

# Drudes Weg zur Festkörperphysik

Der Brückenschlag von der physikalischen Optik zur Elektrodynamik der Festkörper

Martin Dressel, Kurt Laßmann und Marc Scheffler

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts entwickelte Paul Drude ein Modell zum Verständnis der metallischen Leitfähigkeit, in dem er die damals noch junge Idee des Elektrons mit den Vorstellungen der kinetischen Gastheorie und der Maxwellschen Theorie der elektromagnetischen Wellen verknüpfte. Dieses so genannte Drude-Modell konnte mit einem Schlag viele beobachtete Phänomene zumindest qualitativ gut beschreiben. Obwohl noch ganz der klassischen Physik verhaftet, war es ein wichtiger Vorstoß ins Neuland der modernen Festkörperphysik. Und auch gegenwärtige Festkörperprobleme zeigen: Drudes Modell ist noch immer aktuell.

Im 19. Jahrhundert zerbrachen sich die Physiker über die folgenden großen Fragen den Kopf: Was ist die Natur der Lichtwellen und ihres mutmaßlichen Ausbreitungsmediums, des Äthers? Ist die Materie atomistisch strukturiert und wie sieht diese Struktur überhaupt aus? Und wie versteht man aus einer solchen Struktur ihre physikalischen Eigenschaften?

Bis zur Jahrhundertwende fanden sich erste befriedigende Antworten: James C. Maxwells elektromagnetische Theorie des Lichts bot eine überzeugende Alternative zur Hypothese eines elastischen Äthers. Sein berühmtes „Treatise“ erschien bereits 1873, aber erst als Heinrich Hertz 1888 die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen und 1894 ihre „optischen“ Eigenschaften, also Lichtgeschwindigkeit, Polarisation und Brechung, nachwies, wurde Maxwells Theorie allgemein akzeptiert. Auch die Vorstellung vom atomaren Aufbau der Materie gewann mit Hilfe zahlreicher Physiker, darunter Claudius, Maxwell, Loschmidt und Boltzmann, an Konsistenz und Klarheit.

Hinzu kamen wichtige Erkenntnisse zur Natur der elektrischen Ladung: 1874 entwickelte der Brite G. Stoney und unabhängig von ihm 1881 Hermann v. Helmholtz das Konzept des „elektrischen Elementarquantums“, das Stoney später „Elektron“ nannte. Dann, 1895, wies der Franzose Jean B. Perrin die negative Ladung der Kathodenstrahlen nach, und in England erkannte schließlich Joseph J. Thomson das Elektron als subatomares, negativ geladenes Teilchen (1897).

Diese Reifung der Begriffe in der damaligen Physiker-gemeinde findet sich auch im letzten Dezennium des Jahrhunderts im tragisch kurzen Lebenswerk Paul Drudes; und Drude ist es, der kurz vor der Jahrhun-



Paul Drude (1863 – 1906) war ein Wegbereiter der modernen Festkörperphysik. Sein Todestag jährt sich in diesem Jahr zum hundertsten Mal.

dertwende mit seiner Elektronentheorie eine wichtige Brücke zwischen Elektrodynamik und der Korpuskular-Hypothese schlägt.

Gegen Ende seines Mathematikstudiums (siehe Infokasten: „Drudes kurzer Lebensweg“), das Drude in Göttingen abschloss, wurde er von dem dortigen Kristallphysiker Woldemar Voigt für die Physik begeistert. Er entschloss sich, über ein Thema aus der Kristalloptik zu promovieren. Es ging dabei um die Grenzbedingungen bei Reflexion und Brechung von Lichtwellen an den Grenzflächen absorbierender Kristalle. Den Rahmen dafür bildete Fresnels Hypothese eines elastischen Äthers und deren Weiterentwicklung durch den

## KOMPAKT

- Nach dem Drude-Modell bestimmen freie Elektronen im metallischen Festkörper sowohl die elektrische Leitung als auch die Wärmeleitung. Wie die idealen Gasatome haben die Elektronen eine freie Weglänge.
- Mit der Fermi- anstelle der klassischen Boltzmann-Verteilung und der Bandmasse der Elektronen (statt ihrer „freien“ Masse) ist Drudes Modell auch heute noch für viele Metalle gültig.
- Sogar hochkorrelierte Schwere-Fermionen-Systeme lassen sich in Ausnahmefällen erfolgreich mit dem Drude-Modell beschreiben. Die elektronischen Korrelationen bewirken dann extrem lange Stoßzeiten.

Prof. Dr. Martin Dressel, Dr. Kurt Laßmann, 1. Physikalisches Institut, Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 57, 70550 Stuttgart; Dr. Marc Scheffler, Kavli Institute of Nanoscience Delft, Delft University of Technology, PO Box 5046, 2600 GA Delft, Niederlande

1 Drude fand dabei auch, dass absorbierende Oberflächenschichten, die sich auf den zunächst „frischen“ Kristalloberflächen bilden, durch ihren Einfluss auf die elliptische Polarisation des reflektierten Lichts die Ergebnisse verfälschen. Er untersuchte diesen Effekt in einer Serie weiterer Arbeiten. Drude gilt als Entdecker und Wegbereiter der Ellipsometrie, die heute vielfältig als optische Messtechnik eingesetzt wird.

