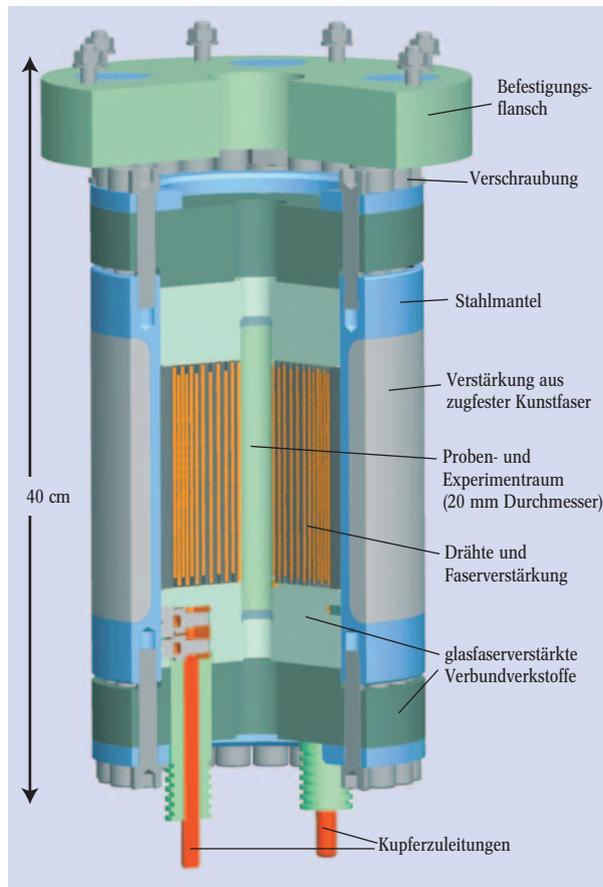


# Die Berechnung gepulster Magnetfeldspulen mittels der Methode der Finiten Elemente

Thomas Herrmannsdörfer, Sergei Zherlitsyn und Joachim Wosnitza

Die phänomenologischen Grundlagen und prinzipiellen Gesetzmäßigkeiten zur Berechnung von Feldern und Kräften in Magnetfeldspulen wurden bereits vor 185 Jahren von Hans Christian Oersted, André Marie Ampère, Jean-Baptiste Biot, Felix Savart und anderen geschaffen. Seit etwa 130 Jahren lassen sich Fragen des Elektromagnetismus mithilfe der Maxwell'schen Gleichungen umfassend bearbeiten. Man könnte daher annehmen, dass Magnetfeldspulen, die uns zudem in sämtlichen Bereichen des täglichen Lebens wie bei der Energieerzeugung, dem Transport, der Unterhaltungselektronik, der Datenverarbeitung oder der Medizintechnik als vertraute technische Komponenten begegnen, kaum mehr als ingenieurtechnische oder physikalische Herausforderung gelten. Insbesondere scheinen die Möglichkeiten grenzenlos zu sein, seit die Supraleitertechnik selbst spektakuläre Dauerstromspulen für z.B. Kernspin-Tomographen oder Fusionsexperimente ermöglicht. Dennoch kann die Berechnung von Magnetfeldspulen eine wissenschaftliche Herausforderung darstellen. Dies gilt z. B. für Spulen sehr hoher Feldhomogenität und Feldstabilität, insbesondere aber für Spulen besonders hoher Feldstärke.

In vielen Bereichen der Festkörperphysik, aber auch darüber hinaus gibt es in den letzten Jahren eine starke Tendenz hin zu höheren Magnetfeldern. Dies nicht zuletzt, da bedeutende Entdeckungen der Festkörperphysik, wie z. B. der ganzzahlige und der fraktionierte Quanten-Hall-Effekt, aber auch in anderen Wissenschaftsbereichen durch Experimente in hohen Magnetfeldern erzielt wurden.<sup>1)</sup> Um den wissenschaftlichen Ansprüchen auf zunehmend höhere Feldstärken



**Abb. 1:** Konstruktionskizze einer Hochfeld-Magnetspule zur Erzeugung von gepulsten Magnetfeldern bis zu 70 T und für Pulsdauern von etwa 20 ms. Zur Stromversorgung ist eine 1,5 MJ/24 kV-Kondensatorbank erforderlich, die einen Maximalstrom von etwa 23 kA durch die Spule produziert.

