

Selbstorganisierte Strukturen im Strom

Dissipative Strukturen in Gasentladungen zeigen universelles Verhalten

Hans-Georg Purwins und Shalva Amiranashvili

Es gibt mehr Dinge zwischen Kathode und Anode, als eure Philosophie sich erträumt – diese von Heinz Raether, einem der wichtigen Gasentladungsphysiker, geäußerte Einschätzung charakterisiert treffend die bedeutende Rolle seines Arbeitsgebiets. Dieses trug nicht zuletzt entscheidend dazu bei, das Elektron zu entdecken und die Struktur der Atomhülle aufzuklären. Und Gasentladungen haben überragende Bedeutung für zahlreiche Anwendungen, ob in der Beleuchtungstechnik, den Materialwissenschaften oder im Umweltschutz. Das in diesen Systemen beobachtete Phänomen der Bildung selbstorganisierter Strukturen zeigt in vieler Hinsicht universelles Verhalten.

Gasentladungen sind seit Menschengedenken bekannt. Höchst spektakulär und oft auch beängstigend treten sie als Blitze mit den typischen Verzweigungsstrukturen in Erscheinung. Benjamin Franklin (1706–1790) war es vorbehalten, darin ein elektrisches Phänomen zu erkennen. Damit zusammenhängende Erscheinungen untersuchte auch Georg Christoph Lichtenberg (1742–1799). Dieser zündete Entladungen über einem flachen, staubbedeckten Harzkuchen und entdeckte u. a. verzweigte Muster, in denen sich Staub an den auf der Oberfläche verbliebenen Ladungen ansammelte. Derartige Strukturen sind vermutlich die ersten systematisch untersuchten Fraktale. Später beobachtete Michael Faraday (1791–1867) Strukturen in der Längsrichtung von Entladungsrohren. Besonders auffällig in dem in **Abb. 1** gezeigten Beispiel ist die verstärkte Lichtemission im Bereich der Kathode (links), welche man heute als negatives Glimmlicht bezeichnet, und der als positive Säule bezeichnete längere Bereich, welcher sich fast bis zur Anode (rechts) erstreckt. Interessanterweise ist die positive Säule zusätzlich von einem Streifenmuster überlagert.

Diese und viele andere Experimente legten schon frühzeitig den Schluss nahe, dass Gasentladungsercheinungen mit dem Transport elektrischer Ladungen zu tun haben, der in der Regel mit der Bildung von Strukturen einhergeht. Diese Strukturen entstehen aus sich selbst heraus, ohne Zutun des Experimentators, und werden deshalb auch selbstorganisiert genannt.

Der Transport von elektrischer Ladung in Gasentladungen findet in einem Gemisch von mehr oder weniger frei beweglichen geladenen und ungeladenen Teilchen statt, wobei Ionen in der Regel zur Kathode



Abb. 1 In einem langen Entladungsrohr (10 – 50 cm) lässt sich eine selbstorganisierte Struktur beobachten. Bei solchen

Experimenten liegt der Gasdruck zwischen 0,1 und 10 hPa und die angelegte Spannung zwischen 100 und 5000 V.¹⁾

und Elektronen zur Anode beschleunigt werden. Bei nicht zu hohen Spannungen ist der Ladungstransport unselbstständig und würde nach Entfernen äußerer Ionisationsquellen wie Temperatur und Höhenstrahlung versiegen. Bei genügend hoher Spannung lassen sich Ladungsträger auch im Inneren des Systems dadurch erzeugen, dass beschleunigte Elektronen neutrale Teilchen ionisieren oder Ionen aus der Kathode Elektronen herauschlagen. Dem steht die Vernichtung von Ladungsträgern durch Neutralisation von Ionen an der Kathode, durch Aufnahme von Elektronen an der Anode oder durch Ion-Elektron-Rekombination gegenüber. Nach Erreichen der Durchbruchspannung

1) Mehr Details dazu finden sich auf www.uni-muenster.de/Physik.AP/Purwins//DE/ID-DC-Gasentladung-de.html

KOMPAKT

- Experimente mit planaren Gasentladungen zeigen in der Entladungsebene eine erstaunliche Vielfalt von Selbstorganisationsphänomenen.
- Die dabei beobachteten statischen und dynamischen Strukturen finden sich auch in anderen physikalischen, chemischen und sogar biologischen Systemen.
- Die beobachteten selbstorganisierten Strukturen lassen sich grundsätzlich mit Transportgleichungen beschreiben. Die diesbezügliche numerische Lösung ist jedoch schwierig oder meist praktisch unmöglich.
- Erst synergetische Methoden ermöglichen ein vertieftes Verständnis der experimentell beobachteten Strukturvielfalt.

