

# „Sehr revolutionär, wie Sie sehen werden“

Einstein und die Quantenhypothese

David C. Cassidy

Von seinen 1905 veröffentlichten Arbeiten bezeichnete Albert Einstein in seinen Briefen an seinen Freund Conrad Habicht nur die bevorstehende Veröffentlichung zur Quantenhypothese als „sehr revolutionär“.<sup>1)</sup> Diese Arbeit gilt auch heute noch als revolutionär, weil sie die unbegrenzte Gültigkeit der Maxwell'schen Gleichungen infrage stellt und die Existenz von Lichtquanten fordert.

Im Jahr 1900 leitete Max Planck ein Gesetz her für die Energie von thermischer Strahlung, die einen Hohlraum mit perfekt reflektierenden Wänden ausfüllt, als Funktion der Frequenz. Er nahm dabei an, dass die Energiedichte dieser Schwarzkörper-Strahlung unterteilt ist in diskrete Energieelemente, diese verteilen sich auf eine große Anzahl von geladenen harmonischen Oszillatoren, welche im Gleichgewicht mit der thermischen Strahlung stehen [1]. Im Jahr 1905 schlug Einstein als Erster vor, dass sich Licht unter bestimmten Umständen so verhält, als ob es aus lokalisierten Einheiten oder Energiequanten besteht – den Lichtquanten. Er zeigte, dass diese Hypothese verschiedene Phänomene erklären konnte, insbesondere den photoelektrischen Effekt.<sup>2)</sup> In einer 1906 erschienenen Veröffentlichung zeigte Einstein, dass Plancks Theorie implizit mit der Lichtquantenhypothese übereinstimmt, da die Energiequantisierung der geladenen Oszillatoren genau den emittierten und absorbierten Lichtquanten entspricht.<sup>3)</sup> 1907 leitete Einstein das Plancksche Gesetz mit Methoden der statistischen Mechanik her und zeigte, dass es dafür notwendig ist, die harmonischen Oszillatoren zu quantisieren. Er zeigte auch, dass die Quantisierung der atomaren Oszillatoren in dem Kristallgitter eines Festkörpers zu einem Ausdruck für die spezifische Wärme von Festkörpern führt, die bei niedriger Temperatur von dem klassischen Gesetz nach Dulong-Petit abweicht.<sup>4)</sup> Zusammen genommen zeigen diese Arbeiten, dass das experimentell bestätigte Plancksche Gesetz mit keiner der beiden Säulen der klassischen Theorie – Maxwells Theorie des Elektromagnetismus sowie der molekular-kinetischen Theorie der

## KOMPAKT

- ▶ Max Planck leitete 1900 seine Formel für die Wärmestrahlung her, indem er postulierte, dass die Energiedichte dieser Strahlung in kleinste „Quanten“ unterteilt ist.
- ▶ Einstein schlug in der Arbeit „Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt“ 1905 als erster vor, dass sich Licht unter bestimmten Zuständen so verhält, als ob es aus lokalisierten „Lichtquanten“ besteht.
- ▶ Damit gelang ihm es ihm, den photoelektrischen Effekt zu erklären, der sich nicht mit dem Wellenbild des Lichts vereinbaren ließ.



Albert Einstein erhielt 1922 den Physik-Nobelpreis des Jahres 1921, „für seine Verdienste um die theoretische Physik und insbesondere für seine Entdeckung des Gesetzes des photoelektrischen Effekts“. (mit freundl. Genehmigung des Albert-Einstein-Archivs, The Jewish National & University Library, The Hebrew University of Jerusalem)

Materie – in Einklang zu bringen war. Um die Quantennatur sowohl der Strahlung als auch der Materie zu berücksichtigen, war es notwendig, sowohl die Elektrodynamik als auch die Mechanik fundamental zu ändern.

In der Quantenhypothese sah Einstein immer eher ein Problem und ein Rätsel denn eine Lösung. Als er sie zum ersten Mal für Licht vorschlug, sprach er vorsichtig nur von „einem heuristischen Standpunkt“, der eine natürliche Erklärung gewisser Phänomene ermögliche. 1907 erklärte er, dass die „neue Auffassung der Phänomene der Lichtemission und Lichtabsorption ... zwar noch keinesfalls den Charakter einer vollständigen Theorie besitzt, aber insofern bemerkenswert ist, als sie das Verständnis einer Reihe von Gesetzmäßigkeiten erleichtert“.<sup>5)</sup> Zwei Jahre später schilderte Einstein seinem ersten Mitarbeiter seinen heftigen Kampf mit dem Lichtquantenproblem: „Ich beschäftige mich