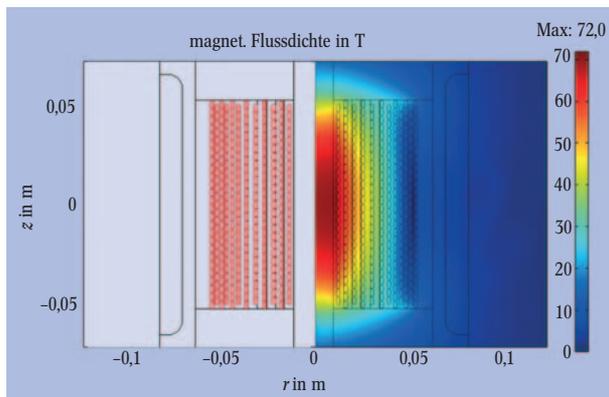
1) Ganzzahliger Quanten-Hall-Effekt: <http://nobelprize.org/physics/laureates/1985/klitzing-lecture.pdf>; Fraktionierter Quanten-Hall-Effekt: <http://nobelprize.org/physics/laureates/1998/stormer-lecture.pdf>

2) F. Herlach, N. Miura (Hrsg.), High Magnetic Fields, Techniques and Experiments, World Scientific, Singapore (2003)

3) [www.fz-rossendorf.de/HLD](http://www.fz-rossendorf.de/HLD)

4) [www.femlab.com](http://www.femlab.com)

Dr. Thomas Herrmannsdörfer, Dr. Sergei Zherlitsyn und Prof. Dr. Joachim Wosnitza, Institut Hochfeld-Magnetlabor Dresden, Forschungszentrum Rossendorf, Postfach 51 01 19, 01324 Dresden



**Abb. 2:** Berechnung der magnetischen Flussdichte einer gepulsten Magnetfeldspule mit Hilfe von FEMLAB®. Die linke Bildseite zeigt die Struktur der Spule mit rot hervorgehobenen Drähten in der r-z-Ebene (Längeneinheit = 1 m). Die Flussrichtung des elektrischen Stromes ist senkrecht zur Bildebene. Die Farbverteilung auf der rechten Seite veranschaulicht die räumliche Verteilung des Betrags der magnetischen Flussdichte zum Zeitpunkt des Maximalwertes von Feld (72 T) und Strom (23 kA). Die Zylindergeometrie der Spule ermöglicht eine zweidimensionale Berechnung und Darstellung.

gerecht zu werden, wurden in den letzten Jahren vor allem in USA, Japan und Europa mehrere Institute gegründet,<sup>2)</sup> die sich mit der Forschung in hohen Magnetfeldern beschäftigen. In Deutschland wird derzeit in Dresden ein Hochfeld-Magnetlabor aufgebaut, das ab 2007 als Nutzerlabor öffnen wird.<sup>3)</sup> In diesem Labor werden vor allem, wie bei den internationalen Partnern, Felder oberhalb 45 T angestrebt. Dieser Maximalwert für statische Magnetfelder, der zur Zeit und wohl auch langfristig gilt, lässt sich in einem weltweit einmaligen und aufwändigen Hybridsystem aus supraleitender Außen- und resistiver Innenspule erzeugen. Für Felder oberhalb von 45 T setzt man auf gepulste Magnetfeldspulen, in denen das Feld für eine Dauer von einigen zehn Millisekunden bis wenigen Sekunden aufgebaut wird. Dies hat nicht nur gewaltige ökonomische Vorteile hinsichtlich der Stromverbrauchs- und Investitionskosten, sondern erweitert insbesondere den zugänglichen Feldbereich, ohne dabei die messtechnischen Möglichkeiten wesentlich einzuschränken. In den Hochfeld-Magnetlabors in Dresden und in Los Alamos versucht man aktuell, diesen Feldbereich auf 100 T zu erweitern.

