

# Qubits (fast) zum Anfassen

**Auch Festkörpersysteme, insbesondere Josephson-Kontakte, eignen sich für die Quanteninformationsverarbeitung**

Gerd Schön und Alexander Shnirman

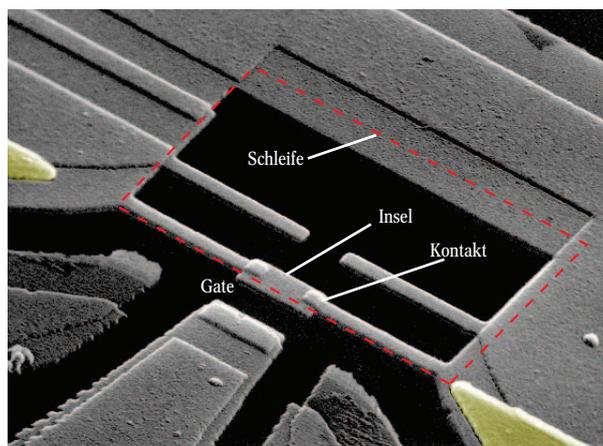
Bauelemente aus Festkörperstrukturen bieten für die Quanteninformationsverarbeitung mehrere Vorteile: Sie lassen sich schnell schalten, sie sind im Prinzip zu großen Systemen skalierbar und sie können in elektronische Kontroll- und Messkreise integriert werden. Allerdings führt die Kopplung an die externen Schaltkreise und die Umwelt auch zu Dekohärenz, deren Ursachen und Auswirkungen ein wesentlicher Schwerpunkt der aktuellen Forschung sind. Die größten Fortschritte wurden bislang mit Qubits erzielt, die auf Josephson-Kontakten beruhen.

Während die theoretischen Konzepte eines Quantencomputers schon weit gediehen sind, steckt die Entwicklung der nötigen Technologien noch in den Anfangsstadien. Ein Quantencomputer erfordert nämlich Bauelemente, die sich „quantenmechanisch kohärent“ mit der Zeit entwickeln, so wie es die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung beschreibt. Neben den Aktivitäten mit gespeicherten Atomen und Ionen gab es in den letzten Jahren auch zahlreiche Ideen und Experimente, um quantenmechanische Zustände in Festkörpersystemen zu manipulieren („quantum state engineering“). Nach ersten Arbeiten in den späten 90er-Jahren in Saclay und bei NEC in Tsukuba an supraleitenden Schaltungen gibt es inzwischen weltweit mehr als ein Dutzend Gruppen, viele davon mit langer Erfahrung auf dem Gebiet der Nanoelektronik, die auf diesem Gebiet arbeiten.

Zugegeben, wir sind noch weit entfernt von einem ernsthaft einsetzbaren Quantencomputer. Andererseits definieren die Ideen des Quantencomputers die Ziele und Spielregeln des „quantum state engineering“, und die Aktivitäten in dieser Richtung haben Forschung und Technologie schon große Schritte voran gebracht. Es bleibt zu hoffen, dass sich – so wie in der Vergangenheit bei vielen neuen Technologien – in Zukunft weitere Anwendungen der Quantentechnologie finden lassen, die kleinere Systeme und einfachere Algorithmen verlangen als z. B. die Faktorisierung großer Zahlen nach Shor. Ansätze

## KOMPAKT

- ▶ An Josephson-Qubits lassen sich inzwischen kohärente Oszillationen und andere Quanteneffekte nachweisen.
- ▶ Erste Erfolge wurden auch bei der Kopplung von Qubits erzielt, um Zustände zu verschränken oder logische Operationen auszuführen.
- ▶ Strategien zur Verringerung des Rauschens haben zu Kohärenzzeiten von bis zu  $1 \mu\text{s}$  geführt, was allerdings noch nicht zum Ausführen von Algorithmen ausreicht.
- ▶ Vielversprechend sind auch Ansätze, Qubits durch die Spinfreiheitsgrade einzelner Elektronen in Quantenpunktstrukturen zu realisieren.



**Abb. 1.** Auch Festkörpersysteme eignen sich als Qubits. Ein Beispiel dafür ist das „Quantonium“. Zentrales Element ist hier der Übergang zwischen schwach gekoppelten Supraleitern (Josephson-Kontakt). (Foto: SPEC, CEA-Saclay)

dafür sind zu erkennen, so zum Beispiel der Einsatz von Festkörper-Quanteninformationssystemen als sensitive Spektrometer für Rauschen.

Spin-1/2-Teilchen stellen ideale Qubits dar. In der Tat wurden an Kernspins in geeigneten Molekülen die bisher komplexesten Algorithmen, darunter die Faktorisierung der Zahl 15, demonstriert [1]. Elektronenspins erscheinen vielversprechend, wenn es gelingt, sie einzeln und paarweise quantenmechanisch zu manipulieren. Aber es bieten sich noch andere Möglichkeiten an, die zunächst zwar weniger ideal erscheinen, jedoch auf Grund einfacher und schneller Manipulierbarkeit sowie effizienter Messverfahren mehr Vorzüge bieten. So beschrieben Cirac und Zoller [2]<sup>1)</sup>, wie sich an Atomen mit vielen Niveaus die benötigten Quantenmanipulationen durch geeignete resonante Laserstrahlung durchführen lassen. Ähnliches gilt für die unten beschriebenen Festkörper-Qubits. Unter ihnen sind die Josephson-Qubits diejenigen, an denen bisher die am weitesten reichenden Ergebnisse erzielt worden. Im Folgenden sollen diese zunächst vorgestellt werden [3]. Danach werden wir auch auf Ideen und Vorzüge alternativer Festkörper-Realisierungen eingehen. Generell gilt, dass sich alle ins Auge gefassten physikalischen Realisierungen von Qubits an den Kriterien von David DiVincenzo ([4], vgl. den Infokasten im

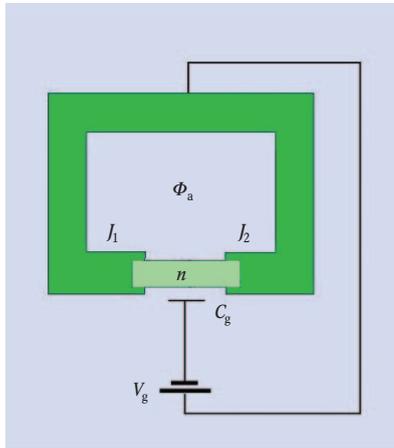
<sup>1)</sup> vgl. auch den Artikel von I. Cirac und P. Zoller in diesem Heft.