1) A. Einstein an C. Habicht, 18. od. 25. Mai 1905, in: CPAE 5, Doc. 27, S. 51

2) CPAE 2, Doc. 14

3) CPAE 2, Doc. 54

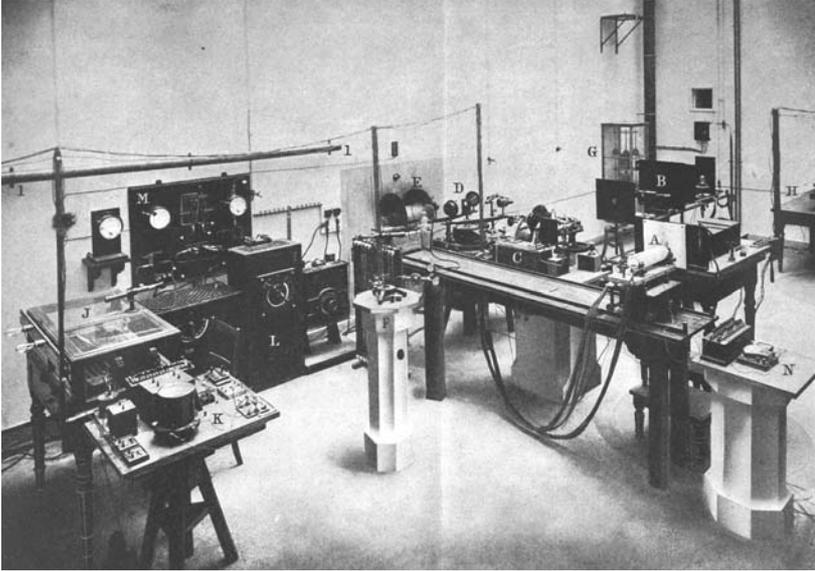
4) CPAE 2, Doc. 38

5) CPAE 2, Doc. 38, S. 379 (180)

Prof. Dr. David C. Cassidy, Natural Science Program, Hofstra University, 106D Chemistry and Physics Building, Hempstead NY 11549-0151, USA

unablässig mit der Frage der Konstitution der Strahlung ... Diese Quantenfrage ist so ungemein wichtig und schwer, dass sich alle darum bemühen sollten“.<sup>6)</sup>

Einstein rang mit der Quantenhypothese für den Rest seines Lebens. Obwohl er großen Anteil an ihrer Entstehung hatte, war er mit der Quantenmechanik nie zufrieden und sah in ihr nie die notwendige grundlegende Theorie. Ein Indiz dafür war für ihn Max Borns spätere statistische Interpretation der Wellenfunktion. 1926 schrieb er an Born: „Die Quantenmechanik ist



Im Strahlungslaboratorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt führten Rubens und Kurlbaum jene Versuche durch, welche Abweichungen vom Wienschen Strahlungsgesetz feststellten. Ganz rechts (vor A) befindet sich der elektrisch geglühte schwarze Körper, dahinter ein

Flächenbolometer. Der schwarze Körper ließ sich auf der optischen Bank in verschiedenen Messpositionen bewegen – so zum Lummer-Brodhunschen Spektralbolometer (C) oder zum Spektrobolometer (D). (aus Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik, 1909)

sehr achtungsgebietend. Aber eine innere Stimme sagt mir, daß das noch nicht der wahre Jakob ist. Die Theorie liefert viel, aber dem Geheimnis des Alten bringt sie uns kaum näher. Jedenfalls bin ich überzeugt, daß der nicht würfelt“ [2].

Über Einstein und die frühe Quantentheorie existiert eine umfangreiche historische Literatur. Mit der Veröffentlichung der *Collected Papers of Albert Einstein* ist heute ein gutes Verständnis der frühen Geschichte erreicht. Auf der Grundlage der umfangreichen Literatur [3] sollen im Folgenden der Hintergrund von Einsteins Werk, seine frühen Veröffentlichungen zur Quantenhypothese sowie die Aufnahme seiner Ergebnisse erkundet werden.

### Der Hintergrund

Während seines Studiums an der ETH Zürich in den Jahren 1896 bis 1900 studierte Einstein häufig auf eigene Faust die Werke der führenden Physiker der Zeit. Unter diesen Arbeiten war Ernst Machs *Wärmelehre*, die eine Diskussion der Frequenzverteilung der Energie der Schwarzkörperstrahlung enthielt, einschließlich Kirchhoffs Beitrag zu dieser Frage. Das Problem war nicht nur für die aufkommende elektrische Beleuchtungsindustrie von Interesse, sondern aufgrund seines universellen Charakters auch für theoretische Physiker. Zu den frühen Entwicklungen zählte unter anderem das nach Wilhelm Wien benannte Verschiebungsgesetz von 1894. Es verknüpft die Energie  $E_\lambda$ , die ein Schwarzer Körper in

das Wellenlängenintervall von  $\lambda$  bis  $\lambda + d\lambda$  emittiert, mit seiner Temperatur  $T$  und der Wellenlänge  $\lambda$

$$E_\lambda = \lambda^{-5} \phi(\lambda T), \quad (1)$$

wobei  $\phi(\lambda T)$  eine universelle, vom Material unabhängige Funktion ist.

Zwei Jahre später zeigte Wien, dass die Funktion  $\phi$  eine Exponentialfunktion von Frequenz  $\nu$  und  $T$  ist und dass für die Energiedichte  $q$  pro Frequenzintervall

$$q_\nu = \alpha \nu^5 e^{-\beta \nu / T} \quad (2)$$

gilt, wobei  $\alpha$  und  $\beta$  Konstanten sind.<sup>7)</sup> Friedrich Paschen und andere bestätigten in Berlin die Gültigkeit dieser Beziehung für sichtbare Strahlung bis zu hohen Werten von  $\nu/T$  [4].