2 Dies erinnert an den Hertzschen Ausspruch: „Die Maxwellsche Theorie, das sind die Maxwellschen Gleichungen!“

Königsberger Physiker F. Neumann und Voigt. Bereits damals beschäftigte sich Drude also unter anderem mit Metallen. Die theoretischen Überlegungen von 1887 fanden ihre Bestätigung durch Experimente an den Spaltflächen eines  $Sb_3S_2$ -Kristalls (Antimonglanz) [1].<sup>1</sup>

Nach seiner Habilitation 1892 in Göttingen über die optischen Konstanten von Metallen arbeitete sich Drude für seine Vorlesungen in die Versuche von Hertz und die Maxwell-Theorie ein. Als Resultat vollendete er noch im selben Jahr eine Arbeit, die er mit der Frage überschrieb: „In wie weit genügen die bisherigen Lichttheorien den Anforderungen der praktischen Physik?“. Darin vergleicht Drude die Folgerungen aus den Gleichungssystemen der elastischen und der elektromagnetischen Theorie des Lichts und kommt zu dem Schluss, dass beide „Erklärungssysteme“ für die Beschreibung der optischen Erscheinungen gleichermaßen brauchbar sind. Er bewertet also primär nicht die physikalische Differenz beider Hypothesen – eine fast positivistische Haltung.<sup>2</sup> Auch seine nächste Arbeit ist noch von dieser Haltung geprägt: Drude gelang es, den magneto-optischen Kerr-Effekt mit Hilfe der Maxwell-Theorie zu beschreiben, indem er dem ersten Tripel der Maxwell-Gleichungen formal gewisse Terme hinzufügte. Deren physikalische, also mikroskopische Bedeutung diskutierte er aber erst in einer späteren Veröffentlichung. Drudes erstes Buch „Die Physik des Äthers auf elektromagnetischer Grundlage“ (1894), welches das ganze Gebiet der Elektrizität und Optik auf der Grundlage der Maxwell-Theorie darstellte, bereitete dieser Theorie in Deutschland den Weg.

Nach seiner Berufung nach Leipzig dehnte Drude seine Experimente zu optischen Problemen auf hochfrequente elektromagnetische Wellen aus. Da ihre Erzeugung, Führung und Detektion damals noch in den Kinderschuhen steckten, waren dafür völlig neue Techniken erforderlich. Drude fand nicht nur praktikable

Messmethoden, er behandelte auch die theoretischen Grundlagen und Fehlerquellen.

Sein Hauptinteresse galt den frequenzabhängigen Größen Dispersion und Absorption und ihrer Verknüpfung mit den damaligen Vorstellungen der Ionen- und Molekülbewegungen und deren Resonanzen. Unmittelbar verständlich war, dass fast alle Dielektrika für Zentimeterwellen verglichen mit optischen Wellenlängen nur schwache normale Dispersion zeigten. Die Absorption – damals experimentell nur schwer zugänglich – entsprach in Salzlösungen der Gleichstrom-Leitfähigkeit. Im Gegensatz dazu fand Drude aber auch Materialien, die zugleich starke anomale Dispersion und anomal hohe Absorption zeigten. Er schloss, dass diese Materialien OH-Gruppen enthielten und stellte die Hypothese auf, dass die mit der beobachteten Dispersion und Absorption verknüpften Molekülresonanzen stark gedämpft sein müssen, damit sie bei den verglichen zum optischen Spektralbereich niedrigen Frequenzen ( $\approx 400$  MHz) noch einen messbaren Effekt haben. Dies ist historisch ein erstes Beispiel für die Hochfrequenzspektroskopie.

Gebundene elektrisch geladene Atome, Atomgruppen oder Moleküle mit ihren Resonanzen reagieren also im Isolator auf die elektrischen Kräfte der elektromagnetischen Welle. Und diese Reaktionen bewirken das beobachtete Verhalten der Dispersion – eine Bestätigung der damaligen Vorstellungen. Die Ladungsträger in Ionenleitern sind dagegen frei, und der Ladungstransport bei Gleichstrom ist – wie die Experimente zeigten – mit Massetransport verknüpft. Wie aber versteht man dann den „masselosen“ Ladungstransport der Metalle? Die Hypothese des Elektrons als eines vielleicht masselosen Ladungsquants konnte da weiterhelfen, und man versuchte sich an einer Elektrontheorie der Metalle.

## Elektrontheorie

Drude war es, der die Idee des Elektrons mit der statistischen Thermodynamik und der Elektrodynamik verband und dazu die bis dato bekannten optischen, elektrischen und thermischen Eigenschaften der Metalle heranzog. Der elektrische Strom, aber auch der Wärmestrom, sollte von diesen Ladungsquanten getragen werden. Drude ließ zunächst offen, ob sie ganz masselos sind, für diesen Fall diskutierte er eine elektrodynamische Trägheit. Die Kinematik der Stromträger war jedoch klar: Sie seien frei beweglich wie die Atome eines Gases, sie sollten eine freie Weglänge  $l$  besitzen und entsprechend dem Gleichverteilungssatz am thermischen Gleichgewicht teilnehmen. Die Ladungsneutralität wird durch Ladungsquanten gewährleistet, die an die Atome gebunden sind. Das sind die entscheidenden neuen Konzepte, die Drude auf die Bestimmung der thermischen und der elektrischen Gleichstrom-Leitfähigkeit  $\kappa$  bzw.  $\sigma_{dc}$  anwendete.