Prof. Dr. Gerd Schön und Dr. Alexander Shnirman, Institut für Theoretische Festkörperphysik, Universität Karlsruhe, 76128 Karlsruhe

einleitenden Artikel) messen lassen müssen, wobei für Anwendungen in der Quanten-Kommunikation noch weitere hinzukommen.

### Josephson-Qubits

Zunächst soll nun gezeigt werden, wie sich mithilfe von Josephson-Kontakten ein Zwei-Niveau-System realisieren lässt, das sich als Qubit eignet. Das Kernstück eines Josephson-Qubits ist ein Josephson-Kontakt (oder mehrere) mit kleiner Kapazität. (s. Infokasten „Joseph-



**Abb. 2:** Ein Josephson-Qubit besteht aus zwei Josephson-Kontakten  $J_1$  und  $J_2$ . Die Anzahl  $n$  der Cooper-Paare auf der Insel lässt sich über die Gatterspannung  $V_g$  verändern. Der aufgeprägte magnetische Fluss  $\Phi_a$  ist ein weiteres Kontrollfeld.

son-Kontakte“). Die wichtigen Freiheitsgrade sind die Phasendifferenz  $\theta$  der supraleitenden Ordnungsparameter auf beiden Seiten des Kontakts sowie die Ladung  $Q$  auf der Insel. Beide sind – wie Ort und Impuls eines Teilchens – als quantenmechanisch konjugierte Variablen zu interpretieren. Der Hamilton-Operator, der die in Abb. 2 gezeigte Schaltung beschreibt (Gl. (i) im Infokasten), hängt von zwei Kontrollfeldern ab, der angelegten Gatterspannung  $V_g$ , die über die Gatterkapazität  $C_g$  angekoppelt ist, und dem aufgeprägten magnetischen Fluss  $\Phi_a$  durch den Ring. Eine natürliche Basis bilden die Ladungszustände  $|n\rangle$ , die sich in der Zahl  $n$  der Cooper-Paare (relativ zu einem ladungsneutralen Referenzzustand) auf der Insel unterscheiden.

Abb. 3 zeigt die beiden niedersten Eigenenergien des durch den Hamilton-Operator (i) beschriebenen Systems als Funktion der zwei Kontrollfelder. In den so genannten Josephson-Ladungs-Qubits ist das Verhältnis  $E_C/E_J$  zwischen der kapazitiven Energie der Insel  $E_C$  und der Josephson-Kopplungsenergie  $E_J$  (vgl. Infokasten) groß. Höhere Eigenzustände spielen aufgrund ihrer hohen Energie keine Rolle. In anderen Realisierungen ist das Verhältnis  $E_C/E_J$  kleiner, und weitere Zustände liegen energetisch nahe. Dennoch kann man durch Resonanztechniken, wie sie aus der NMR und der Atomphysik bekannt sind, sicherstellen, dass man nur die beiden tiefsten Niveaus anspricht. Es reicht daher aus, das Quantensystem durch den effektiven Spin-Hamilton-Operator und Pauli-Matrizen darzustellen,

$$H = -\frac{1}{2} \Delta E_{ch}(V_g) \sigma_z - \frac{1}{2} E_J(\Phi_a) \sigma_x. \quad (1)$$

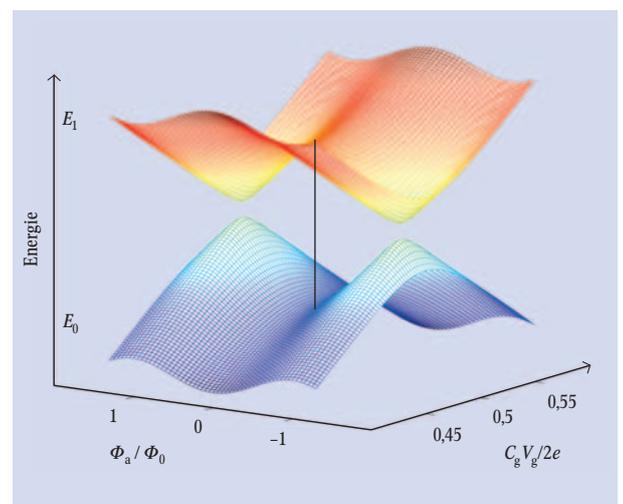
Die beiden Basiszustände  $|n\rangle$  und  $|n+1\rangle$  unterscheiden sich um eine Cooper-Paar-Ladung und die Ladungsenergie  $\Delta E_{ch}(V_g)$ . Beide werden durch die Josephson-Kopplungsenergie  $E_J(\Phi_a)$  quantenmechanisch kohärent gekoppelt. Die Diagonalisierung von Gl. (1) liefert

$$H = -\frac{1}{2} \Delta E(V_g, \Phi_a) \sigma_z$$

mit den Eigenzuständen  $|\psi_0\rangle$  und  $|\psi_1\rangle$ . Das System re-

duziert sich somit auf ein quantenmechanisches Zwei-Niveau-System und eignet sich damit prinzipiell als Qubit. (Wie sich mehrere dieser Qubits miteinander koppeln lassen, diskutieren wir weiter unten.)