Auf der Suche nach einer elektrodynamischen Ursache der Irreversibilität beschäftigte sich der Theoretiker Max Planck seit 1897 mit der Schwarzkörper-Strahlung. Er versuchte, Wiens Ergebnis aus elektromagnetischen und thermodynamischen Prinzipien herzuleiten. Dazu betrachtete er thermische Strahlung in einem Hohlraum, die sich bei der Temperatur  $T$  im Gleichgewicht mit geladener Materie befindet. Der Einfachheit halber sollte diese aus geladenen einfachen harmonischen Oszillatoren (elektrische Dipole) bestehen, die Strahlung emittieren und absorbieren können. Diese Annahme war zulässig, da die spektrale Verteilung unabhängig war von der materiellen Beschaffenheit des Hohlraums. Mit der weiteren Annahme, dass die Strahlungsenergie im Gleichgewicht vollständig zufällig verteilt ist (er nannte dies die „natürliche Strahlung“), erhielt er einen wichtigen und fundamentalen Ausdruck, der die Strahlungsenergie  $q_\nu$  pro Frequenzintervall einerseits und die mittlere Energie  $E_\nu$  der Oszillatoren andererseits miteinander verknüpft:

$$q_\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} E_\nu \quad (3)$$

Dabei ist  $c$  die Lichtgeschwindigkeit. Mit weiteren Annahmen über die thermodynamische Entropie der Oszillatoren erhielt Planck nach mathematische Umformungen einen Ausdruck für die mittlere Energie  $E_\nu$  eines Oszillators, der, eingesetzt in Gl. (3), Wiens Verschiebungsgesetz Gl. (2) ergab [5].

Hätte Planck die mittlere Energie nicht aus der Entropiefunktion der Oszillatoren berechnet, sondern die molekularinetische Theorie mit seinem bekannten Äquipartitionstheorem benutzt, das jeder Schwingungs-mode eine mittlere Energie  $kT$  zuweist, so hätte er das berühmte Gesetz von Rayleigh-Jeans erhalten, das 1900 zunächst von Rayleigh veröffentlicht und 1905 von Jeans berichtigt wurde [6]:

$$q_\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT. \quad (4)$$

Dieser Ausdruck führt zu einer katastrophalen, nämlich unendlichen Gesamtenergiedichte, wenn er über das unbegrenzte Frequenzspektrum der thermischen Strahlung integriert wird. Bei konstanter Temperatur versagt er auch bei hohen Frequenzen, wo die Wiensche Formel gilt. Experimente von Rubens und Kurlbaum in Berlin zeigten aber in der Tat, dass Gl. (4) die Daten bei niedrigen Frequenzen beschreibt, wo wiederum die Wiensche Beziehung versagt [7].

Nachdem Rubens und Kurlbaum Planck vertraulich über ihre Ergebnisse informiert hatten, machte sich Planck im Jahr 1900 daran, die beiden Gesetze zu ei-

6) A. Einstein an J. Laub, 17. Mai 1909, in: CPE 5, Doc. 160, S. 187

7) Die Symbole in allen Gleichungen wurden vereinheitlicht und teilweise der modernen Notation angepasst.

nem einzigen zusammenzufügen, das für alle Frequenzen gilt [8]. Durch wiederum geistreiche mathematische Manipulationen der Entropiefunktion gelang es ihm, einen geeigneten Ausdruck zu erhalten:

$$Q_\nu = \frac{A\nu^3}{e^{\beta h\nu/T} - 1}, \quad (5)$$

wobei  $A$  und  $\beta$  Konstanten sind. Die Herausforderung bestand nun darin, diese Gleichung aus physikalischen Betrachtungen abzuleiten.

Dazu wendete sich Planck der molekularkinetischen Theorie der angenommenen Oszillatoren zu, insbesondere der Boltzmann-Gleichung (die Einstein später „Boltzmanns Prinzip“ nannte) für die Entropie eines kanonischen Ensembles von Oszillatoren,  $S = k \log W$ . Die von Planck eingeführte Konstante  $k$  ist hierbei die Boltzmann-Konstante, die identisch ist mit  $R/N$ , wobei  $R$  die Gaskonstante und  $N$  die Avogadro- bzw. Loschmidt-Zahl ist. Planck bezeichnete  $S$  als die Entropie eines Systems von  $N$  identischen Oszillatoren der fundamentalen Frequenz  $\nu$ .  $W$  ist das statistische Gewicht eines Zustands, bezogen auf die Anzahl der diskreten „Komplexionen“, die mit der Gesamtenergie des Systems kompatibel sind.

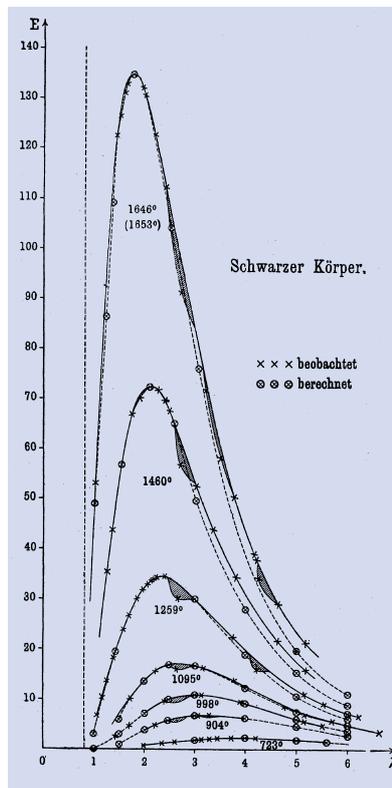
Planck erkannte, dass die Oszillatorenergie nicht kontinuierlich sein durfte, um im Rahmen seiner Berechnungen  $W$  mithilfe der Kombinatorik zu erhalten. Um die Rechnung auszuführen, unterteilte Planck die Gesamtenergie  $E$  in eine ganze Anzahl  $P$  an Energieeinheiten  $\varepsilon$ ,  $E = P\varepsilon$ , wobei  $\varepsilon = h\nu$  gilt mit der Konstante  $h$  – später Plancksche Konstante genannt. Die Verteilung der  $P$  Energieeinheiten auf die  $N$  Oszillatoren ergab zunächst eine Entropiefunktion  $S$  und daraus einen Ausdruck für die mittlere Energie eines Oszillators  $E$ . Dieser führte, in Gl. (3) eingesetzt, zum inzwischen berühmten Planckschen Strahlungsgesetz:

$$Q_\nu = \frac{8\pi\nu^3}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (6)$$