Seine Rechnung überzeugte, denn sie bestätigte das empirische Wiedemann-Franz'sche Gesetz für das tem-



Für Drude waren die Jahre in Gießen privat und wissenschaftlich sicherlich die glücklichsten seines Lebens. Der Wechsel vom provinziellen Gießen in die Reichshauptstadt zerbrach jedoch diese Idylle. Er erzwang die Veränderung weg von der Forschung und hin zum Wissenschaftsmanagement.

peraturabhängige Verhältnis  $\kappa/\sigma_{dc}$  unter der Annahme, dass nur eine Ladungsträgersorte existiert:

$$\kappa/\sigma_{dc} = 3 (k_B/e)^2 T = L T, \tag{1}$$

wobei  $L$  die zunächst experimentell bestimmte Lorenz-Zahl ist.

Man konnte also die Boltzmann-Konstante aus Experimenten bestimmen, die – nach Drudes Modell – auf Elektronentransport in Metallen basierten. Max Planck sprach daher von der Boltzmann-Drude-Konstanten.

Drude hatte Glück! Er hatte zur Klarheit nur mit dem Mittelwert der Geschwindigkeitsverteilung gerechnet. Eine spätere genauere Berechnung von Lorentz berücksichtigte die Verteilung und ergab den Vorfaktor 2 statt 3, was mit den experimentellen Resultaten nur schlecht zusammenpasste. Andererseits erhielt Sommerfeld (1928) mit der Fermi-Verteilung des „freien Elektronengases“ den Vorfaktor  $\pi^2/3 = 3,29$ , der noch besser zu den experimentellen Werten passte als Drudes Wert.

Nicht alle Folgerungen aus dem einfachen Ansatz stimmten so gut mit den experimentellen Daten überein, und Drude versuchte Korrekturterme zu erstellen mit zusätzlichen Annahmen, z. B. zur Temperaturabhängigkeit der Zahl der freien Elektronen. Diese ließ er aber später wieder fallen. Lange Zeit bereitete es große Schwierigkeiten, die mittlere freie Weglänge abzuschätzen: Aus der kinetischen Energie der Elektronen ergibt sich bei Raumtemperatur die Geschwindigkeit  $v = 10^7$  m/s, und mit einer realistischen Ladungsträgerdichte von einem Elektron pro Atom sollte die mittlere freie Weglänge  $l = 100$  Å sein. Wie können sich Elektronen Hunderte von Gitterabständen weit unbehelligt durchs Metall bewegen, wenn doch, wie damals angenommen, die Gitteratome ihre Stoßpartner sind?

Diese bahnbrechende Arbeit und eine weitere, in der auch galvanomagnetische und thermomagnetische Effekte mit der Elektronentheorie behandelt werden, die also zumindest qualitativ von der Drudeschen Vorstellung erfasst sind, erschien 1900 [2], etwa zur Zeit seines Umzugs nach Gießen, wohin er als Ordinarius berufen worden war. Schließlich erschien im selben Jahr auch sein Lehrbuch der Optik [3], das insbesondere die Lichtausbreitung und -dispersion in Materie ganz im Sinne der von Hendrik A. Lorentz entwickelten Verknüpfung von Maxwell-Theorie und Bewegung freier Ladungen – seiner so genannten Elektronentheorie – und Helmholtzs Ionenhypothese für die Dispersion diskutiert. Gerade das Problem der Dispersion hatte Drude über lange Jahre experimentell und theoretisch beschäftigt – 1904 stellte er es in einer umfangreichen, fast 300 Seiten umfassenden Arbeit auf der Basis der Elektronentheorie dar [4]. Der Vergleich mit den inzwischen genauen und vielfältigen experimentellen Daten führte ihn dort zu weit reichenden Schlüssen. Insbesondere gelang es ihm, von der Absorption und normalen Dispersion im sichtbaren Frequenzbereich auf elektronische Resonanzen im Ultravioletten zu schließen bzw. sie mit bekannten Spektrallinien zu identifizieren. Dabei konnte Drude

recht genau den Wert von  $e/m_e$  bestimmen, wenn er die Zahl der „beteiligten“ lose gebundenen Elektronen berücksichtigte. Diese „lose“ gebundenen Elektronen ordnete er den Valenzen des Atoms zu und diskutierte mit Hilfe der experimentellen Daten die Veränderung der Bindungsfestigkeit solcher Elektronen bei Doppelbindungen. Sicherlich: Dies waren Sondierungen auf unsicherem Terrain, aber unabdingbar, wenn man neue Wege finden will.

### Drude-Modell

Von den vielfältigen wissenschaftlichen Resultaten Drudes bleibt vor allem seine Elektronentheorie der Metalle, das „Drude-Modell“ im Gedächtnis. Diesen liegen die aus der kinetischen Gastheorie übertragenen Annahmen „freier“ Ladungsträger der Dichte  $N$  mit thermischer Geschwindigkeitsverteilung und freier Weglänge  $l$ , also das „Elektronengas“, zugrunde, die auch heute im Wesentlichen gültig bleiben. Nur muss man statt der Boltzmann-Verteilung die Fermi-Verteilung einsetzen. Die freie Weglänge wird durch Stöße mit den Phononen einerseits und mit Gitterfehlern andererseits bestimmt [5].