Prof. Dr. Hans Georg Purwins und Dr. Shalva Amiranashvili, Institut für Angewandte Physik, AG Nichtlineare Systeme und Strukturbildung, Universität Münster, Corrensstraße 2 – 4, 48149 Münster

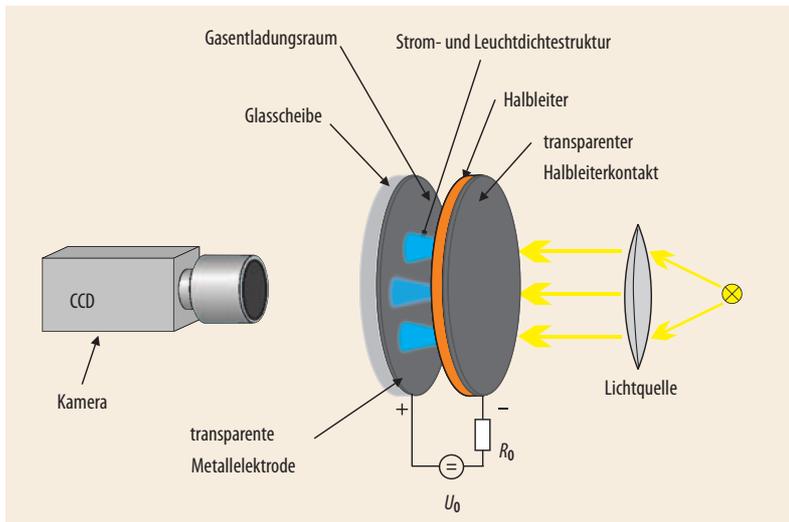


Abb. 2 Das planare Gasentladungssystem für Gleichspannung besitzt eine transparente flächenhafte metallische Indium-Zinnoxid (ITO)-Anode und eine hochohmige, durch Beleuchten über den inneren Photoeffekt steuerbare Halbleiterkathode. Im Entladungsraum ist eine

dissipative Struktur aus drei Filamenten angedeutet. Die Kamera registriert raumzeit-aufgelöst die Verteilung der Lumineszenzstrahlung und die dazu proportionale Stromverteilung in der Entladungsebene [4].²⁾ Wechselspannungssysteme haben einen ähnlichen Aufbau.³⁾

führen diese Mechanismen zum Townsend-Modus der Entladung, in dem ein endlicher Stromtransport auch ohne äußere Ionisationsquellen möglich ist. Eine weitere qualitative Verhaltensänderung tritt ein, wenn sich auf Grund großer Stromdichten Raumladungen bilden, diese die Effizienz der Stoßionisation wesentlich vergrößern und somit ein Übergang zum Glimmentladungs-Modus zu beobachten ist [1, 2]. Für die zu beschreibenden Experimente ist von Bedeutung, dass bei hohen Stromdichten Neutralteilchen in großer Zahl angeregt werden und nachfolgend Licht im Sichtbaren aussenden. Dies erlaubt in vielen Fällen, die Stromdichte- über die Leuchtdichteverteilung zu messen.

Die beschriebenen Vorstellungen führen zu einem breiten Spektrum von elektrischen Transportgleichungen, zu denen insbesondere die Boltzmann-Gleichung sowie deren Näherung in der Form von Drift-Diffusions-Gleichungen gehören, von denen später die Rede sein wird. Derartige Gleichungen bilden eine allgemein akzeptierte Basis, um elektrische Transportphänomene in Gasentladungssystemen quantitativ zu beschreiben, im Gegensatz zu vielen anderen Gebieten, wie den granularen Medien, der Chemie und der Biologie. Hier fehlt ein vergleichbares Wissen, mit dem sich selbstorganisierte Strukturen beschreiben lassen.

Vielfalt der Strukturen

In den letzten Jahren sind umfangreiche Untersuchungen von selbstorganisierten Strukturen in planaren gleich- und wechselfspannungsgetriebenen Gasentladungssystemen mit Barrieren hoher Impedanz durchgeführt worden (Abb. 2). Im Gegensatz zu Entladungsröhren wie in Abb. 1, bei denen die Querabmessungen gegenüber der Entladungslänge klein sind,

sind diese Systeme quasi zweidimensional, und man interessiert sich hauptsächlich für die Stromverteilung in der Entladungsebene. Für Gleichspannungssysteme besteht die Impedanzbarriere aus einem hochohmigen Halbleiterwafer, für Wechselfspannungssysteme übernehmen Glasschichten diese Rolle. Die Barriere hoher Impedanz erlaubt bei Gleichstrom einen Spannungsabfall entlang der Kathode. Das begünstigt gegenüber metallischen Elektroden eine ortsabhängige Stromdichte in der Entladungsebene und damit die Entstehung selbstorganisierter Strukturen. Ähnlich ist die Situation für Wechselfspannungssysteme. Allerdings ist hier zu berücksichtigen, dass die Entladung während jeder Halbperiode erlischt und dass kurzzeitig fließende Wirkströme im Gas zur Ladungsakkumulation auf der dielektrischen Oberfläche führen. Die laterale Homogenität des Gasraums einschließlich der angrenzenden Elektroden stellt sicher, dass Strukturen in der Entladungsebene dem System nicht von „außen“ aufgeprägt werden.