Rubens bestätigte sofort Plancks Ergebnis, aber Planck war nicht zufrieden gestellt. Die Aufteilung der Energie in diskrete Einheiten, die diskontinuierlich über die Oszillatoren verteilt sind, war offensichtlich inkonsistent mit der klassischen Physik. Die Konstante  $h$  verkörperte eine Wirkungseinheit, aber in der klassischen Physik gab es keine Erhaltung der Wirkung. Für Planck waren die Konstante  $h$  und die diskreten Energieeinheiten nur Artefakte eines Versuchs, die Beziehung für die Energieverteilung herzuleiten. Er verbrachte den Rest der Dekade mit dem Versuch, die Herleitung zu revidieren, um die Physik von der Konstante zu befreien, die heute seinen Namen trägt.

### Einsteins Auftritt

Auch Einstein war mit Plancks Herleitung unzufrieden. In einem undatierten Brief, der 1901 zugeordnet wird, schrieb er an seine spätere Frau Mileva Marić:



Die in der PTR gemessenen Energiekurven des Schwarzen Körpers für verschiedene Temperaturen mit den gekennzeichneten Abweichungen von der Theorie. (aus Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik, 1909)

„Gegen die Studien über die Strahlung von Max Planck sind mir prinzipielle Bedenken aufgestiegen, so dass ich seine Abhandlung mit geteilten Gefühlen lese.“<sup>8)</sup> Bis zur letzten seiner grundlegenden Arbeiten zur statistischen Mechanik im Jahr 1904 veröffentlichte er nichts über die Schwarzkörper-Strahlung, aber offenbar dachte er nach wie vor über Plancks Arbeit nach.<sup>9)</sup> In seiner 1905 erschienenen Arbeit zur Lichtquantenhypothese machte er jedoch keinen direkten Gebrauch von Plancks Ergebnis, obwohl er Plancks Arbeit erwähnte und sogar dessen Gleichung niederschrieb. Offenbar betrachtete er Plancks Arbeit, wie er es ein Jahr später ausdrückte, als ob sie „in gewisser Beziehung ein Gegenstück bildete zu meiner Arbeit“.<sup>10)</sup> Einstein interessierte sich 1905 für das Verhalten der strahlenden Energie, nicht der Oszillatoren, und offenbar war er sich immer noch unsicher darüber, was er von Plancks Herleitung halten sollte. Stattdessen konzentrierte sich Einstein „mit Hilfe des Boltzmannschen Prinzips“ auf das Wiensche Verschiebungsgesetz Gl. (2) und dessen Folgen.<sup>11)</sup>

Wie in seinen anderen Veröffentlichungen aus dem Jahr 1905 stellte Einstein zunächst eine

Asymmetrie in der Physik fest. In diesem Fall war es ein „tiefgreifender formaler Unterschied“ zwischen der Maxwell'schen Theorie des Elektromagnetismus, die mit kontinuierlichen Prozessen im Raum einhergeht, und der molekularkinetischen Theorie der Mechanik, zu der diskrete Teilchen gehören. Einstein zeigte, wie die Zuhilfenahme beider Standpunkte bei der Behandlung der Schwarzkörper-Strahlung zu Schwierigkeiten führt. Er betrachtete einen Hohlraum, der ein Gas geringer Dichte enthält und eine große Anzahl an geladenen Oszillatoren, die sich bei der Temperatur  $T$  im Gleichgewicht mit der Strahlung befinden. Während die elektromagnetische Theorie – wie von Planck hergeleitet – Gl. (3) für die Strahlungsenergie ergibt, verlangt das dynamische Gleichgewicht, dass die mittlere Energie der Oszillatoren, die einer Vibrationsmode  $\nu$  entspricht, durch den Gleichverteilungssatz gegeben ist:  $E_\nu = (R/N)T = kT$ . Dies führt direkt zu dem unhaltbaren Rayleigh-Jeans-Gesetz für alle Frequenzen. (Im Folgenden wird  $R/N$  durch  $k$  ersetzt.)

Plancks Gesetz war experimentell bestätigt und konnte somit in gewisser Weise als unabhängig von Plancks Herleitung angesehen werden. Da es für große Werte von  $\nu/T$ , wo das Rayleigh-Jeans-Gesetz der klassischen Mechanik vollständig versagte, das Wiensche Gesetz ergab, wendete sich Einstein diesem Gesetz zu. Er kam dabei zu einer verblüffenden neuen Einsicht in die Natur der Strahlung.

Einstein zeigte zunächst, wie die Entropie  $S$  der Strahlung variiert, wenn bei konstanter Energie  $E$  das Volumen des strahlenden Hohlraums langsam von  $v_0$  auf  $v$  geändert wird. Die Differenz der Entropie  $S - S_0$  ist demnach gegeben durch

8) Einstein an M. Marić, 4. April 1901, in: CPE I, Doc. 96, S. 284

9) CPAE 2, Doc. 5, S. 105 (360)

10) CPAE 2, Doc. 34, S. 350 (199)

11) CPAE 2, Doc. 14, S. 159 (141)

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta v} \log\left(\frac{v}{v_0}\right). \quad (7)$$

Anschließend zeigte Einstein mithilfe der Boltzmannschen Gleichung für die Entropie, dass die Entropieänderung eines idealen Gases aus  $n$  Teilchen bei der gleichen Volumenänderung gegeben ist durch

$$S - S_0 = n k \log\left(\frac{v}{v_0}\right). \quad (8)$$

Die Übereinstimmung zwischen Gl. (7) und (8) war eindrucksvoll. Einstein betrachtete die Ähnlichkeit genauer. Gl. (8) folgt aus der Boltzmannschen Gleichung  $S = k \log W$ , wenn man ein kanonisches Ensemble aus  $n$  Teilchen eines idealen Gases annimmt, die im Gleichgewicht zufällig über das ganze Volumen verteilt sind und sich völlig unabhängig voneinander bewegen. In diesem Fall beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, alle  $n$  Teilchen in dem Teilvolumen  $v$  von  $v_0$  zu finden

$$W = \left(\frac{v}{v_0}\right)^n,$$

woraus sich Gl. (8) ergibt, die die Annahme eines kanonischen Ensembles von sich vollständig zufällig und unabhängig voneinander bewegenden Teilchen voraussetzt.