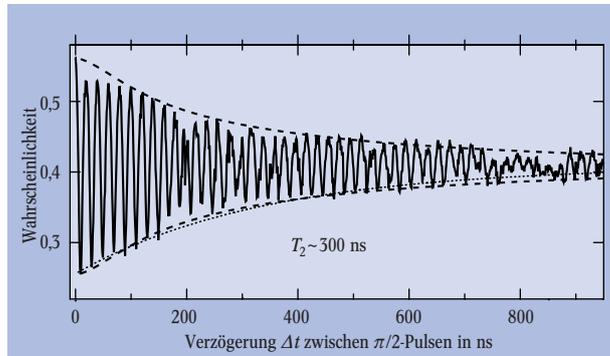
Inzwischen ist es gelungen, eine Reihe von Quanteneffekten an Josephson-Qubits, also makroskopischen Festkörperschaltungen zu beobachten. So zeigte V. Bouchiat in Saclay 1997, dass der Grundzustand des Systems (1) eine Superposition verschiedener Ladungszustände ist,  $|\psi_0\rangle = a|n\rangle + b|n+1\rangle$ , dessen Amplituden  $a$  und  $b$  – und entsprechend der Erwartungswert der Ladung – sich bei Variation von  $V_g$  kontinuierlich ändern. Einen Durchbruch auf dem Weg zum „quantum state engineering“, d. h. dem kontrollierten Schalten des Zustandes eines Quantensystems, erzielte die NEC-Gruppe 1999 [5]. Sie wies zum ersten Mal quantenmechanisch kohärente Oszillationen an einem Josephson-Qubit nach. Dazu wurde die Gatterspannung zunächst so gewählt, dass die Ladungsenergie dominiert,  $\Delta E_{ch}(V_g) \gg E_J(\Phi_a)$ . In Abb. 3 entspricht dies einem Bereich, in dem die Eigenenergien weit auseinander liegen. Relaxationsprozesse lassen das System in den Grundzustand zerfallen, der in diesem Parameterbereich in guter Näherung ein reiner Ladungszustand  $|n\rangle$  ist. Danach wurde die Gatterspannung  $V_g$  schnell in einen Bereich mit dominanter Josephson-Kopplung geschaltet (in Abb. 3 dort, wo beide Eigenenergien nahe beieinander liegen), was das System in eine Superposition der beiden Eigenzustände brachte,  $|\psi(t=0)\rangle = |\psi_0\rangle = \alpha|\psi_0\rangle + \beta|\psi_1\rangle$ . Das Quantensystem zeigt dann die entsprechenden kohärenten Oszillationen,  $|\psi(t)\rangle = \alpha e^{-iE_0 t/\hbar} |\psi_0\rangle + \beta e^{-iE_1 t/\hbar} |\psi_1\rangle$ . Zum Auslesen wurde nach einer Verzögerungszeit  $\tau$  wieder schnell zurück zum Ausgangswert geschaltet, in dem dann die Wahrscheinlichkeit, im angeregten Ladungszustand zu sein,  $\langle n+1|\psi(\tau)\rangle^2$ , gemessen wurde (und zwar als Strom über einen permanent angekoppelten Tunnelkontakt, was allerdings eine Störung der unitären Zeitentwicklung bewirkte). Diese Anregungswahrscheinlichkeit oszilliert mit einer Frequenz, die durch die Differenz der beiden Eigenenergien,  $\hbar\omega = E_1 - E_0$ , gegeben ist. Sie liegt im Bereich von  $f \geq 10$  GHz, was das Experiment schwierig macht, aber auch zeigt, dass Josephson-Bauelemente sehr schnell zu schalten sind. In den Experimenten der NEC-Gruppe von 1999 wurde (unter Ver-



**Abb. 3:** Die Energien der beiden niedersten Eigenzustände, die das Qubit realisieren, lassen sich mit Hilfe der zwei Kontrollfelder einstellen.

wendung von Echotechniken) eine Folge von bis zu 50 solcher kohärenten Oszillationen beobachtet. Dies entspricht einer Phasenkohärenzzeit von 5 ns. Abb. 4 zeigt ein jüngeres Ergebnis der Saclay-Gruppe mit deutlich längerer Kohärenzzeit von ca. 300 ns, das an dem in Abb. 1 abgebildeten „Quantronium“ gewonnen wurde.

Inzwischen haben verschiedene Gruppen weltweit ähnliche Experimente durchgeführt. Die Gruppe in Delft [7] demonstrierte als erste kohärente Oszilla-



**Abb. 4:** Die am Quantronium beobachteten kohärenten Oszillationen [6] mit einer Kohärenzzeit von 300 ns. Die dargestellten Oszillationen sind Schwebungen. Tatsächlich fanden im dargestellten Zeitfenster etwa  $10^4$  Oszillationen statt. Die gestrichelte Linie ist der im Text beschriebene Zerfall nach einem Potenzgesetz.

tionen an Josephson-Fluss-Qubits (mit  $E_J \gg E_C$ ), bei denen sich die zwei Basiszustände durch die Richtung eines Suprastromes in einer Ringgeometrie unterscheiden. In den meisten Fällen war das oben beschriebene, konzeptionell einfache schnelle Schalten nicht möglich. Stattdessen wurden Rabi-Resonanztechniken verwendet: In der Spin-Terminologie bedeutet dies, dass ein senkrecht zur Quantisierungsachse angelegtes resonantes Wechselfeld den Spin spiralförmig aus der  $z$ -Richtung herausdreht bis in die entgegengesetzte Richtung (siehe Abb. 5a) und wieder zurück. Indem die Dauer des Wechselfeldes geeignet gewählt wird, lässt sich eine  $\pi/2$ -Drehung in die  $x$ - $y$ -Ebene, also eine Superposition der Basiszustände mit gleicher Amplitude, erreichen. Diese Superposition entwickelt sich dann kohärent, bevor durch eine weitere Rabi-Drehung der Spin wieder um  $\pi/2$  gedreht wird. Abb. 5b zeigt dieses Protokoll, als „Ramsey-Fringes“ oder „free induction decay“ bezeichnet. Zusätzlich kann für Echo-Experimente nach der Hälfte der Dauer ein  $\pi$ -Puls durchgeführt werden.