Abb. 3 zeigt typische experimentelle Ergebnisse für elementare selbstorganisierte Strukturen in Gleichspannungssystemen. Neben diesen Strukturen sind ebenfalls in Gasentladungen sehr oft fraktale Muster sowie Fronten anzutreffen. Bei letzteren handelt es sich um gut lokalisierte Übergänge zwischen Bereichen der Entladungsebene mit homogen hoher bzw. niedriger Stromdichte. Diese sind praktisch bei jedem Zündprozess zu beobachten, bei dem sich ein Hochstromzustand ausbreitet.

Neben den in Abb. 3 gezeigten Strukturen treten die Elementarstrukturen auch als Bausteine von selbstorganisierten Mustern höherer Komplexität auf. So findet man z. B. bei Streifen bzw. Hexagonen ein Nebeneinander von verschiedenen Orientierungen oder verschiedener Elementarstrukturen. Mit Punkt- und Liniendefekten gestörte Hexagone ähneln Punktdéfekten und Versetzungen in kristallinen Festkörpern. Die auftretenden Spiral-Defektstrukturen werden auch als Spiralturbulenz bezeichnet. Interessanterweise zeigen ausführliche Untersuchungen an wechselfspannungsgetriebenen Systemen sehr ähnliche Muster (vgl. Abb. 3c, 5a).

Besonders interessante Muster ergeben sich im Zusammenhang mit dissipativen Solitonen, also wohllokalisierten Stromverteilungen mit teilchenhaftem Verhalten (Abb. 4). Zudem existieren hexagonale („kristalline“), dichte, wenig korrelierte („flüssige“) und weniger dichte, weitgehend unkorrelierte („gasförmige“) Phasen [3]. In diesen besitzen einzelne Solitonen unter Umständen eine wohldefinierte Eigengeschwindigkeit, die von zusätzlichem Rauschen überlagert sein kann. Ist beides der Fall, so spricht man auch von aktiven Brownschen Teilchen. Diese Art von Teilchen hat gerade in den letzten Jahren größere Aufmerksamkeit auf sich gezogen. Auf dissipativen Solitonen basierende Vielteilchensysteme sind bisher im Einzelnen weder experimentell noch theoretisch untersucht worden.

2) Typische Parameterwerte sind: Querausdehnung: 10–50 mm; Entladungslänge: 0,05–1,5 mm; Gas: He, Ne, Ar, N₂, Luft; Druck: 40–300 hPa; Temperatur: 100–350 K; Dicke und spezifischer Widerstand des Halbleiters: 0,1–1,5 mm bzw. 10²–10⁹ Ω cm.

3) Im Vergleich zu Abb. 2 entfällt die Beleuchtungsvorrichtung und beide Elektroden bestehen aus Glasplatten mit außen liegenden ITO-Elektroden, welche in Kontakt mit einer Wechselfspannungs-Quelle (Frequenz 50–250 kHz, Amplitude bis zu 500 V) stehen [14].

Universelles Verhalten

In den vorhergehenden Abschnitten haben wir sechs in Gasentladungssystemen auftretende elementare selbstorganisierte Strukturen kennen gelernt: Fronten, Streifen, Hexagone, Spiralen, dissipative Solitonen und Fraktale.⁴⁾ Insbesondere die ersten fünf Muster werden einerseits sowohl in gleichspannungs- als auch in wechsellspannungsgetriebenen Systemen beobachtet, treten andererseits aber auch in ganz anderen Systemen aus verschiedensten Bereichen, von der Physik bis zur Biologie, wieder und wieder auf (Abb. 5).