Aus diesem Ergebnis und Gl. (7) folgerte Einstein, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, die gesamte Strahlung im Teilvolumen  $v$  von  $v_0$  zu finden, gegeben ist durch

$$W = \left(\frac{v}{v_0}\right)^{E/\beta v k},$$

wobei sich  $E/k\beta v$ , in Analogie zu  $n$ , wie eine ganze Zahl verhält. Damit kam Einstein zu der tief sinnigen Feststellung: „Monochromatische Strahlung von geringer Dichte (innerhalb des Gültigkeitsbereichs der Wienschen Strahlungsformel) verhält sich in wärmetheoretischer Beziehung so, wie wenn sie aus voneinander unabhängigen Energiequanten von der Größe  $R\beta v/N [= h\nu]$  bestünde.“<sup>12)</sup> Offensichtlich weil er nur das Wiensche Gesetz betrachtete, identifizierte Einstein nicht  $R/N$  mit  $k$  und  $k\beta$  mit  $h$ , der Konstanten in Plancks Formel, wobei  $\beta = h/k$ .

Obwohl Einstein die Hypothese der Energiequanten nur als einen „heuristischen Standpunkt“ betrachtete, wendete er sie unverzüglich an zur Erklärung von mehreren Experimenten, darunter insbesondere auf das damals rätselhafte Phänomen des photoelektrischen Effekts. Ursprünglich 1887 von Heinrich Hertz entdeckt, gab es seit den Untersuchungen von Philipp Lenard Hinweise darauf, dass der photoelektrische Effekt mit einem – wie wir es heute nennen – Schwellenwert bei der Frequenz einhergeht, dass die kinetische Energie der von der Metalloberfläche emittierten Elektronen mit der Frequenz des eingestrahlten ultravioletten Lichts anwächst und dass die kinetische Energie der Elektronen unabhängig von der Lichtintensität ist [9]. Obwohl diese Resultate noch vorläufig und manchmal qualitativ waren, ließen sie sich nicht mit Maxwells Wellentheorie in Einklang bringen, bei der die Strahlungsenergie proportional zur Intensität und über die sich ausdehnende Welle verteilt ist. Einstein legte jedoch dar, dass sich diese Beobachtungen einfach erklären ließen, falls Licht als Strom von unabhängigen, teilchenähnlichen Lichtquanten betrachtet wird. Wenn ein Lichtquant ein Elektron im Metall trifft, gibt es seine vollständige Energie  $h\nu$  (in heutiger Notation)

an das Elektron ab, welches das Metall mit einer kinetischen Energie verlässt, die durch  $h\nu$  abzüglich der für das Verlassen des Metalls benötigten Austrittsarbeit  $P$  gegeben ist,

$$KE_{\max} = h\nu - P. \quad (9)$$

Es dauerte fast ein Jahrzehnt, bis Einsteins Ergebnis durch Robert A. Millikan bestätigt wurde, dessen ab 1914 erzielten Resultate 1916 veröffentlicht wurden. Der Vorstellung von Lichtquanten immer noch widerstrebend, wie viele andere auch, erklärte Millikan zwar, dass seine Ergebnisse die von Einstein vorhergesagte Gleichung vollständig bestätigten, dass dies aber nicht für die „gewagte, um nicht zu sagen unbesonnene Hypothese“ der Lichtquanten gelte. Bis zu Comptons Veröffentlichung des nach ihm benannten Effekts 1923 akzeptierten die meisten Physiker die Existenz der Lichtquanten nicht [10].

### Einsteins Analyse von Plancks Formel

Während Einsteins 1905 durchgeführte Analyse des Wienschen Gesetzes die Möglichkeit andeutete, die Physik auf der Grundlage der diskreten Mechanik von Teilchen und Lichtquanten zu vereinen, machte seine zwischen 1906 und 1909 durchgeführte Analyse von Plancks Strahlungsformel die Dinge komplizierter. Einstein hat seit mindestens 1901 über das Plancksche Gesetz gegrübelt. Seine in der Zwischenzeit durchgeführten



Eine erlesene Runde von Nobelpreisträgern: (v. l.) Walther Nernst, Albert Einstein, Max Planck, Robert Milikan und Max von Laue im Jahr 1928. (Quelle: Archiv zur Geschichte der Max-Planck-Gesellschaft)

Arbeiten zu den Grundlagen der statistischen Mechanik lieferten ihm das Handwerkszeug und die grundlegenden Einsichten, die er für diese Aufgabe benötigte.