Drudes grundlegende Beziehung zwischen der makroskopischen Gleichstromleitfähigkeit  $\sigma_{dc}$  und den mikroskopischen Größen,

$$\sigma_{dc} = e^2 N / m_e \langle v \rangle, \tag{2}$$

mit der „mittleren“ thermischen Geschwindigkeit  $\langle v \rangle$ , steht im Prinzip heute noch genauso in jedem Lehrbuch der Festkörperphysik. Für  $m_e$  ist im Metall nicht die Masse des freien Elektrons relevant, sondern seine sog. effektive Masse oder Bandmasse, welche die Wechselwirkung mit dem Ionengitter, aber auch die Elektron-Elektron-Wechselwirkung berücksichtigt. Für  $\langle v \rangle$  ist die Fermi-Geschwindigkeit einzusetzen. Die Quan-

### DRUDES KURZER LEBENSWEG

**Paul Karl Ludwig Drude** wird am **12. Juli 1863** als Sohn eines Braunschweiger Arztes geboren. Nach Abschluss seiner Gymnasialzeit beginnt er **1882** in Göttingen das Mathematikstudium; Studienaufenthalte führen ihn auch nach Berlin und Freiburg. Drude promoviert **1887** mit einer Arbeit zur Kristalloptik in Göttingen, **1892** habilitiert er sich dort. **1894** heiratet er Emilie Regelsberger, die Tochter eines Göttinger Juristen. **1894/95** erhält Drude eine Berufung nach Leipzig zum Extraordinarius für theoretische Physik. Seit **1900** veröffentlicht Drude bahnbrechende Arbeiten zu elektromagnetischen Eigenschaften der Festkörper. Er übernimmt die Redakteursposition der „Annalen der Physik“ und wird zum Ordinarius an der Universität Gießen berufen. Drude bezieht dort ein neu gebautes Institutsgebäude, das er nach eigenen Vorstellungen einrichtet. Drude hat eine Reihe von Schülern und Mitarbeitern, teilweise sogar aus dem Ausland. Rufe an andere Universitäten lehnt er ab, bis er **1905** schließlich doch zögernd einem Ruf nach Berlin an das seinerzeit führende Physikalische Institut Deutschlands folgt. Dort stürzt er sich in die Arbeit zur Neuorganisation und Erweiterung des für damalige Verhältnisse sehr großen Instituts. Am **28. Juni 1906** legt Drude in seiner Antrittsrede aus Anlass seiner Aufnahme in die Preußische Akademie der Wissenschaften seine wissenschaftlichen Pläne dar, die ein reiches Arbeitsprogramm beinhalten. Doch bereits am **5. Juli 1906** stirbt Drude im Alter von 42 Jahren in Berlin, er hinterlässt Frau und vier Kinder. Sein tragischer Selbstmord, mitten aus zukunftsgerichteter Tätigkeit, bleibt ein ungelöstes Rätsel [6].



3 In der Infrarotspektroskopie ist es üblich, die Frequenz  $f$  in Einheiten der inversen Wellenlänge (Wellenzahl in  $\text{cm}^{-1}$ ) anzugeben. Allgemein gilt:  $v = 1/\lambda = f/c = \omega/2\pi c$ .

tentheorie erklärt auch, dass nur die Elektronen im Energiebereich  $k_B T$  um die Fermi-Energie beitragen. Da die entsprechende Fermi-Temperatur typischerweise  $5 \cdot 10^5 \text{ K}$  beträgt, macht dies bei Raumtemperatur nur ein paar Promille der Leitungselektronen aus – der Grund für ihren geringen Beitrag sowohl zur Suszeptibilität als auch zur spezifischen Wärme.

Parallel zu seiner Elektronentheorie entwickelte Drude ein dynamisches Modell für Ionenleitung [7]. Da Masse und Ladung der Teilchen explizit als Parameter auftreten, übertrug er es 1904 auch auf Elektronen [4]. Seither dient es zur Beschreibung der optischen Eigenschaften von Metallen. Wir können die Stoßzeit  $\tau = l/\langle v \rangle$  als Relaxationszeit für eine Abweichung des mittleren Elektronenimpulses  $\langle p \rangle$  vom stationären Zustand  $d\langle p \rangle/dt = 0$  interpretieren. Unter Einfluss eines elektrischen Feldes  $E$  ergibt sich dann die Rategleichung

$$\frac{d}{dt} \langle p \rangle = -\frac{\langle p \rangle}{\tau} - eE. \tag{3}$$

Messbar ist die Stromdichte  $J = \sigma E$ . Im stationären (Gleichstrom-) Fall gilt  $J = -Ne\langle p \rangle/m_e = (Ne^2\tau/m_e)E$ .

Trifft eine elektromagnetische Welle  $E = E_0 e^{i\omega t}$  mit der Kreisfrequenz  $\omega$  auf ein Material, so tritt sowohl eine Dämpfung als auch eine Phasenverschiebung auf, die üblicherweise in einer komplexen Leitfähigkeit zusammengefasst werden [8]:

$$\hat{\sigma}(\omega) = \sigma_1(\omega) + i\sigma_2(\omega) = \frac{\sigma_{dc}}{1 - i\omega\tau} \tag{4}$$