Die Beispiele zeigen, dass bereits wesentliche Schritte in Richtung der DiVincenzo-Kriterien gelungen sind. Aktuell werden bei den Experimenten mit Festkörper-Qubits drei Stoßrichtungen verfolgt:

- ▶ Als eines der wichtigsten Probleme bleibt zu klären, was die Phasenkohärenzzeit beschränkt, und wie sie verbessert werden kann.
- ▶ Für fast alle interessanten Anwendungen ist es nötig, mehrere (eventuell sehr viele) Qubits zu koppeln.
- ▶ Schließlich gilt es, den quantenmechanischen Messprozess zu optimieren.

Diese Ziele erfordern es, verschiedene physikalische Realisierungen, Designs und Operationsprinzipien zu untersuchen und zu vergleichen, sowie die experimentellen Methoden (Nanostrukturierung, Tieftemperaturtechnik, Abschirmung, Hochfrequenztechnik, Messtechnik, ...) ständig zu verbessern – und alles an der Grenze des „state of the art“.

## Dekohärenz

Das größte Problem beim Einsatz von Festkörper-Quantensystemen liegt darin, dass sie relativ stark durch Rauschen beeinflusst werden. Selbst wenn das Experiment in abgeschirmter Umgebung durchgeführt wird, muss das Qubit notwendigerweise für die Manipulationen an einen externen Schaltkreis sowie an Messgeräte gekoppelt werden. Diese verursachen Spannungsfluktuationen  $\delta V(t)$ , die so wie die Kontrollspannungen an das Qubit koppeln. Ihre Stärke und Spektrum, d. h. die Fourier-Transformierte der (symmetrisierten) Korrelationsfunktion, hängen vom Widerstand  $R$  und der Temperatur des Schaltkreises ab (Johnson-Nyquist-Rauschen):

$$S_{\delta V}(\omega) \equiv \int dt \frac{1}{2} \langle \{ \delta V(t), \delta V(0) \}_+ \rangle e^{i\omega t}$$

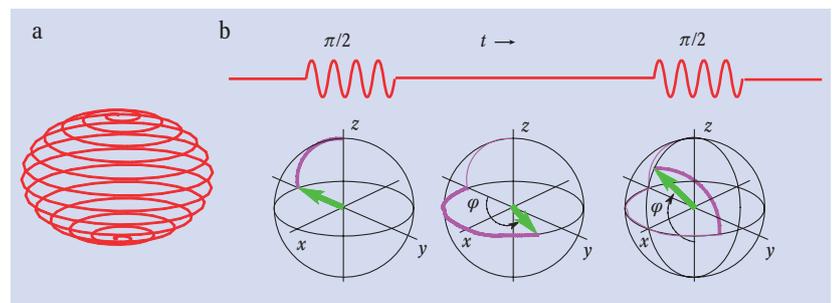
$$= \hbar \omega R \coth(\hbar \omega / 2k_B T).$$

Darüber hinaus zeigten bisher alle Experimente den Einfluss materialspezifischer Fluktuationen. So leiden die Josephson-Ladungs-Qubits unter starken Spannungsfluktuationen im Substrat oder in den Kontakten, weil sich Ladungen auf oder zwischen Störstellen bewegen und Einzelladungssysteme eben sehr sensitive Messgeräte dafür sind. Die Analyse der Experimente, speziell von Echoexperimenten mit variabler Zeitdauer, zeigt, dass diese Fluktuationen ein  $1/f$ -Rauschspektrum,  $S_{\delta V}(\omega) \propto 1/\omega$ , besitzen. Josephson-Fluss-Qubits [7] sollten eigentlich wenig empfindlich auf Ladungsfluktuationen sein, allerdings begrenzen auch hier nicht klar identifizierte quasistatische Rauschquellen die Kohärenz.

Die Rauschquellen werden im Folgenden mit  $X(t)$  bezeichnet. Neben ihrem Spektrum  $S_X(\omega)$  sowie der Verteilung (Gaußsch verteilt, wenn es sich um viele, schwach ankoppelnde Rauschquellen handelt) spielt es eine wesentliche Rolle, wie das Rauschen an das Qubit ankoppelt. Die natürliche Basis sind die Eigenzustände des ungestörten Qubits. Dann kann das Rauschen „longitudinal“ ( $\parallel$ ) oder „transversal“ ( $\perp$ ) ankoppeln:

$$H = -\frac{1}{2} \Delta E (V_g, \Phi_a) \sigma_z + \frac{1}{2} X_{\parallel} \sigma_z + \frac{1}{2} X_{\perp} \sigma_x. \quad (2)$$

Transversales Rauschen führt zu Relaxationsprozessen zwischen den Eigenzuständen hin zu einer thermischen Gleichgewichtsverteilung. Für die in der NMR-Literatur mit  $1/T_1$  bezeichnete Rate gilt nach der goldenen Regel  $1/T_1 = S_{X_{\perp}}(\omega = \Delta E)/2$ . Longitudinales Rauschen führt dagegen zu Dekohärenz, d. h. zum Zerfall von Nebendiagonalkomponenten der Dichtematrix, oder



**Abb. 5:** Rabi-Oszillationen drehen den Spin (a). Das lässt sich im „Ramsey-Fringes“-Protokoll (b) nutzen, um zwischen zwei Basiszuständen zu schalten. (Die

Darstellung auf der Bloch-Kugel im mitrotierenden Bezugssystem zeigt nicht die Larmor-Präzession.)

in der NMR-Sprache zum Zerfall von transversalen Komponenten der Magnetisierung. Wenn das Spektrum des Rauschens bei niedrigen Frequenzen endlich ist, zerfällt die Kohärenz exponentiell mit der Rate  $1/T_2 = 1/2T_1 + S_{X||}(\omega \approx 0)/2$ . Offensichtlich gilt diese Formel nicht bei Rauschen mit  $1/f$ -Spektrum, wo  $S_{X||}(\omega) \propto \Gamma_{1/f}^2/\omega$  für  $\omega \rightarrow 0$  divergiert. In diesem Fall zeigt es sich, dass die Kohärenz nach dem Gesetz  $|Q_{01}(t)| \propto \exp(-\Gamma_{1/f}^2 t^2)$  zerfällt.