Gleichung (3), die die Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie verkörpert, setzt die Energiedichte der elektromagnetischen Strahlung pro Frequenzintervall in Verbindung zur mittleren mechanischen Energie der im gleichen Frequenzbereich emittierenden und absorbierenden Oszillatoren. Einstein sah, dass Plancks Herleitung dieser Gleichung konsistent ist mit der Maxwell-Lorentz-Theorie für ungeordnete Strahlung im Gleichgewicht, die mit Oszillatoren wechselwirkt. Die Anwendung der molekular-kinetischen Theorie auf ein kanonisches Ensemble von geladenen Oszillatoren, das sich mit der Strahlung im Gleichgewicht befindet, ergab aber das desaströse Rayleigh-Jeans-Gesetz. „Woher kommt es“, fragte Einstein 1906, „daß Herr Planck nicht zu der gleichen Formel, sondern zu dem Ausdruck [Gl. (6)] gelangt ist?“<sup>13)</sup>

Die Antwort findet sich in Widersprüchen. Indem er

12) CPAE 2, Doc. 14, S. 161 (143)

13) CPAE 2, Doc. 34, S. 351 (200)

ein kanonisches Ensemble von Oszillatoren betrachte, die sich bei der Temperatur  $T$  im Gleichgewicht mit der Strahlung befinden, zeigte Einstein zunächst, dass Plancks Herleitung im Widerspruch lag mit Boltzmanns Definition der Wahrscheinlichkeitsfunktion  $W$  in  $S = k \log W$ . Im Gleichgewicht wird beim Boltzmannschen Prinzip angenommen, dass alle möglichen „Komplexionen“ der Oszillatoren, die mit der Gesamtenergie  $E$  konsistent sind, gleichwahrscheinlich sind. Plancks Aufteilung von  $P$  diskreten Energieelementen auf  $N$  Oszillatoren bedeutet aber, dass vielmehr doch nicht alle Komplexionen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vorkommen; erlaubt sind nur diejenigen Energiewerte, die ein ganzzahliges Vielfaches der Energieeinheit  $\epsilon$  beinhalten. Als zweites stellte Einstein fest: Während Plancks Herleitung von Gl. (3) auf der Annahme beruhte, dass die Energie der Oszillatoren kontinuierlich variiert, beruhte die Herleitung der mittleren Energie  $E_{\nu}$ , die zu Plancks Gesetz führt, auf einer diskontinuierlichen Änderung ihrer Energie. Dies führte Einstein zu dem tiefgründigen Schluss, dass Planck Recht hatte: Wenn man Plancks Gleichung überhaupt herleiten möchte, dann muss nicht nur die Energie der Strahlung quantisiert werden, sondern, so scheint es, auch die Energie der Oszillatoren: „Die Energie eines Elementaroszillators kann nur Werte annehmen, die ganzzahlige Vielfache von  $(R/N)\beta\nu$  sind; die Energie eines Resonators ändert sich durch Absorption und Emission sprunghaft, und zwar um ein ganzzahliges Vielfaches von  $(R/N)\beta\nu$  [d. h.  $h\nu$ ]“.<sup>14)</sup>

Wie kam es dann, dass Maxwells Theorie kontinuierlicher Wellen, die sich offenbar nicht länger auf Strahlung oder Resonatoren anwenden ließ, in der Lage war, Gl. (3) zu liefern, die zum Planckschen Gesetz führte? Einsteins Antwort gilt noch heute: „Es liegt also der Planckschen Theorie die Annahme zugrunde: Obwohl die Maxwellsche Theorie auf Elementarresonatoren nicht anwendbar ist, so ist doch die mittlere Energie eines in einem Strahlungsraum befindlichen Elementarresonators gleich derjenigen, welche man mittels der Maxwellschen Theorie der Elektrizität berechnet.“<sup>15)</sup>

Ein Jahr später, im Jahr 1907, analysierte Einstein erneut den Ursprung der Planckschen Formel. Es ist nicht möglich, schloss er jetzt bestimmt, die Plancksche Formel zu erhalten, ohne eine „Modifikation der molekular-kinetischen Theorie der Wärme“.<sup>16)</sup>

Einstein zeigt zunächst erneut, dass eine konsistente Anwendung des vollständigen Apparats der statistischen Mechanik auf ein kanonisches Ensemble von Oszillatoren der Frequenz  $\nu$ , die sich im Gleichgewicht mit thermischer Strahlung befinden, unausweichlich zum Rayleigh-Jeans-Gesetz von Gl. (4) führt. Um zur Planck-Formel zu gelangen, hielt Einstein erneut an Gl. (3) fest, die für Materie und Strahlung im thermischen Gleichgewicht hergeleitet wurde. Unter der Annahme, dass die Maxwellsche Theorie die korrekte Beziehung zwischen Strahlung und mittlerer Energie der Oszillatoren ergibt, zeigte er dann, dass die einzige Möglichkeit, um Plancks Formel aus dem Apparat der Statistischen Mechanik herzuleiten, darin bestand, eine willkürliche Beschränkung der Oszillatorenergien auf ganzzahlige Vielfache von  $h\nu$  einzuführen. Er tat dies, indem er einen Gewichtungsfaktor in die Berechnung der Boltzmannschen Wahrscheinlichkeitsfunktion  $W$  einführte, so dass die Wahrscheinlichkeit für einen Oszillatorzustand 1 ist, wenn dessen Energie infinitesimal nahe an 0 oder einem ganzzahligen Vielfachen der

Elementarenergie  $h\nu$  ist, andernfalls aber verschwindet. „Wir mußten ja annehmen“, schrieb er, „daß der Mechanismus der Energieübertragung ein solcher sei, daß die Energie des Elementargebildes ausschließlich die Werte 0,  $h\nu$ ,  $2h\nu$  etc. annehmen könne.“<sup>17)</sup> Von da an bezog sich Einstein häufiger auf die „Quantenhypothese“ statt auf die „Lichtquantenhypothese“.