Die dabei vielleicht überraschendste Musterklasse ist die der Spiralen, die in Gasentladungssystemen (Abb. 3c, 5a) ebenso auftreten wie in einem auf ZnS:Mg basierenden wechsellspannungsgetriebenen Halbleiter-Schichtsystem (Abb. 5b). Diesen und vielen andere Strukturen in planaren elektrischen Transportsystemen ist gemeinsam, dass lateral nicht ausgedehnte Anordnungen eine S-förmige Strom-Spannung-Kennlinie besitzen. In einer Petri-Schale, in der eine chemische Reaktion aus der Klasse der „Belousov-Zhabotinsky-Reaktionen“ stattfindet, wird die beobachtete dissipative Struktur durch Verbrauch von gelösten chemischen Substanzen aufrechterhalten (Abb. 5c). Wie weiter unten erläutert wird, lassen sich die zu Grunde liegenden Systeme als Reaktions-Diffusions-System auffassen. Dies ist nicht mehr der Fall für das mit Laserlicht getriebene optische System (Abb. 5d).

Mit den Spiralmustern vergleichbares universelles Verhalten beobachtet man auch in Bezug auf die anderen Muster wie Fronten, Streifen, Hexagone, dissipative Solitonen und Fraktale. Offenbar lassen sich bestimmte Gasentladungssysteme einer recht großen

Universalitätsklasse zuordnen, in der die gleichen selbstorganisierten Strukturen beobachtet werden.

Das universelle Verhalten wird auch auf eine andere Weise sichtbar. Z. B. kann man die Entladungsröhre in Abb. 1 mit Helium oder Argon auf etwa Normaldruck füllen und die Spannung auf ca. 1500 V stellen. Dann pumpt man das Helium ab, bis die Entladung zündet. Bei weiterer Druckerniedrigung und Reduzierung der Spannung entsteht das gezeigte Streifenmuster.

Es zeigt sich, dass ein Parameterbereich existiert, in dem sich das Verhalten des Systems bei Absenken der äußeren Spannung qualitativ ändert, also eine „Bifurkation“ auftritt: Z. B. geht die periodische Struktur der positiven Säule bei Erniedrigung auf etwa 450 V in einen unstrukturierten Zustand über. Bei einer Fourier-Entwicklung zeigt sich, dass in diesem Experiment offensichtlich das Amplitudenquadrat der Grund-Fourier-Mode der periodischen Struktur linear skaliert mit der Abweichung der außen angelegten Spannung von dem Bifurkationswert von etwa 450 V (Abb. 6).

Dass bestimmte physikalische Größen G mit $G = G_c$ am Bifurkationspunkt p_c in einfacher Weise und mit gleichem Exponenten z. B. gemäß $(G - G_c)^2 \sim (p - p_c)$ skalieren, wird in sehr unterschiedlichen Gasentladungssystemen [4, 5] beobachtet, aber auch in vielen anderen, ihrer Natur nach sehr verschiedenartigen nichtlinearen dissipativen Systemen [6]. Diese Art des universellen Verhaltens ähnelt derjenigen in Systemen mit Phasenübergängen zweiter Art. Das resultiert nicht zuletzt daraus, dass in beiden Fällen die Ansprechzeit bei Systemstörungen in der Nähe des Übergangspunktes divergiert und in vielen Fällen Details, in den sich einzelne Systeme unterscheiden, keine Rolle mehr spielen.

4) Trotz des zusätzlich auch für Fraktale beobachteten universellen Verhaltens, gibt es gewisse konzeptionelle Schwierigkeiten, da die im Folgenden definierten Begriffe charakteristische Länge und Attraktor bei diesen Strukturen nicht anwendbar sind und sich die später entwickelten Konzepte nicht benutzen lassen.

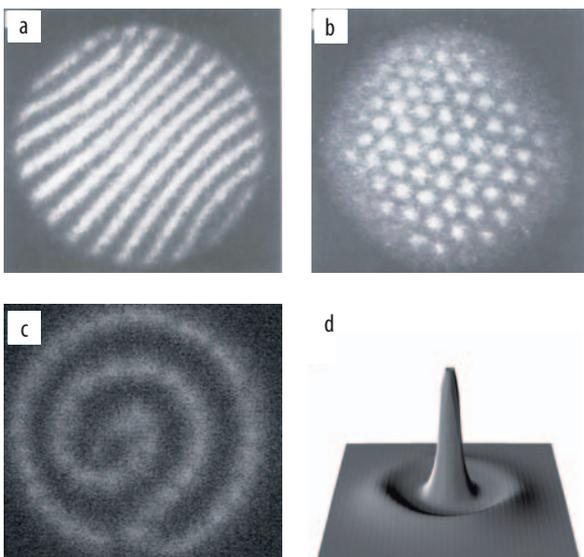


Abb. 3 In gleichspannungsgetriebenen Gasentladungen lassen sich selbstorganisierte Strukturen in der Leuchtdichte der Entladungsebene beobachten. Dazu zählen Streifen (a) [5], hexagonale Strukturen (b) [5], rotierende, nach außen laufende Spiralen (c) [15] und dissipative Solitonen (d) [4]. Stehende und laufende Fronten sind ebenfalls gängige Muster.