$\hat{\sigma}(\omega)$  ist experimentell nicht direkt zugänglich, sondern wird bei Metallen aus Reflexionsmessungen errechnet. Im Allgemeinen wird aber die Phase der Reflexion nicht mitgemessen. Sowohl Real- als auch Imaginärteil von  $\hat{\sigma}(\omega)$  lassen sich zwar mit Hilfe der Kramers-Kronig-Integrationen aus der (reellen) Reflexion bestimmen, jedoch nur, wenn diese in einem hinreichend weitem Frequenzbereich bekannt ist. Da dies meist nicht möglich ist, hilft man sich mit „Eckdaten“ wie  $\sigma_{dc}$  und der Hagen-Rubens-Näherung für das Reflexionsvermögen  $R$  bei Frequenzen weit unterhalb von  $1/\tau$ :

$$R = 1 - 2\sqrt{2\varepsilon_0\omega / \sigma_{dc}} \tag{5}$$

Der spektrale Verlauf von  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  wird in diesem Modell also allein von dem Gleichstromwert  $\sigma_{dc}$  und dem Parameter  $\tau$  bestimmt (Abb. 1). Der Imaginärteil  $\sigma_2$  hat bei  $f = 1/(2\pi\tau)$  ein Maximum, hier fällt der Realteil  $\sigma_1$  innerhalb von ca. zwei Frequenzdekaden vom Gleichstromwert mit  $\omega^{-2}$  auf Null. Die aus der Stoßzeit ableitbare Streurrate  $1/\tau$  entspricht typischerweise einer Frequenz im Fernen Infrarot.<sup>3</sup> Auch wenn die Leitfähigkeit und somit die metallische Absorption elektromagnetischer Wellen in diesem Bereich stark abfällt, bleibt die Reflektivität des Metalls zunächst noch hoch. Erst bei der Plasmafrequenz  $\omega_p$  fällt die Reflektivität steil ab, das ist die sog. Plasmakante.  $\omega_p$  kann man als Schwingungsfrequenz der freien Elektronenladung gegen das Ionengitter interpretieren. Sie liegt üblicherweise im UV-Bereich – dort werden Metalle im Allgemeinen transparent. Man erhält  $\omega_p$  in diesem Modell aus dem spektralen Gewicht, der Fläche unter dem Leitfähigkeitsspektrum [8]:

$$\omega_p^2 = \frac{2}{\pi\varepsilon_0} \int \sigma_1(\omega) d\omega = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e} \tag{6}$$

Abb. 2 zeigt Reflexionsmessungen an Gold. Zwar ist im Infraroten die Reflexion zu hoch, um mit den üblichen Methoden verlässliche Werte im Frequenzbereich der Streurrate  $1/\tau$  ( $200 \text{ cm}^{-1}$ ) zu erhalten. Zur Berechnung von  $\hat{\sigma}(\omega)$  waren daher Annahmen bei der Extrapolation zu  $\omega = 0$  und  $\omega \rightarrow \infty$  erforderlich. Die Messungen zeigen aber auch, dass das einfache Drude-Modell die optischen Eigenschaften eines realen Metalls wie Gold nicht zutreffend wiedergibt: Nach Drude müsste die Reflexion an der Plasmakante auf Null absinken, doch fällt sie hier nur auf ca. 40 %. Das liegt daran, dass nicht alle Elektronen frei sind und die gebundenen Elektronen bei größeren Energien in höhere Bänder angeregt werden – sog. Interbandübergänge. Durch zusätzliche Resonanzterme lässt sich dies aber leicht berücksichtigen.

Löst man Gl. (6) nach der Elektronenkonzentration auf und setzt eine Plasmafrequenz von  $2 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-1}$  und für  $m_e$  die freie Elektronenmasse ein, so erhält man einen Wert, der um den Faktor 3 vom Schätzwert aus der Valenz und der Au-Gitterstruktur abweicht. Man kann so einen Wert für die Bandmasse ermitteln, der in die Drude-Formel einzusetzen ist.

Bei komplexeren Materialien, wie z. B. den Hochtemperatur-Supraleitern, muss man die Annahme einer frequenzunabhängigen Streurrate fallen lassen; aber auch dies lässt sich in anschaulicher Weise berücksichtigen wie bei den nachfolgend beschriebenen komplexen Metallen aus der aktuellen Forschung. Die Stärke des Drude-Modells zeigt sich gerade in seiner Flexibilität. Deshalb ist das Modell bis heute bei der Analyse optischer Messungen an Metallen trotz ihrer hohen Komplexität der erste und wichtigste Ansatz.

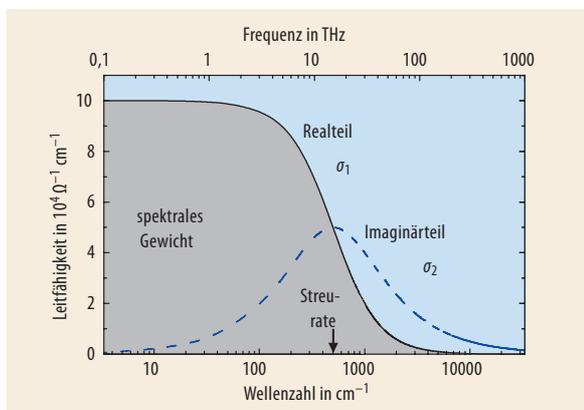


Abb. 1 Frequenzabhängigkeit der Leitfähigkeit nach dem Drude-Modell mit typischen Werten für ein Metall:  $\sigma_{dc} = 10^5 (\Omega\text{cm})^{-1}$  und  $1/(2\pi\tau) = 500 \text{ cm}^{-1}$ . Die Plasmafrequenz liegt im UV bei  $5,5 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-1}$ .