Kürzlich gelang es der NEC-Gruppe, die beschriebenen Relationen für die Relaxations- und Dekohärenzraten sehr direkt zu bestätigen [8]. In ihren Experimenten mit Josephson-Ladungs-Qubits sind die dominanten Rauschquellen Ladungsfluktuationen, die gleichzeitig zu Relaxations- und Dekohärenzprozessen führen, deren relative Stärke mit der Gatterspannung und dem Fluss variiert werden kann. Die Messung der Relaxationsrate zeigt ein Ohmsches Rauschspektrum bis zu hohen Frequenzen  $f \approx 100$  GHz, während der gleichzeitig beobachtete Zerfall der Kohärenz auf ein  $1/f$ -Spektrum bei niedrigen Frequenzen deutet. Dabei zeigt sich überraschenderweise, dass das  $1/f$ -Spektrum temperaturabhängig ist und in der Stärke mit dem hochfrequenten Anteil korreliert, was sich durch die Formel  $S_X(\omega) \approx a(k_B T)^2/\hbar\omega + a\hbar\omega$ , mit gleichem Vorfaktor  $a$  für beide Anteile, zusammenfassen lässt. Das Ergebnis deutet darauf hin, dass dieselben mikroskopischen Quellen (vermutlich weitere Zwei-Niveau-Systeme) für beide Frequenzbereiche verantwortlich sind [9]. Dieses Beispiel (eines unter mehreren) zeigt, wie der Einsatz eines Qubits neue Erkenntnisse über das Rauschen liefert, und weist eine wichtige Anwendungsperspektive auf.

Eine Strategie, um in Gegenwart des offensichtlich unvermeidbaren  $1/f$ -Rauschens möglichst lange Phasenkohärenzzeiten zu erzielen, geht auf die Saclay-Gruppe zurück [6]. Sie besteht darin, den dominanten Mechanismus der Dekohärenz, das longitudinal ankoppelnde  $1/f$ -Rauschen, durch Wahl eines „optimalen“ Arbeitspunktes auszuschalten. Als solchen wählten sie einen Punkt, bei dem der Energieunterschied zwischen den beiden tiefsten Niveaus ein Sattelpunkt als Funktion der Gatterspannung und des Flusses ist (siehe die Markierung in Abb. 3). Hier führen Schwankungen in beiden Kontrollfeldern nur zu quadratisch kleinen Änderungen des Energieunterschieds und entsprechend nur zu schwächerer Dekohärenz. Wir konnten zeigen, dass quadratisch ankoppelndes  $1/f$ -Rauschen zu einem relativ langsamen Zerfall der Kohärenz nach einem Potenzgesetz  $|Q_{01}(t)| \propto (1 + \Gamma_{1/f}^2 t^2)^{-1/4}$  führt [10]. Mit dieser Strategie, kombiniert mit geeigneter Wahl der Systemparameter, um die Empfindlichkeit auf Ladungsrauschen von vornherein gering zu halten, wurden im Experiment die langen Phasenkohärenzzeiten von 300 ns, wie in Abb. 4 gezeigt, und mehr erreicht. Auch die Zeitabhängigkeit des Zerfalls nach dem Potenzgesetz (gestrichelte Linie in Abb. 4) passt qualitativ gut. Die beschriebene Strategie wurde inzwischen von mehreren Gruppen an verschiedenen Josephson-Qubits erfolgreich angewandt. Die erreichten Werte der Kohärenzzeit im Bereich von 1  $\mu$ s reichen zwar noch nicht aus für ernstzunehmende logische Algorithmen (eine weitere Verbesserung um einen Faktor 100 wird angestrebt), aber die Fortschritte sind sehr ermutigend.

## Kopplung von Qubits

Nach dem Nachweis der kohärenten Oszillationen einzelner Qubits besteht das nächste Ziel darin, mehrere Qubits zu koppeln, z. B. um verschränkte Zustände mit all ihren speziellen Eigenschaften zu erzeugen oder um logische Operationen durchzuführen. Bei Josephson-Ladungs-Qubits erscheint eine direkte kapazitive Kopplung der Ladungen auf den Inseln am einfachsten, bei Fluss-Qubits ist entsprechend eine induktive Kopplung angebracht. Beides wurde in der Tat inzwischen erfolgreich demonstriert. Der NEC-Gruppe gelang es an Ladungs-Qubits, eine CNOT-Operation durchzuführen [11], wenn auch bisher nur mit begrenzter Verlässlichkeit. Die Gruppen in Delft [7] und Jena [12] beobachteten an Fluss-Qubits, dass die Eigenzustände des gekoppelten Systems die erwartete Superposition und Tunnelaufspaltung zeigen.

Die bisherigen Experimente arbeiteten mit einer festen Kopplung, was im Prinzip ausreicht, aber für anspruchsvollere Algorithmen wäre es erstrebenswert, die Kopplungen ein- und ausschalten zu können, z. B. in Analogie zu der Kopplung von Ionen in Fallen über Oszillatormoden. Für Festkörper-Qubits, die mit Ladungen arbeiten, liegt es nahe, sie über einen LC-Oszillator zu koppeln [3]. Einen wichtigen Schritt in dieser Richtung gelang der Gruppe in Yale [13], indem sie einen supraleitenden Resonator mit einem Josephson-Qubit stark gekoppelt hat. Das System stellt dann eine Realisierung der „Cavity-QED“ dar, die bisher nur in atomaren Systemen gelungen war. Das Qubit spielt die Rolle eines Atoms, das kohärent an die elektromagnetischen Moden (Photonen) der Kavität gekoppelt ist. Auf diese Weise wurden die sog. Vakuum-Rabi-Oszillationen beobachtet, bei denen ein einzelnes Photon vom Qubit in die leere Kavität emittiert und dann wieder absorbiert wird. Die Frequenz der Oszillationen hängt von der Stärke der Kopplung ab und betrug im Experiment ungefähr 10 MHz, viel größer als die Dekohärenzrate des Systems ( $\sim 1$  MHz). Dieser Erfolg eröffnet gute Perspektiven für die kontrollierte Kopplung mehrerer Qubits, wobei die Kavität mit ca. 1 cm groß genug für Hunderte von Qubits ist.