In der gleichen Arbeit von 1907 schlug Einstein vor, dass – falls Plancks Theorie „den Kern der Sache trifft“ – zu erwarten sei, dass die Quantisierung der mechanischen Energie andere Widersprüche zwischen Theorie und Experiment beseitigt. Indem er eine Quantentheorie der spezifischen Wärme präsentierte, gelang



Die erste Solvay-Konferenz 1911 versammelte die führenden Physiker Europas zu einer fünftägigen, intensiven Diskussion in luxuriöser Umgebung. Ziel war es, die durch die Quantenhypothese aus den

Fugen geratene Physik wieder in Griff zu bekommen. (Quelle: Institut International de Physique Solvay/Emilio Segrè Visual Archives)

ihm genau dies. Aus dem Experiment waren bereits unerklärliche Abweichungen vom klassischen Gesetz von Dulong-Petit bekannt, das mithilfe des Gleichverteilungssatzes hergeleitet wurde. Einstein behandelte die Atome als einfache quantisierte Oszillatoren, die in dem Kristallgitter elastisch aneinander gebunden sind, ganz ähnlich wie in der Strahlungstheorie. Daraus ergab sich ein Ausdruck für die spezifische Wärme des Festkörpers, der sich für  $kT/h\nu \geq 0,9$  dem klassischen Wert von Dulong-Petit annähert, der aber gegen null geht bei abnehmender Temperatur (abnehmendem  $kT/h\nu$ ), wie in der Abbildung auf S. 186 in seiner Arbeit gezeigt – eine offenkundige Abweichung des klassischen Wertes nach Dulong-Petit. Drei Jahre später bestätigten Walter Nernst und F. A. Lindemann Einsteins Vorhersage für eine Reihe von Festkörpern. Das war die erste Bestätigung der Quantenhypothese jenseits der Strahlungssphäre. 1911 erklärte Nernst: „Es ist offensichtlich, dass die Beobachtungen in ihrer Gesamtheit eine brillante Bestätigung der Quantentheorie von Planck und Einstein darstellen.“ [11]

### Die zukünftige Mechanik

1910 organisierte Nernst, mit der finanziellen Unterstützung des belgischen Philantropen Ernst Solvay, eine internationale Konferenz der weltweit führenden Quantentheoretiker und -experimentatoren, die sich im

14) Ibid., S. 353 (202)

15) Ibid., S. 354 (205)

16) CPAE 2, Doc. 38, S. 379 (180)

17) Ibid., S. 383 (184); hier schreibt Einstein wiederum  $(R/N)\beta\nu$  statt  $h\nu$

folgenden Jahr in Brüssel treffen sollten. Die Zielsetzung bestand darin, die damaligen Theorien der Materie zu begutachten, die Quantenhypothese zu untersuchen und die Suche nach einer „zukünftigen Mechanik“ aufzunehmen.<sup>18)</sup> Zwei Jahre zuvor hatte Einstein bereits eine Richtung angedeutet, in der diese zukünftige Mechanik zu suchen sei. Im Januar 1909 reichte Einstein eine Veröffentlichung bei der Physikalischen Zeitschrift ein<sup>19)</sup>, die, so schrieb er an H. A. Lorentz, „einige Betrachtungen enthält, aus denen für mich hervorgeht, dass nicht nur die Molekularmechanik sondern auch die Maxwell Lorentz'sche Elektrodynamik mit der [Planckschen] Strahlungsformel nicht in Einklang gebracht werden kann.“<sup>20)</sup> Plancks Formel deutete darauf hin, dass sowohl die Strahlung als auch die Materie Quantenverhalten aufwies. Obwohl die Arbeit, die er bei der Konferenz vortrug, nicht in den Annalen der Physik veröffentlicht wurde, ist sie ein wichtiger Abschluss der von Einstein in diesem Jahrzehnt durchgeführten Arbeiten zur Lichtquantenhypothese.

Eine der Betrachtungen, die Einstein in seiner Veröffentlichung präsentierte, ging mit einer weiteren statistischen Berechnung einher: der Berechnung der mittleren quadratischen Fluktuation  $(\Delta E)^2$  der Energie der Schwarzkörper-Strahlung in einem Volumen  $V$  mit Frequenz  $\nu$  und einer Energiedichte  $\rho$  gemäß dem Planckschen Gesetz. Die Rechnung ergab einen Ausdruck, der aus zwei Termen besteht:

$$(\Delta E)^2 = V d\nu \left[ h\nu \rho + \left( \frac{c^2}{8\pi\nu^2} \right) \rho^2 \right]. \quad (10)$$