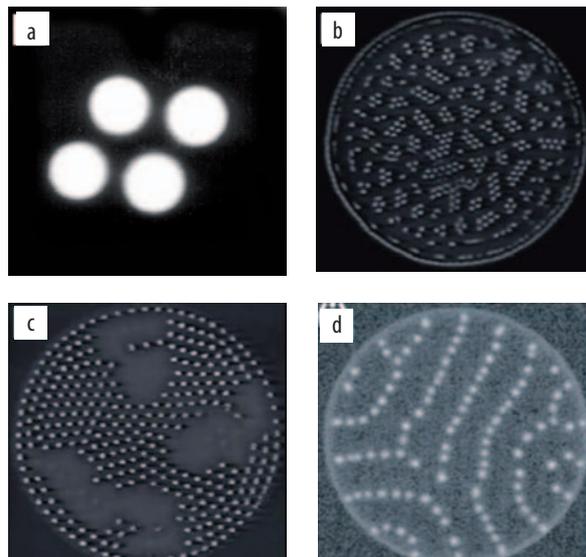


Abb. 4 In Wechsellspannungs- (a–c) und Gleichspannungssystemen (d) beobachtete komplexe selbstorganisierte, aus dissipativen Solitonen aufgebaute Strukturen. Diese können etwa stehen, laufen, rotieren oder gleichzeitig laufen und rotieren (a) [16]: Auf einer weiteren Ebene der Komplexität bildet sich ein „Molekülgas“ (b) [17], es treten dynamische Domänen aus hexagonalen Strukturen auf (c) [14] oder Ketten, die eine regelmäßige Anordnung anstreben (d) [18].

5) Allerdings ist es bislang nicht gelungen, aussagekräftige Phasendiagramme für die auftretenden Strukturen anzugeben.

6) www.uni-magdeburg.de/abp/

Bei der theoretischen Beschreibung der Strukturvielfalt liegt es zunächst nahe, auf das klassische Konzept für die Beschreibung des Ladungstransports in Gasentladungssystemen zurückzugreifen. Dies hat den Vorteil, dass eine Brücke zwischen der mikroskopischen Gasentladungsphysik und den komplexen makroskopischen Phänomenen der Strukturbildung geschlagen werden kann. Dessen ungeachtet stellen sich bei der Lösung der zugehörigen Transportgleichungen z. B. im Drift-Diffusions-Modell (siehe entsprechenden Infokasten) große Schwierigkeiten ein. Um dies zu verstehen, muss man berücksichtigen, dass die Elektronenlaufzeit von der Anode zur Kathode für die uns interessierende Fälle eine intrinsische Zeitskala in der Größenordnung von einigen Nanosekunden definiert. Im Fall der Teilchenmodelle, welche auf molekuldynamische Simulationen zurückgreifen, kommen über die Stoßzeiten sogar Zeitskalen von weit weniger als einer Nanosekunde ins Spiel. Dagegen erstrecken sich die im Experiment beobachteten Zeitskalen bis zu einer Sekunde. Aus diesen Gründen müssen sich numerische Berechnungen von selbstorganisierten Strukturen oft auf bis zu 10^9 Zeitschritte erstrecken. Angesichts der Tatsache, dass zudem drei räumliche Dimensionen zu berücksichtigen sind, erweisen sich derartige Rechnungen, mit wenigen Ausnahmen, in denen Experiment und numerische Lösung gut übereinstimmen (z. B. [7]), als sehr schwierig, in den meisten Fällen sogar als unmöglich.

Synergetische Betrachtungsweise

Angesichts der beschriebenen Schwierigkeiten möchten wir im Folgenden die Betrachtungsweise ändern und die beobachteten Selbstorganisationsphänomene aus dem Blickwinkel der „Nichtlinearen Dynamik und Strukturbildung“ oder „Synergetik“ diskutieren [8, 9]. In dieser Betrachtungsweise ist zunächst von Bedeutung, dass für die beobachteten Strukturen, unabhängig vom Rand, eine charakteristische räumliche Länge existiert und dass die Struktur verschwindet, wenn die

räumliche Ausdehnung des Grundgebietes diese Länge unterschreitet. Im Weiteren können Muster nur dann existieren, wenn dem System „hochwertige“ Energie zugeführt wird, diese im System dissipiert und zumindest teilweise als Wärme abgegeben wird. Dies hat zu Folge, dass die zeitliche Entwicklung des Systems irreversibel ist und auf wohldefinierte Langzeitlösungen oder Attraktoren führt, die wir auch als dissipative Strukturen bezeichnen möchten. Die bisher gezeigten Muster sind dafür Beispiele.