## Der Ausleseprozess

Ein wesentlicher Teil jedes Experiments an Quanteninformationssystemen und geplanten Algorithmen ist das Auslesen des Endzustandes durch einen quantenmechanischen Messprozess. In den Quantenmechanik-Vorlesungen haben wir darüber meist nicht viel mehr gelernt, als dass wir dafür auf eine Basis von Zuständen projizieren. Die Arbeiten an den Quanteninformationssystemen machen aber die spezifischen Anforderungen deutlich. Zum einen muss der Messprozess schaltbar sein, da er ansonsten die gewünschte kohärente Zeitentwicklung vor der Messung stören würde. Zum anderen muss er den Zustand eines mikroskopischen Systems in eine makroskopisch ablesbare Größe umsetzen. Schließlich sollten möglichst schon einzelne Messprozesse („single shot“) Information über den Zustand liefern (abgesehen natürlich von der für die Quantenmechanik spezifischen Notwendigkeit wiederholter Messungen bei Superpositionen), und das Signal soll deutlich über dem Rauschen sichtbar und die beiden Zustände auflösbar sein („visibility“).

Bei Festkörper-Quanteninformationssystemen sollten die Anforderungen an den Ausleseprozess lösbar sein. Die Zustandsmessung eines Josephson-Ladungs-

Qubits erfordert es, eine Ladung von der Größenordnung der Elementarladung zu messen. Dies ist aber genau das, was Einzelelektronentransistoren, hergestellt mit derselben Technologie auf demselben Chip, in hervorragender Weise leisten. Bei Fluss-Qubits wird die Messung genau so passend mittels SQUIDS durchgeführt. Verschiedene Messprinzipien bieten sich an. Ein Einzelelektronentransistor kann als linearer Verstärker den Unterschied der Messgröße von weniger als einer Elementarladung in makroskopisch unterscheidbare Tunnelströme umsetzen [3]. Schneller und rückwirkungsärmer ist eine Messung der linearen Antwort in Betrag oder Phase eines an das Qubit angekoppelten LC-Kreises [13]. Ein anderes Messprinzip beruht auf dem Schalten an der Grenze eines „thresholds“. Auch hier sind Josephson-Bauelemente besonders geeignet, da bis zu einem kritischen Wert Supraströme, darüber aber dissipative Ströme fließen.

Nach anfänglichen Schwierigkeiten gelang es inzwischen an mehreren Beispielen, nahezu „single shot“ Messungen mit genügender „visibility“ durchzuführen. Die Experimente bestätigen so nebenbei, was wir von einem Quantensystem erwarten, z. B. dass man bei einer Superposition den einen oder anderen Wert der Messgröße mit der entsprechenden Wahrscheinlichkeit

misst, und erst eine genügende Anzahl von Messungen die Koeffizienten der Superposition liefert.

### Andere Festkörper-Qubits

Zuletzt wollen wir noch auf alternative Festkörperrealisierungen für Qubits eingehen und auch mit den Realisierungen durch Kernspins vergleichen. Was wir für Cooper-Paar-Ladungen in Josephson-Ladungsqubits beschrieben haben, lässt sich direkt auf Elektronen in gekoppelten Quantenpunktsystemen übertragen. Allerdings muss ein solches Quantenpunkt-Qubit so klein sein und durch geeignete Gatterspannungen in einem Bereich arbeiten, dass ein einzelnes Elektron kohärent zwischen zwei Positionen, z. B. zwei Quantenpunkten, tunnelt. Dennoch gelang es, an einem solchen System ein Experiment durchzuführen, das dem ersten Experiment der NEC-Gruppe ähnelt [14]. Außerdem haben mehrere Gruppen, darunter vom CeNS in München, an komplexeren Systemen von Quantenpunkt-Qubits die Kopplung von Qubits im Gleichgewicht gezeigt.

Elektronenspins sind perfekte quantenmechanische Zwei-Zustands-Systeme und können – in Quantenpunktsysteme eingebracht – einzeln adressiert werden [15]. Die nötigen Manipulationen lassen sich durch Variation des elektrischen Potentials, das die Struktur

### Josephson-Kontakte

#### Klassische Josephson-Kontakte:

Supraleiter haben einen komplexen Ordnungsparameter, dessen Betrag proportional ist zur Energielücke  $\Delta$  im Anregungsspektrum. Die Phase spielt eine Rolle, wenn zwei Supraleiter über einen Tunnelkontakt gekoppelt sind. Seit der Arbeit von Josephson wissen wir, dass abhängig von der Phasendifferenz  $\theta$  ein Suprastrom  $I = I_c \sin\theta$  durch den Kontakt fließt mit einem maximalen „kritischen“ Strom  $I_c$ . Weiterhin wissen wir, dass bei einer angelegten Spannung  $V$  die Phase sich zeitlich ändert,  $\hbar d\theta/dt = 2eV$ . Der Kontakt hat i. A. auch eine Kapazität  $C$  und häufig einen parallel geschalteten Ohmschen Widerstand  $R$ . Ein aufgeprägter Strom  $I_a$  kann dann als Suprastrom durch den Kontakt oder dissipativ durch den Widerstand fließen oder die Kapazität aufladen. Die Balance der Ströme lautet also

$$C(\hbar\ddot{\theta}/2e) + (\hbar\dot{\theta}/2e)/R + I_c \sin\theta - I_a = 0.$$

Dieses so genannte RSJ-Modell stellt die Basis für die Beschreibung klassischer Josephson-Kontakte dar. Interessant ist zu beobachten, dass die Strombalance die Form einer klassischen Bewegungsgleichung eines Teilchens mit „Masse“  $C$  und „Koordinate“  $\hbar\theta/2e$  hat, das einer Geschwindigkeits-proportionalen Dämpfung ( $\propto 1/R$ ) unterliegt und sich in einem gekippten Wellblechpotential  $U(\theta) = -E_J \cos\theta - I_a \hbar\theta/2e$  mit  $E_J = I_c \hbar/2e$  bewegt. Wenn der Josephson-Kontakt in einen supraleitenden Ring eingebettet ist, addiert die magnetische Energie einen quadratischen Term zum Potential  $U(\theta)$ , was dann in geeigneten Parameterbereichen die Form eines Doppelmuldenpotentials annimmt.