Einstein gelang es, den ersten Term mit den Fluktuationen zu identifizieren, die für eine Ansammlung an teilchenähnlichen Lichtquanten der Energie  $h\nu$  erwartet werden, während der zweite Term von Interferenz zwischen Wellen der Frequenz  $\nu$  hervorgerufen wird. Das gemeinsame Auftreten dieser beiden Terme in einer Gleichung ergab sich direkt aus der Verwendung des Planckschen Gesetzes für  $\rho$ . Sie verkörpern zwei unabhängige und inkompatible Interpretationen von Licht, die in entgegengesetzten Grenzfällen gelten. Bei hohen Frequenzen und tiefen Temperaturen, wenn das Wiensche Gesetz gilt, dominiert der erste Term, der die Teilcheninterpretation repräsentiert. Bei tiefen Frequenzen und höheren Temperaturen, wenn das klassische Rayleigh-Jeans-Gesetz gilt, dominiert der zweite Term, der die Welleninterpretation von Licht darstellt. Dass beide Terme als voneinander unabhängige Summanden in der Gleichung für die Fluktuationen auftauchen, sah Einstein als Hinweis darauf, dass künftig beide Interpretationen – Welle und Teilchen – notwendig sein würden, um das Verhalten von Licht vollständig zu beschreiben. Dies war der erste Hinweis auf das, was wir heute Welle-Teilchen-Dualität nennen. „Deshalb ist es meine Meinung“, erklärte Einstein 1909, „dass die nächste Phase der Entwicklung der theoretischen Physik uns eine Theorie des Lichts bringen wird, welche sich als eine Art Verschmelzung von Undulations- [Wellen] und Emissionstheorie [Teilchen] des Lichts auffassen lässt“.<sup>21)</sup> Zwei Jahre später kam der französische Physiker Marcel Brillouin, nachdem er alle Vorträge bei dem Solvay-Kongress gehört hatte, zu dem Schluss: „Es scheint sicher zu sein, dass es von nun an notwendig sein wird, eine Diskontinuität in unsere Konzepte der Physik und der Chemie einzuführen, ein sich durch Sprünge veränderndes Element, von dem wir vor ein paar Jahren nichts ahnten“.<sup>22)</sup>

Einsteins Arbeit und seine grundlegenden Einsichten in die Quantennatur von Materie und Strahlung machten die Quantenhypothese seither zu einem dauerhaften, wenn auch oft rätselhaften Bestandteil der Physik.

\*

Dieser Artikel beruht auf einem englischen Artikel, der in „Einstein's Annalen Papers“<sup>(#)</sup> erscheint.

#### Literatur

- [1] *M. Planck*, Ann. Phys. **1**, 69 and 719 (1900); *M. Planck*, Ann. Phys. **4**, 553 (1901)
- [2] *A. Einstein, H. Born und M. Born*, Briefwechsel 1916-1955, Nymphenburger Verlagshandlung, München (1969), S. 129
- [3] Z. B. in alphabetischer Reihenfolge: *A. Hermann*, Frühgeschichte der Quantentheorie (1899-1913), Physik Verlag, Mosbach/Baden (1969); *M. Jammer*, The Conceptual Development of Quantum Mechanics, McGraw-Hill, New York (1966); *C. Jungnickel* and *R. McCormmach*, Intellectual Mastery of Nature, Bd. 2, University of Chicago Press, Chicago (1986), Kap. 26; *H. Kangro*, Vorgeschichte des Planckschen Strahlungsgesetzes, F. Steiner, Wiesbaden (1970); *M. Klein*, in: Einstein, A Centenary Volume, hrsg. von *P. French*, Harvard University Press, Cambridge (1979), S. 133; *M. Klein*, in: Some Strangeness in the Proportion: A Centennial Symposium to Celebrate the Achievements of Albert Einstein, Addison-Wesley, Reading (1988), S. 161; *T. S. Kuhn*, Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity, 1894-1912, Oxford University Press, New York (1978); *J. Mehra* and *H. Rechenberg*, The Historical Development of Quantum Theory, Bd. 1, Springer, New York (1982)
- [4] *F. Paschen*, Berliner Berichte 1899, S. 405
- [5] *M. Planck*, DPG-Verhandlungen **2**, 237 (1900)
- [6] *Rayleigh*, Phil. Mag. **49**, 539 (1900); *J. H. Jeans*, Phil. Mag. **10**, 91 (1905)
- [7] *H. Rubens* und *F. Kurlbaum*, Ann. Phys. **4**, 649 (1901), Bericht über die Experimente von 1900
- [8] *M. Planck*, DPG-Verhandlungen **2**, 202 (1900)
- [9] *P. Lenard*, Ann. Phys. **1**, 486 (1900); **2**, 359 (1900); **8**, 149 (1902); **12**, 449 (1903)
- [10] *R. A. Millikan*, Phys. Rev. **7**, 18 und 355 (1916); *A. H. Compton*, Phys. Rev. **21**, 483 (1923)
- [11] *W. Nernst*, Kgl. Preuss. Akad. Wissen., Sitzungsberichte 1911, 306; S. 310
- [12] La théorie du rayonnement et les quanta, *P. Langevin* und *M. De Broglie* (Hrsg.), Gauthier-Villars, Paris (1912)

#) *J. Renn* (Hrsg.), Einstein's Annalen Papers, The Complete Collection 1901-1922, Wiley-VCH, ISBN 3-527-40564-X (2005)

18) Diskussion von *H. A. Lorentz* in [12], S. 8

19) CPAE **2**, Doc. 56, S. 542.

20) An *H. A. Lorentz*, 30. März 1909, in: CPE **5**, S. 166.

21) CPAE **2**, Doc. 60, S. 564-565 (482-483)

22) *M. Brillouin*, Anmerkung, in: [12], S. 451

#### Der Autor

**David C. Cassidy** hat sich mit seinen Forschungen und zahlreichen Veröffentlichungen einen Namen als Experte für die Geschichte der Physik, insbesondere in den USA und Deutschland, gemacht. Seit 1990 ist er Professor an der Hofstra University in New York. Besonders bekannt geworden ist Cassidy mit seiner hochgelobten Biografie über Werner Heisenberg (*Uncertainty*, 1992), für die er den Physics Science Writing Award des American Institute of Physics und den Pfizer Award der History of Science Society erhalten hat. Sieben Jahre lang war Cassidy Mitherausgeber der *Collected Papers of Albert Einstein*. In seinem Buch *Einstein and our World* (2. Aufl., 2004) zeichnet er Einsteins Einfluss auf die Physik und die zeitgenössische Kultur nach.