Schließlich sind Gasentladungssysteme hoch nicht-linear. Daher beobachtet man z. B. Multistabilität, d. h. ein System kann sich, bei gegebenem Parametersatz je nach Anfangsbedingung, in einem von mehreren möglichen Attraktoren befinden, also qualitativ verschiedene dissipative Strukturen ausbilden. So kann sich das System aus Abb. 1 bei einer angelegten Spannung U_0 von ca. 450 bis 550 V in einem homogenen oder einem mit der Amplitude A modulierten periodischen Zustand der positiven Säule befinden (Abb. 6). Darüber hinaus hängen Art und Zahl der dissipativen Strukturen in komplexer Weise von den Parametern selbst ab, und das System kann bei Überschreiten eines kritischen Parameterwerts sein Verhalten qualitativ ändern, indem sich der zugehörige Satz von Attraktoren qualitativ ändert (Bifurkation).⁵⁾ Findet andererseits bei Parameteränderung zwischen den Bifurkationspunkten p_{c1} und p_{c2} keine Bifurkation statt, so ist das qualitative Verhalten im ganzen Parameterintervall (p_{c1}, p_{c2}) bekannt, wenn dieses in der Nähe eines der Bifurkationspunkte der Fall ist.

Der Bifurkationsbegriff steht insbesondere deshalb im Zentrum der uns interessierenden synergetischen Konzepte, da es Methoden gibt, das Verhalten von Systemen in der Nähe solcher Punkte auf einfache Weise zu beschreiben. Um dies zu veranschaulichen, wollen wir uns vorstellen, dass das Strukturbildungsverhalten eines gegebenen Systems durch eine vektorielle Größe $u(x,t)$ beschrieben wird, in dem als Komponenten die das System beschreibenden raum- und zeitabhängigen physikalischen Größen stehen. Als Beispiel betrachten wir einen Parameterbereich, in dem bei

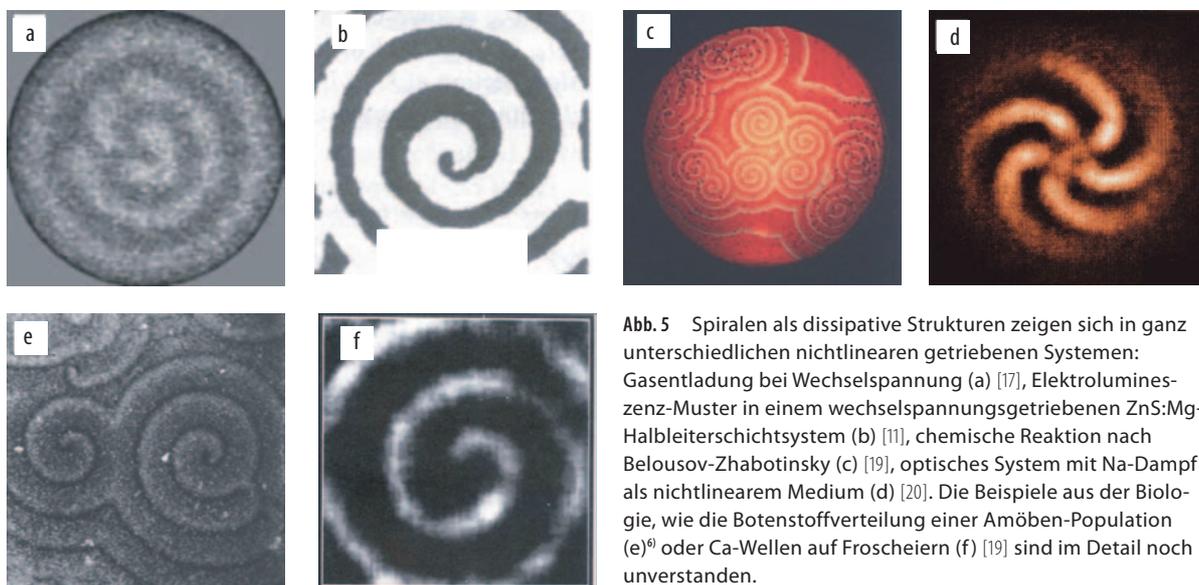


Abb. 5 Spiralen als dissipative Strukturen zeigen sich in ganz unterschiedlichen nichtlinearen getriebenen Systemen: Gasentladung bei Wechselfeldspannung (a) [17], Elektrolumineszenz-Muster in einem wechselfeldspannungsgetriebenen ZnS:Mg-Halbleiterschichtsystem (b) [11], chemische Reaktion nach Belousov-Zhabotinsky (c) [19], optisches System mit Na-Dampf als nichtlinearem Medium (d) [20]. Die Beispiele aus der Biologie, wie die Botenstoffverteilung einer Amöben-Population (e)⁶⁾ oder Ca-Wellen auf Froscheiern (f) [19] sind im Detail noch unverstanden.