#### Makroskopische Quanteneffekte in Josephson-Kontakten:

Abgesehen von der Dämpfung, die man durch ein geeignetes Bad von mikroskopischen Freiheitsgraden modellieren kann, ist das System also durch die Hamiltonfunktion  $H = Q^2/2C + U(\theta)$  beschrieben, wobei die Ladung  $Q$  der zur „Koordinate“  $\hbar\theta/2e$  gehörende (verallgemeinerte) „Impuls“ ist. Seit den Arbeiten von Caldeira und Leggett in den frühen 80er-Jahren ist bekannt, dass sich diese klassische Beschreibung auf eine quantenmechanische verallgemeinern lässt. Ladung und Phasendifferenz sind dann als quantenmechanisch konjugierte Operatoren zu interpretieren,

$$Q = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial(\hbar\theta/2e)}.$$

Experimente, in den 80er-Jahren an Josephson-Kontakten mit schon recht kleinen Kapazitäten im Bereich von  $C \approx 10^{-12}$  F durchgeführt, bestätigten diese Ideen. Konkret wurde gezeigt, dass die Phase durch einen Parameterbereich, der klassisch aufgrund zu geringer Energie verboten ist, tunnelt kann („makroskopisches Quantentunneln“). Auch die Quantisierung der Eigenzustände im Potential wurde nachgewiesen. Kohärente Oszillationen eines Quantensystems, das in einer Superposition von Eigenzuständen (z. B. im Doppelmuldenpotential) präpariert ist, wurden damals trotz großer Anstrengungen nicht nachgewiesen.

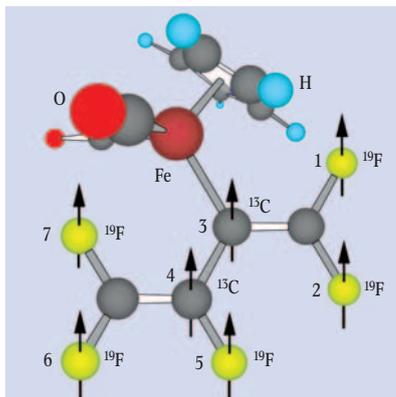
**Supraleitende Ladungsschachteln:** In „Einzelladungstransistoren“ (Abb. 2) mit Kontaktkapazitäten im Bereich von  $10^{-15}$  F und bei Temperaturen unterhalb 1 K lässt sich die Zahl der Elektronen auf der Insel wegen der so genannten Coulomb-Blockade durch die angelegte

Gatterspannung auf einzelne Elementarladungen genau kontrollieren. Berücksichtigen wir noch, dass bei tiefen Temperaturen wegen der supraleitenden Energielücke  $\Delta$  keine Quasiteilchenanregungen mit Ladung  $e$  existieren, sondern nur Cooper-Paare, dann gilt  $Q = 2ne$ , wobei  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  die Zahl der Cooper-Paar-Ladungen relativ zu einem ladungsneutralen Referenzzustand zählt. Cooper-Paar-Tunneln ändert diese Ladung und macht es nötig,  $Q$  wieder als einen zur Phasendifferenz konjugierten quantenmechanischen Operator zu interpretieren. Der Hamilton-Operator des in Abb. 2 dargestellten Systems lautet somit

$$H = E_C(Q/e - N_g)^2 - E_J(\Phi_a) \cos\theta \\ = \sum_n \left\{ E_C(2n - N_g)^2 |n\rangle\langle n| \right. \\ \left. - \frac{1}{2} E_J(\Phi_a) [|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n|] \right\}. \quad (i)$$

Der Ladungsterm hat als Skala die durch die Kapazität der Insel gegebene Energie  $E_C = e^2/2C$ . Er lässt sich durch die angelegte Gatterspannung, die in  $N_g = C_g V_g/e$  eingeht, kontrollieren. Im Potentialterm des Hamilton-Operators ist berücksichtigt, dass in einer Anordnung wie in Abb. 2 die effektive Josephson-Kopplung noch durch ein angelegtes Magnetfeld, das den Fluss  $\Phi_a$  in dem Ring bestimmt, beeinflusst werden kann. Bei symmetrischen Kontakten gilt  $E_J(\Phi_a) = E_J \cos(2\pi\Phi_a/\Phi_0)$  ( $\Phi_0 = hc/2e$  ist das supraleitende Flussquant). In der zweiten völlig äquivalenten Form in Gl. (i) haben wir den Hamilton-Operator in einer Basis von Ladungszuständen  $|n\rangle$  ausgedrückt. Die Ladungsenergie ist dann diagonal, Cooper-Paar-Tunneln mit Amplitude  $E_J(\Phi_a)$  ändert den Zustand jedoch um  $\pm 1$  Cooper-Paar.

definiert, kontrollieren. Das Interesse an diesen Systemen ist hoch, weil man beobachtet hat, dass die Phasenkohärenzzeit der Spins länger ist als die der orbitalen Freiheitsgrade. Inzwischen gelang es zu zeigen, dass zum Auslesen die Zeeman-Aufspaltung in Verbindung mit „threshold“-Übergängen benutzt werden kann [16]. In allerletzter Zeit wurde ein Durchbruch bei der Manipulation einzelner Elektronenspins berichtet [17]. In einem Doppel-Quantenpunktsystem mit zwei Elektronen gelang es, kontrolliert Superpositionen eines Singlett- und eines ( $m=0$ ) Triplett-Spinzustands, die die beiden Basiszustände eines Qubits darstellen, zu erzeugen und zu manipulieren, ähnlich wie es oben im Zusammenhang mit den Experimenten der NEC-Gruppe [5] beschrieben war. Die Experimente werfen neue Fragen auf und sollten in mancher Weise verbessert werden (z. B. was den Einfluss der Kernspins betrifft), aber nach diesem Durchbruch ist zu erwarten, dass weitere kohärente Manipulationen sowie die Kopplung