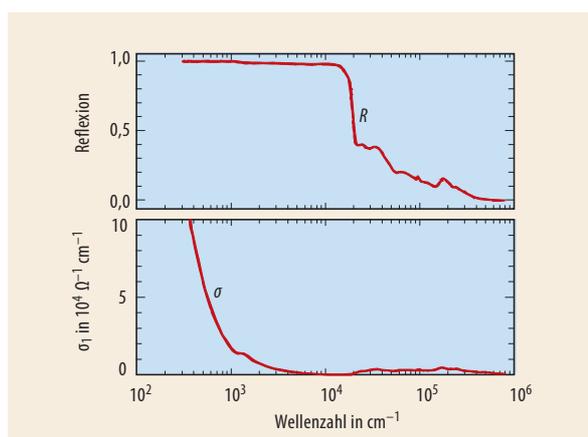
## Elektronische Korrelationen

Drudes Annahme unabhängiger Elektronen gilt sicherlich nicht für Metalle mit starken Elektronenkorrelationen wie z. B. bestimmten intermetallischen Verbindungen mit 4f- oder 5f-Elementen (z. B. Ce, U, Yb). Ohne Wechselwirkung wären die f-Elektronen bei den Ionen lokalisiert, der Austausch mit den Leitungselektronen führt allerdings zu elektronischen Zuständen an der Fermi-Kante: Die Elektronen sind zwar delokalisiert, also metallisch, sie bewegen sich allerdings deutlich langsamer, ihre Fermi-Geschwindigkeit ist also stark reduziert. Diese Trägheit spiegelt sich in der effektiven Masse  $m^*$  der Elektronen wider, weshalb sie als „Schwere Fermionen“ bezeichnet werden [9].

Welche optischen Eigenschaften haben nun diese Systeme [10]? Mit der verringerten Fermi-Geschwindigkeit verlangsamten sich bei ihnen auch die entsprechenden Zeitskalen. Die Relaxationszeit  $\tau^*$ , die im Drude-Modell allein die frequenzabhängige Leitfähigkeit beschreibt, ist ebenso verlängert wie die effektive Masse erhöht:  $\tau^*/\tau = m^*/m$ . Dadurch verschiebt sich der Drude-Abfall in  $\sigma_1(\omega)$  zu deutlich niedrigeren Frequenzen, und nach Gl. (5) ist das spektrale Gewicht entsprechend reduziert. Zwar ist in der Gleichstromleitfähigkeit durch den Faktor  $\tau^*/m^* = \tau/m$  der wechselwirkende Zustand nicht vom wechselwirkungsfreien zu unterscheiden, doch wird in der frequenzabhängigen optischen Leitfähigkeit der Schwere-Fermionen-Zustand eindeutig identifizierbar.

Zusätzlich sollte die optische Leitfähigkeit des wechselwirkenden Systems Kennzeichen aufweisen, die das einfache Drude-Bild nicht erfasst. So sagt Landaus Theorie der Fermi-Flüssigkeiten eine sowohl temperatur- als auch frequenzabhängige Streurrate voraus [11]:

$$1/\tau = 1/\tau_0 + A(k_B T)^2 + B(\hbar\omega)^2 \quad (7)$$

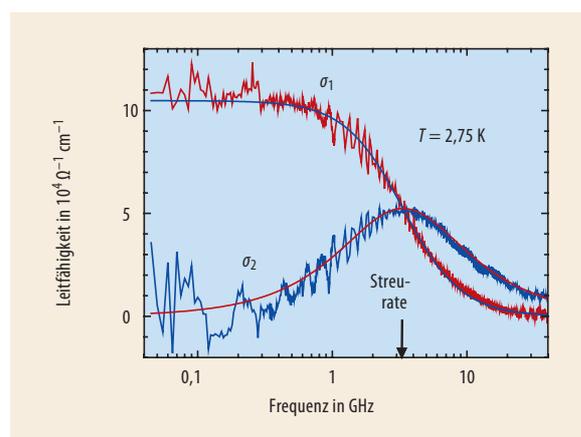


**Abb. 2** Gemessene Reflexion und optische Leitfähigkeit von Gold. Weder ist eine klare Plasmakante in  $R(\omega)$  zu sehen noch Anzeichen der Streufrequenz  $1/\tau$ , unterhalb welcher der Anstieg von  $\sigma(\omega)$  sättigen sollte. Aus der Gleichstromleitfähigkeit  $\sigma_{dc} = 5 \cdot 10^5 (\Omega\text{cm})^{-1}$  erwartet man die Streurrate bei einigen Hundert Wellenzahlen und die Plasmafrequenz der quasi-freien Elektronen bei  $7 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-1}$ , wenn man die höherfrequenten Interbandbeiträge entsprechend berücksichtigt [8].

Während diese Temperaturabhängigkeit durch Messungen des Gleichstromwiderstandes nachgewiesen wurde, gibt es trotz jahrzehntelanger Suche bis heute keinen Nachweis im Optischen für die von Landau vorhergesagte quadratische Frequenzabhängigkeit der Streurrate. Da die Vorfaktoren  $A$  und  $B$  in Gl. (7) mit der effektiven Masse skalieren, bieten sich Schwere Fermionen für eine solche experimentelle Überprüfung der Fermi-Flüssigkeiten-Theorie an, denn hier sind Temperatur- und Frequenzabhängigkeit besonders ausgeprägt.