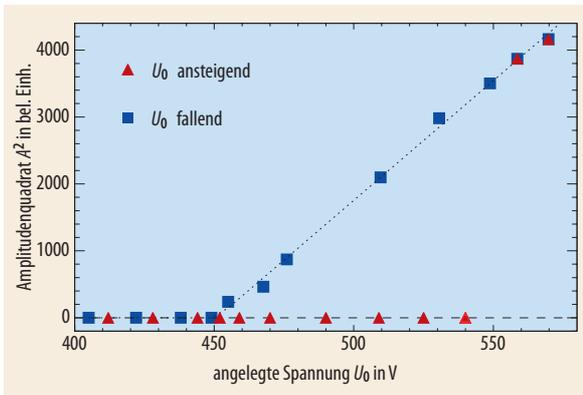


Abb. 6 Das Quadrat der Amplitude der Fourier-Grundmode des periodischen Musters der Leuchtdichteverteilung in der positiven Säule der Abb. 1 als Funktion steigender und fallender außen angelegter Spannung U_0 .

Erhöhung von p , am kritischen Wert p_c die stabile homogene stationäre Lösung u_0 in eine stabile stationäre periodisch modulierte Lösung u_p bifurkiert. Dann lässt sich die unmittelbar nach der Bifurkation auftretende Lösung oft als

$$u_p(x, t) = u_0 + \sum_i \alpha_i(t; p) u_i(x),$$

schreiben, mit $|u_p(x, t) - u_0|$ als kleine Größe, welche die nach der Bifurkation auftretende Modulation des homogenen Zustandes u_0 beschreibt.

Nun existieren Methoden, welche die als Moden bezeichneten Funktionen $u_i(x)$ und deren zeitabhängige Amplituden $\alpha_i(t; p)$ zu ermitteln erlauben. Dabei zeigt sich, dass in der Nähe des Bifurkationspunktes und auf langer Zeitskala gewöhnlich nur eine oder wenige Moden einen Beitrag liefern. Diese Amplituden behafteten Moden bezeichnet man als Ordnungsparameter, deren Langzeitverhalten durch die zugehörigen Amplituden $\alpha_i(t; p)$ beschrieben wird. Für letztere erhält man üblicherweise sehr einfache gewöhnliche Differentialgleichungen, die sog. Normalformen, die auch den Parameter p enthalten. Die Lösungen der Normalformen liefern die gewünschten Amplituden und deren Zeitabhängigkeit. Für stationäre dissipative Strukturen und in der Nähe des Bifurkationspunktes geben z. B. die stationären Lösungen dieser Normalformen eine algebraische Beziehung zwischen der Amplitude des Ordnungsparameters und dem Systemparameter. Derartige Beziehungen liefern die oben angesprochenen Skalengesetze.

Der Begriff des Ordnungsparameters wird aber auch in einer weniger mathematisch strengen Weise verwendet, indem man bei der Modellierung eines gegebenen physikalischen Systems mit Hilfe physikalischer Überlegungen und u. U. weit weg vom Bifurkationspunkt die schnellen Variablen adiabatisch eliminiert. Als Folge tauchen in der resultierenden Beschreibung nur noch die langsamen physikalischen Größen auf, welche die Rolle der Ordnungsparameter übernehmen. Das verlangt erheblich mehr physikalische Intuition, erspart es einem aber, die Ordnungsparameter im Rahmen einer Modenanalyse z. B. aus den mikroskopischen Gleichungen herzuleiten.

Die synergetische Herangehensweise scheint die

klassische mikroskopische Behandlung der Gasentladung in hervorragender Weise zu ergänzen, sodass zusammen genommen beste Voraussetzungen für ein tief gehendes qualitatives und quantitatives Verstehen der in Gasentladungssystemen beobachteten Selbstorganisationsphänomene bestehen.

Verständnis des universellen Verhaltens

Da oft in sehr verschiedenen Systemen die gleichen Normalformen auftreten, ist es nicht verwunderlich, dass nichtlineare dissipative Systeme in der Nähe von Bifurkationspunkten universelles Verhalten zeigen. Das Gleiche gilt für deren Skalenverhalten. Da sich bei Parameteränderung ohne weitere Bifurkationen das qualitative Verhalten dissipativer Strukturen auch dann nicht ändert, wenn man sich weit vom Bifurkationspunkt entfernt, wird universelles Verhalten auch über einen größeren Bereich des Parameterraums erwartet. – Wir erkennen aus diesen Betrachtungen, dass in vielen Fällen mit den Methoden des Gebietes „Nichtlineare Dynamik und Strukturbildung“ oder „Synergetik“ eine radikale Vereinfachung der Systembeschreibung möglich ist und sich grundsätzlich eine Erklärung für das experimentell beobachtete universelle Verhalten dissipativer Strukturen geben lässt.