Der Bau von Spulen für extrem hohe Magnetfelder stellt allerdings eine hohe technische Herausforderung dar. Insbesondere in

den gepulsten Magnetfeldspulen für Felder oberhalb von 50 T (Abb. 1) treten hohe elektrische, thermische und mechanische Belastungen auf, die konstruktiv und seitens der numerischen Simulation nur aufwändig zu bewältigende Lösungen erfordern. Moderne Programmpakete wie FEMLAB<sup>®</sup>,<sup>4)</sup> die auf der Methode der Finiten Elemente beruhen, sind hierfür vielversprechende Planungswerkzeuge, die Simulationmöglichkeiten weit über die Berechnung der magnetischen Feldverteilung (Abb. 2) auf Basis des Biot-Savartschen Gesetzes hinaus bieten und in gepulsten Magnetfeldspulen eine Einschätzung der verschiedenen und teils gekoppelten Belastungen ermöglichen.

► **Elektrische Belastung:** Um effizient und schnell den zum Feldaufbau benötigten hohen Strom in einer Magnetfeldspule bereitstellen zu können, werden leistungsstarke Energiequellen, z. B. Schwungradgeneratoren oder neuerdings Hochenergie-Entladungskondensatoren mit kleiner Kapazität (350  $\mu$ F) aber hoher Ladespannung (24 kV) und somit hoher Speicherenergie (0,1 MJ) benutzt. Dies führt zu hohen elektrischen Spannungen von mehreren kV zwischen den Drahtlagen einer Spule. Typischerweise besteht eine Spule für gepulste Magnetfelder aus einigen hundert Drahtwindungen und etwa 10 bis 20

Drahtlagen. Um dem hohen Stromverbrauch der Spulen bis zu mehreren 100 kA gerecht zu werden, wird z. B. am Dresdner Hochfeldlabor zukünftig eine modulare Kondensatorbank aus 500 Pulscondensatoren mit einem Gesamtenergieinhalt von 50 MJ eingesetzt.

► **Thermische Belastung:** Die hohe thermische Belastung der gepulsten Magnetfeldspulen resultiert aus dem enormen Energieeintrag,  $Q = \int R(T(t)) \cdot I(t)^2 dt$ , der aufgrund der kurzen Pulsdauern keine effiziente Dauerkühlung mehr zulässt. Die Absorption des Energieeintrages kann folglich das Spulendrahtmaterial nur selbst über seine Wärmekapazität  $c$  mittels  $Q = \int c(T(t)) dt$  übernehmen. Um eine Überhitzung und Beschädigung der Drähte und angrenzenden

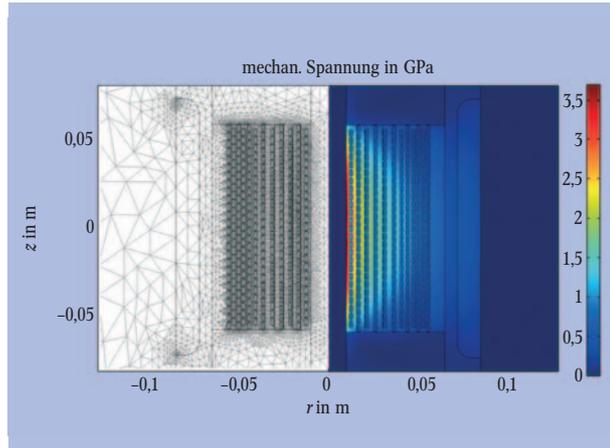
nischen Spannungsverteilung innerhalb der Spule hohe Spitzenbelastungen auf, die aus den unterschiedlichen Materialeigenschaften (z. B. unterschiedlichen Elastizitätsmodulen) der Spulen-Bauteile (Abb. 1) und des Werkstoffverbundes herrühren (Abb. 3).

Das Programmpaket FEMLAB® eignet sich direkt als Simulationswerkzeug für diese drei Belastungsszenarien, da es Physik-Module beinhaltet, die z. B. die Beschreibung der elektrischen Feldverteilung, des Aufwärm- und Abkühlverhaltens und der mechanischen Beanspruchung inklusive der Verformung (Abb. 4) erlauben.