Optische Messungen an Schwere Fermionen stellen sich allerdings als ausgesprochen schwierig heraus. Mit einem neuen experimentellen Ansatz gelang es kürzlich, die genaue Frequenzabhängigkeit der optischen Leitfähigkeit des Schwere-Fermionen-Materials  $\text{UPd}_2\text{Al}_3$  im Bereich der Streurrate direkt zu messen [12]. Und erstmals lassen sich Real- und Imaginärteil der komplexen Leitfähigkeit,  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ , im relevanten Frequenzbereich experimentell bestimmen.

Wie der Fit an die experimentellen Daten belegt, folgt die frequenzabhängige Leitfähigkeit in diesem Material (**Abb. 3**) genau Gl. (4). Nach über hundert Jahren konnte Drudes Vorhersage also erstmals im Detail bestätigt werden – aber in einem Materialsystem, dessen elektronische Eigenschaften weit komplexer sind als die Modellvorstellungen, die Drude damals für die metallische Leitfähigkeit aufstellte. Dies ist deshalb möglich, weil hier zwei verschiedene Effekte in einem Material vereinigt werden, nämlich die extrem niedrigen Streuraten im Schwere-Fermionen-Zustand sowie der einfache Streumechanismus. Da im Vergleich zu normalen Metallen die Streurrate von  $\text{UPd}_2\text{Al}_3$  bei viel niedrigeren Frequenzen im Bereich einiger GHz liegt, wirkt sich die Bandstruktur dort nicht auf die Leitfähigkeit aus. Die extrem niedrigen Frequenzen erlauben zudem die direkte Messung mit Hochfrequenzmethoden.



**Abb. 3** Die Leitfähigkeit des Schwere-Fermionen-Materials  $\text{UPd}_2\text{Al}_3$  folgt über einen sehr großen Frequenzbereich dem Drude-Verlauf. Die Messungen von  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  wurden mit einem Mikrowellen-Netzwerkanalysator (45 MHz bis 40 GHz) durchgeführt: Das Ende einer Koaxialleitung wird mit der Probe abgeschlossen und der komplexe Reflexionsfaktor gemessen, wodurch man sowohl den Realteil  $\sigma_1$  der Leitfähigkeit als auch den Imaginärteil  $\sigma_2$  direkt bestimmen kann [12].

4 Im Optik-Band seiner „Vorlesungen über Theoretische Physik“ kommentiert Sommerfeld im Hinblick auf Drude: „Die Entwicklung der kommenden Jahrzehnte hätte aber, wenn er sie erlebt hätte, seine kühnsten Hoffnungen weit übertroffen.“

5 In einem Sonderheft der Annalen der Physik wird dem hundertsten Todestag ihres einstigen Herausgebers Paul Drude gedacht. Weiteres über Drudes Leben und Forschung findet sich in [14].

Dass die frequenzabhängige Leitfähigkeit hier der einfachen Gl. (4) folgt, mit der von Drude angenommenen frequenzunabhängigen Relaxationszeit, liegt schließlich am dominanten Streumechanismus. Zwar sagt Gl. (7) für wechselwirkende Elektronen eine quadratische Frequenzabhängigkeit voraus, aber im Grenzfall niedriger Frequenzen, wie sie in diesem Experiment vorliegen, dominieren die beiden frequenzunabhängigen Terme in Gl. (7). Es liegt hier also der besondere Fall vor, dass die elektronischen Wechselwirkungen zwar nicht stark genug sind, um die Frequenzabhängigkeit der Streurrate zu dominieren, aber so stark, dass die damit verbundene Renormierung der Masse und der Streurrate zu extrem langen Relaxationszeiten führt – den längsten Relaxationszeiten, die je bei einem dreidimensionalen Metall beobachtet wurden.

Dass sich das Leitfähigkeitsspektrum eines stark korrelierten Elektronensystems mit einem einfachen Drude-Verlauf mit konstanter Relaxationszeit vollständig beschreiben lässt, ist allerdings die große Ausnahme. In den meisten korrelierten Metallen finden sich ausgeprägte Abweichungen von Gl. (4), die Annahme der frequenzunabhängigen Relaxationszeit muss dann aufgegeben werden. In Anlehnung an die klassische Form erweitert man das Drude-Modell

$$\hat{\sigma}(\omega) = \frac{\omega_p^2}{4\pi} \frac{1}{1/\tau(\omega) - i\omega [m^*(\omega)/m]}, \quad (8)$$

mit frequenzabhängiger Masse  $m^*(\omega)$  und Streurrate  $1/\tau(\omega)$ . Aus theoretischer Sicht handelt es sich hierbei um den Real- und Imaginärteil der Selbstenergie, die über Kramers-Kronig-Beziehungen aneinander gekoppelt sind. In den letzten Jahren wurden enorme Anstrengungen unternommen, die Frequenzabhängigkeit der Streurrate zu untersuchen. Bei vielen stark korrelierten Systemen beobachtet man ein Potenzgesetz  $\sigma_1(\omega) \propto \omega^{-\alpha}$ , mit  $\alpha < 2$ , im Falle von Hochtemperatur-Supraleitern z. B.  $\alpha = 0,7$  oder noch kleiner. Dies wird

als Indiz gewertet, dass Landaus Theorie ihre Gültigkeit verliert. Andere Ansätze, wie die marginale Fermi-Flüssigkeit oder Nicht-Fermi-Flüssigkeitstheorien, liefern die entsprechenden Potenzgesetze. Gerade bei Hochtemperatur-Supraleitern [13] konnten hiermit wichtige Informationen über die niederenergetischen Anregungen, Pseudoenergielücken etc. gewonnen werden. Das sind Materialeigenschaften, die weit über Drudes Konzept eines Elektronengases hinausgehen.