**Abb. 6:** Mit sieben individuell adressierbaren Kernspins ( $^{19}\text{F}$  bzw.  $^{13}\text{C}$ ) in einem Perfluorobutadienyl-Eisen-Komplex lässt sich ein einfacher Quantenalgorithmus ausführen (Quelle: IBM).

durch ihre verschiedenen Larmor-Frequenzen individuell adressiert und nach NMR-Methoden manipuliert werden konnten (Abb. 6). Es wird interessant sein zu verfolgen, was mit derartigen Experimenten noch alles zu erreichen ist – allerdings ist nicht zu erwarten, dass wesentlich komplexere Manipulationen möglich sind. Probleme liegen in der fehlenden Skalierbarkeit (individuell adressierbare Kernspins müssen verschiedene Larmor-Frequenzen haben) und der Tatsache, dass der Ausgangszustand wegen des kleinen magnetischen Moments der Kernspins bei Raumtemperatur (die Moleküle müssen in einer Flüssigkeit sein) nur sehr schwach polarisiert ist. Entsprechend ist das Signal klein im Vergleich zum Rauschen. Schließlich ist noch zu bemerken, dass die Kopplungsenergien der Kernspins im Bereich von wenigen kHz liegen, und daher die Manipulationen sehr langsam sind. Einige der genannten Beschränkungen lassen sich lösen, wenn man die Kernspins in Festkörperstrukturen einbringt. B. Kane stimulierte das Gebiet mit seinem Vorschlag, dies durch Dotieren von nanoelektronischen Schaltungen mit geeigneten Atomen (z. B. Phosphor in Silizium) zu erreichen, erfolgreiche Demonstrationen von Quantenmanipulationen stehen allerdings noch aus.

### Ausblick

Die Frage drängt sich auf, welche der verschiedenen physikalischen Realisierungen die beste ist und welche

bevorzugt entwickelt werden sollte. Unserer Meinung nach sollte diese Frage so nicht gestellt werden. Wir hoffen und erwarten, dass die Anstrengungen in Richtung Quantencomputer, wie bei vielen anderen Neuentwicklungen in der Vergangenheit, diverse „Spin-offs“ mit sich bringen werden. Da verschiedene physikalische Realisierungen verschiedene Anwendungsmöglichkeiten eröffnen können, sollten sie daher parallel verfolgt werden. Ein Beispiel haben wir oben beschrieben, den Einsatz von Festkörper-Qubits als Spektrometer für materialspezifisches Rauschen. Außerdem haben wir gesehen, wie stark die Arbeiten an den verschiedenen physikalischen Systemen die jeweilige Technologieentwicklung vorangetrieben haben. Beispiele sind die Hochfrequenztechniken im Umgang mit Josephson-Qubits oder auch die Messung einzelner Elektronenspins. Große Erwartungen setzen wir auch in die interdisziplinäre Forschung, z. B. das Zusammenarbeiten der Quantenoptik und der Festkörperphysik. All diese Experimente sind aber schwierig, und der Fortschritt geschieht auf der Zeitskala von mehreren Jahren.

### Literatur

- [1] L. M. K. Vandersypen et al., *Nature* **414**, 883 (2001)
- [2] J. I. Cirac und P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4091 (1995)
- [3] Yu. Makhlin, G. Schön und A. Shnirman, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 357 (2001)
- [4] D. P. DiVincenzo, in: L. L. Sohn et al. (Hrsg.), *Mesoscopic Electron Transport*, Kluwer (1997), S. 657
- [5] Y. Nakamura, Yu. A. Pashkin und J. S. Tsai, *Nature* **398**, 786 (1999)
- [6] D. Vion et al., *Science* **296**, 886 (2002); G. Ithier et al., *cond-mat/0508588*, erscheint in *Phys. Rev. B*
- [7] I. Chiorescu et al., *Science* **299**, 1869 (2003)
- [8] O. Astafiev et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 267007 (2004)
- [9] A. Shnirman et al., *Phys. Rev. Lett.* **94**, 127002 (2005)
- [10] Yu. Makhlin und A. Shnirman, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 178301 (2004)
- [11] T. Yamamoto et al., *Nature* **425**, 941 (2003)
- [12] A. Izmailkov et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 037003 (2004)
- [13] A. Wallraff et al., *Nature* **431**, 162 (2004)
- [14] T. Hayashi et al., *Phys. Rev. Lett.* **91**, 226804 (2003)
- [15] D. Loss und D. P. DiVincenzo, *Phys. Rev. A* **57**, 120 (1998)
- [16] R. Hanson et al., *Phys. Rev. Lett.* **94**, 196802 (2005)
- [17] J. R. Petta et al., *Science* **309**, 2180 (2005)

### Die Autoren

**Gerd Schön** hat in Karlsruhe, Dortmund und Stanford Physik studiert und 1976 in Dortmund promoviert. Nach Postdoc-Aufenthalten u.a. in Cornell und Santa Barbara war er von 1988 bis 1991 Physikprofessor an der TU Delft, bevor er 1991 einem Ruf an die Uni Karlsruhe folgte. Seine Arbeitsgebiete sind die Supraleitung, der Elektronentransport in Nano-



strukturen sowie Quanteninformation. **Alexander Shnirman** wurde in der Ukraine geboren und ist israelischer Staatsbürger. Er studierte Physik an der Kharkov und der Donetsk State University in der Ukraine und promovierte 1998 an der Uni Tel Aviv. Nach einem Postdoc-Aufenthalt in Urbana-Champaign ist er seit 1999 an der Uni Karlsruhe als Assistent in Forschung und Lehre tätig.