Neben diesen prinzipiellen Belastungen treten zudem noch gekoppelte Belastungen auf, die eine sorgfältige Einschätzung und

len spielt das z. B. beim Magnetwiderstand  $R(T, B)$ , d. h. dem elektrischen Widerstand, der zusätzlich zur Temperatur  $T$  noch von der Größe des angelegten Magnetfeldes  $B$  abhängt, eine wichtige Rolle. Zusätzlich gibt es für FEMLAB® bereits unter Hinzunahme der Software Simulink®<sup>5)</sup> eine Möglichkeit, den Stromverlauf in gepulsten Magnetfeldspulen durch eine zusätzliche gekoppelte Simulation des elektrischen Entladungsvorganges der gepulsten Stromversorgung zeitabhängig zu beschreiben.

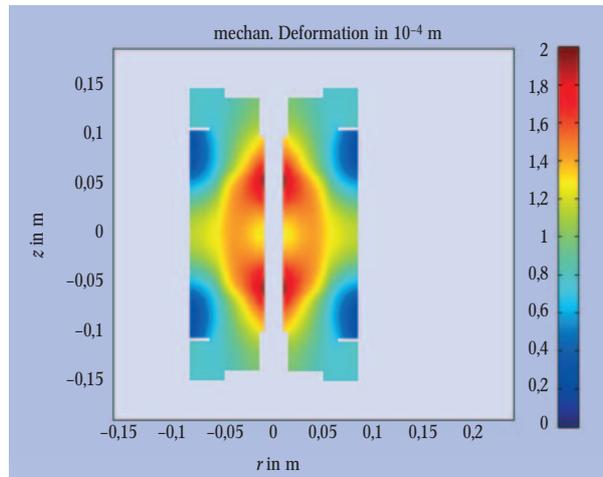
Abschließend sei betont, dass das Finite-Elemente-Programmpaket FEMLAB® bereits jetzt als leistungsfähiges Werkzeug zur Simulation von gepulsten Hochfeld-Magnetspulen eingesetzt werden kann und sicherlich zu



**Abb. 3:** Berechnung der Druckverteilung im Innern einer gepulsten Magnetfeldspule mit Hilfe der Multiphysics-Option von FEMLAB®. Auf der linken Seite der r-z-Ebene ist das von FEMLAB® im Vorfeld der Berechnung erzeugte Netzwerk der finiten Elemente dargestellt. Die rechte Seite veranschaulicht die räumliche Verteilung des Betrags der mechanischen von-Mises-Spannung während des Feldmaximums von etwa 72 T in Einheiten von GPa (10.000 bar). Zur Berechnung der Druckverteilung wurden zwei Module von FEMLAB® gekoppelt. Während das Electromagnetics Module die Feldverteilung und resultierende Lorentz-Kraftdichte ermittelt, übernimmt das Structural Mechanics Module die Berechnung der mechanischen Belastung unter Berücksichtigung der Geometrie und Materialeigenschaften der unterschiedlichen Spulenbauteile. Die größten Zugspannungen treten in der Faserverstärkung der inneren Drahtlagen aufgrund des höheren Elastizitätsmoduls von Faser (270 GPa im Falle der PBO-Faser) im Vergleich zum Kupferdraht (110 GPa) auf. Bei der dargestellten Berechnung wurden einige vereinfachte Randbedingungen und Annahmen wie z.B. die Isotropie von Materialkonstanten verwendet. Wie bei Abb. 2 wurde die Zylindergeometrie der Spule genutzt, die eine zweidimensionale Berechnung und Darstellung erlaubt.

Isolationsmaterialien und Kunstfasern zu vermeiden, werden die Spulen auf die Temperatur flüssigen Stickstoffs herunter gekühlt. Da die Maximaltemperatur nach einem Magnetpuls bestimmte kritische Werte nicht überschreiten darf, um z. B. Beschädigungen an der Drahtisolation und an angrenzenden Faserverbundwerkstoffen oder Epoxidharzen zu vermeiden, legen die spezifischen Eigenschaften wie der elektrische Widerstand  $R(T)$  und die Wärmekapazität  $c(T)$  des Drahtmaterials technologische Grenzwerte für die maximal erreichbare Magnetfeldstärke und deren Dauer fest.