## Ein Wegbereiter der Festkörperphysik

In gewissem Sinne begründete Paul Drude die Disziplin der Festkörperphysik, wie sie auch heute noch betrieben wird. Dies erkannte auch Drude selbst, als er zur Jahrhundertwende an Sommerfeld schrieb: „Wir leben in einer großartigen Zeit; wir beginnen in den elektrischen Aufbau der Materie hineinzuschauen.“<sup>4</sup>

Resultate aus der aktuellen Forschung dokumentieren die Relevanz von Drudes Werk und die Weiterentwicklung seines Modells, das auch 100 Jahre nach seinem Tode erfolgreich zur Beschreibung der Elektrodynamik von Metallen angewendet wird. Durch eine geeignete Renormierung und Verallgemeinerung kann es leicht an komplexe Systeme angepasst werden. Der intuitive Brückenschlag von makroskopischen Messgrößen der Optik zu mikroskopischen Parametern bleibt so erhalten. Gerade bei niederenergetischen Anregungen findet man hochinteressante Fragestellungen der Festkörperphysik.<sup>5</sup>

### Literatur

- [1] P. Drude, Ann. Phys. **32**, 584 (1887); *ibid.* **34**, 489 (1888); *ibid.* **50**, 595 (1893)
- [2] P. Drude, Ann. Phys. **1**, 566 (1900); **3**, 369 (1900)
- [3] P. Drude, Lehrbuch der Optik, Hirzel, Leipzig (1900, 2. Aufl. 1906); engl. Übers. von C. R. Mann und R. A. Millikan, Chicago 1902, Dover Publications, New York (1959, 2005)
- [4] P. Drude, Ann. Phys. **14**, 677 und 936 (1904)
- [5] A. Sommerfeld und H. Bethe, Elektronentheorie der Metalle, in: Handbuch der Physik **24/2**, hrsg. von H. Geiger und K. Scheel, Springer, Berlin (1933)
- [6] F. Richarz und W. König, Zur Erinnerung an Paul Drude, A. Töpelmann, Giessen 1906 (mit Verz. aller wissenschaftlichen Arbeiten); M. Planck, Paul Drude, Verh. Dt. Phys. Ges. **23**, 599 (1906)
- [7] P. Drude, Phys. Z. **1**, 161 (1900)
- [8] M. Dressel und G. Grüner, Electrodynamics of Solids, Cambridge University Press (2002)
- [9] H. v. Löhneysen, Physikalische Blätter, Oktober 1995, S. 941; P. Thalmeier, M. Jourdan und M. Huth, Physik Journal, Juni 2002, S. 51; F. Steglich, Physik Journal, August/September 2004, S. 63
- [10] L. Degiorgi, Rev. Mod. Phys. **71**, 687 (1999)
- [11] D. Pines und P. Nozières, The Theory of Quantum Liquids, Addison-Wesley, Reading, (1966)
- [12] M. Scheffler, M. Dressel, M. Jourdan und H. Adrian, Nature **438**, 1135 (2005)
- [13] D. N. Basov und T. Timusk, Rev. Mod. Phys. **77**, 721 (2005)
- [14] S. Goldberg, Paul Drude, in: Dictionary of Scientific Biography, hrsg. von C. C. Gillispie, Scribner, New York (1990); W. Kaiser, Early Theories of the Electron Gas, Historical Studies in the Physical and Biological Sciences **17**, 271 (1987)

## AUTOREN

**Martin Dressel** studierte Physik in Erlangen und Göttingen, wo er 1989 promovierte. Einer Tätigkeit am Göttinger Laser-Laboratorium folgten Aufenthalte in Vancouver und Los Angeles. 1996 habilitierte er sich in Darmstadt und arbeitete anschließend an der Universität Augsburg. Seit 1998 ist er Direktor des 1. Physikalischen Instituts der Universität Stuttgart. Er gilt als Experte für die Elektrodynamik der Festkörper und der niedrigdimensionalen organischen Leiter. Zudem interessiert er sich für Musik, Literatur und Geschichte.



**Kurt Laßmann** hat in Karlsruhe und Göttingen Physik studiert. Nach der Promotion im Jahr 1967 wurde er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Physikalischen Institut der Universität Stuttgart. Sein Fachgebiet ist die Spektroskopie der Wechselwirkung freier und gebundener Ladungsträger in Halbleitern mit akustischen Phononen. Forschungsaufenthalte führten ihn nach Grenoble (CENG) und Orsay (LPS).



**Marc Scheffler** führte sein Physikstudium nach Braunschweig und College Park (Maryland). Danach wechselte er nach Stuttgart in die Arbeitsgruppe Dressel, wo er 2004 über Mikrowellenspektroskopie an korrelierten Elektronen promovierte. Derzeit arbeitet er als Postdoc an der TU Delft zu den elektronischen Eigenschaften halbleitender Nanodrähte. Jonglieren und Kunst beschäftigen ihn in seiner Freizeit.

