrungen, die an der Synthese schwerer Elemente durch schnellen Neutroneneinfang (r-Prozess) in explodierenden Sternen beteiligt sind.

8) Im Gegensatz zur Riesenresonanz, bei der alle Neutronen gegen alle Protonen schwingen.

Literatur

- [1] vgl. H. A. Weidenmüller, Physik Journal, März 2004, S. 41
- [2] E. Epelbaum, W. Glöckle, U.-G. Meißner, Nucl. Phys. A **671**, 295 (2000)
- [3] R. Wiringa, V. Stoks, R. Schiavilla, Phys. Rev. C **51**, 38 (1995)
- [4] R. Machleidt, Phys. Rev. C **63**, 024001 (2001)
- [5] S. Pieper, R. Wiringa, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **51**, 53 (2001)
- [6] P. Navrátil, G. P. Kamuntavicius, B. R. Barrett, Phys. Rev. C **61**, 044001 (2000); A. Nogga, H. Kamada, W. Glöckle, Phys. Rev. Letters **85**, 944 (2000)
- [7] zu Dreiteilchenkräften vgl. C. Bechinger und H.-H. v. Grünberg, Physik Journal, November 2004, S. 33
- [8] H. Feldmeier, T. Neff, R. Roth, J. Schnack, Nucl. Phys. A **632**, 61 (1998); T. Neff, H. Feldmeier, Nucl. Phys. A **713**, 311 (2003)
- [9] H. Feldmeier, J. Schnack, Rev. Mod. Phys. **73**, 655 (2000); H. Feldmeier, Nucl. Phys. A **515**, 147 (1990).
- [10] R. Roth, T. Neff, H. Hergert, H. Feldmeier, Nucl. Phys. A **745**, 3 (2004), arXiv: nucl-th/0406021
- [11] vgl. B. Jonson und A. Richter, Phys. Blätter, Dezember 1998, S. 1121
- [12] D. Bohle, A. Richter, W. Steffen, A.E.L. Dieperink, N. Lo Iudice, F. Palumbo, O. Scholten, Phys. Letters B **137**, 27 (1984)

Die Autoren

Hans Feldmeier (rechts) studierte und promovierte an der Technischen Hochschule (heute: TU) Darmstadt, wo er sich – nach einem Aufenthalt am Oak



Ridge National Laboratory 1981 auch habilitierte. Nach weiteren Stationen als Heisenberg-Stipendiat ist er seit 1986 wissenschaftlicher Mitarbeiter bei der Gesellschaft für Schwerionenforschung GSI. **Thomas Neff** (links) studierte ebenfalls in Darmstadt, wo er an der GSI auch Diplom- und Doktorarbeit (2002) anfertigte. Seither ist er Postdoc an der GSI, mit Auslandsaufenthalten an der Kyoto University, der University of Tokio sowie dem Argonne National Laboratory.