► **Mechanische Belastung:** Die mechanische Belastung, insbesondere der über die Lorentz-Kraft erzeugte Druck, der sich in erster Näherung über  $P = B^2/2\mu_0$  abschätzen lässt, ist besonders problematisch und limitiert den zugänglichen Feldbereich über die Verfügbarkeit von elektrischen Leitermaterialien und Verstärkungsmaterialien geeigneter mechanischer Stabilität. Eine magnetische Flussdichte  $B = 50$  T hat bereits einen mechanischen Druck von 1 GPa zur Folge, bei dem klassische Konstruktionsmaterialien wie Edelstahl an die Grenze zum Versagen kommen. Der beim Betrieb einer Magnetfeldspule bei  $B = 100$  T anfallende Druck von 4 GPa geht mit deutlichen Komplikationen des zunächst einfachen konzeptionellen Aufbaus der Zylinderspulen einher (Abb. 1). Nur einige Kunstfasern sind in der Lage, mechanische Zugspannungen im Bereich von etwa 4 GPa entlang der Faserichtung abzufangen, von denen letztendlich nur Kohlefasern und PBO „Zylon“<sup>®</sup>-Fasern kommerziell und in notwendigen Mengen erhältlich sind. Zudem treten in der mecha-



**Abb. 4:** Berechnung der mechanischen Deformation aufgrund der Druckverteilung in einer gepulsten Magnetfeldspule mit Hilfe des Structural Mechanics Module von FEMLAB®. Die Farbskala zeigt die räumliche Verteilung des Betrags der Deformation (Kompression entlang der Zylinderachse und Expansion in Radialrichtung) während des Feldmaximums von etwa 70 T in Einheiten von  $10^{-4}$  m. Die größten Deformationen treten an den Enden der inneren Drahtlagen auf, an denen die Spulen, wie unsere derzeitigen Experimente zeigen, auch bei Überlastung in Realität versagen. Wie bei Abb. 2 und 5 wurde die Zylindergeometrie der Spule genutzt, die eine zweidimensionale Berechnung und Darstellung in der r-z-Ebene (Längeneinheit = 1 m) erlaubt.

Modellierung beim Design erfordern. Bei der Feldberechnung der gepulsten Magnetfeldspulen ist dies z. B. der Skin- und Wirbelstromeffekt, der seinerseits Auswirkungen auf die Erwärmung und Kraftverteilung hat. Ein weiteres Beispiel ist die von der Temperaturänderung der Spule hervorgerufene Volumenänderung und deren Beitrag zur mechanischen Spannungsverteilung. FEMLAB® bietet auch eine wichtige Lösungsmöglichkeit dieser gekoppelten Probleme. Unter Einsatz der Multiphysics-Option, d. h. dem sukzessivem oder gleichzeitigem Einsatz mehrerer Programm-Module, ist eine gekoppelte Berechnung der elektrischen, mechanischen und thermodynamischen Belastungen möglich. Darüber hinaus erlaubt es FEMLAB®, Materialeigenschaften als Funktionen zu definieren und mit gekoppelten Parametern zu versehen. Bei der Simulation von gepulsten Magnetfeldspu-

deren Optimierung beitragen wird. Aus Sicht des Anwenders sind allerdings noch Leistungssteigerungen, insbesondere eine höhere Anzahl von finiten Rechenelementen wünschenswert, die dann detaillierte 2D-Simulationen mit einer höheren Zahl von Freiheitsgraden erlauben würden. Die neueste Version 3.1 von FEMLAB® ermöglicht den Betrieb der Software auf 64-Bit-Prozessoren, sodass mittlerweile gekoppelte Simulationen mit einigen Millionen Elementen und Freiheitsgraden durchgeführt werden können. Der erstaunliche Fortschritt, den FEMLAB® in den letzten Jahren gezeigt hat bzw. das hohe Entwicklungspotenzial stimmt uns hoffnungsvoll, dass wir zukünftig auch komplizierte Fragestellungen, wie z. B. eine Simulation einer dreidimensionalen Pulsfeldspule mit vielen der in Abb. 1 gezeigten Details, durchführen können.