Leider hat die synergetische Betrachtungsweise in der im vorhergehenden Abschnitt erläuterten Art bisher wenig Anwendung im Bereich der Gasentladungsphysik gefunden. Dessen ungeachtet gibt es aber phänomenologische Überlegungen, die vermuten las-

DAS DRIFT-DIFFUSIONS-MODELL

In der Abwesenheit von elektrischen Feldern ist der elektrische Ladungstransport ausschließlich diffusiver Natur und ist nach dem **Fickschen Gesetz** als $-D_s \nabla n_s$ gegeben, wo n_s die Ladungsträgerdichte und D_s die Diffusionskonstante von Elektronen ($s = e$) und Ionen ($s = i$) darstellen (bei einer Art von Ionen). Nach Einschalten des elektrischen Feldes E ändert sich die Situation drastisch, und es kommen zwei neue Mechanismen ins Spiel: permanenter Energiegewinn der Ladungsträger durch das elektrische Feld und permanenter Energieverlust durch inelastische Stoßprozesse. Dabei kann die sich ausbildende mittlere Driftgeschwindigkeit $\langle v \rangle$ als $b_s E$ mit b_s als Beweglichkeit geschrieben werden ($b_e < 0, b_i > 0$).

Zur Aufstellung der Transportgleichungen geht man von der **Kontinuitätsgleichung** für die Ladungsträgerdichten n_s aus. Dazu schreiben wir den Teilchenfluss von Elektronen und Ionen als

$$\Gamma_s = b_s n_s E - D_s \nabla n_s,$$

und zusammen mit der Kontinuitäts-

gleichung für Elektronen und Ionen erhalten wir für die Teilchendichten

$$\partial_t n_s + \nabla \Gamma_s = Q_s, \quad (i)$$

Der Quellenterm Q_s beschreibt die Erzeugung und Vernichtung von Ladungsträgern pro Volumen- und Zeiteinheit. Der einfachste Ansatz für Q_s geht davon aus, dass neue Elektronen und Ionen durch Stoß von Elektronen mit Neutralteilchen generiert werden und man

$$Q_e = Q_i = a(E) \Gamma_e$$

schreiben kann, wobei der Ionisationskoeffizient $a(E)$ stark nichtlinear von E abhängt und durch Fitten experimenteller Daten gewonnen wird. Da die beiden Kontinuitätsgleichungen noch das elektrische Feld enthalten, wird noch eine dritte Gleichung benötigt. Diese ist die **Poisson-Gleichung**

$$\epsilon_0 \nabla^2 \varphi = -e(n_i - n_e), \quad (ii)$$

mit $E = -\nabla \varphi$. Die Gl. (i, ii) werden durch geeignete Randbedingungen vervollständigt, welche auch die Emission von Elektronen durch auf die Kathode fallende Ionen berücksichtigt [1, 2].

sen, dass ein gewisses qualitatives Verständnis der beobachteten dissipativen Strukturen und deren universellen Verhaltens sehr wohl möglich ist. Diese basieren auf der mathematisch weniger strengen Definition von Ordnungsparametern.

Ausgangspunkt der genannten phänomenologischen Überlegungen ist das dreikomponentige Reaktions-Diffusions-Modell, welches im Fall des gleichspannungsgetriebenen Systems **Abb. 2** im Wesentlichen aus einem einfachen elektrischen Ersatzschaltbild hergeleitet werden konnte (siehe Infokasten „Das Reaktions-Diffusions-Modell“). Der Name des Modells erklärt sich dadurch, dass sich damit häufig die zeitliche Entwicklung der Komponenten von Reaktionen in chemischen, biologischen und anderen Systemen beschreiben lässt, in denen der Materialtransport ausschließlich über Diffusion erfolgt und die auf der rechten Seite stehenden Funktionen lokale chemische Reaktionen beschreiben. Diese modellieren letztlich die Erzeugung oder Vernichtung von Molekülen. Analog zu chemischen Systemen beschreiben diese Funktionen in unserem Fall die Erzeugung und Vernichtung von Ladungsträgern.

Im Gegensatz zu den Drift-Diffusions-Gleichungen existiert für das Reaktions-Diffusions-System eine Vielzahl von analytischen Aussagen und numerischen

Lösungen [4, 6, 10]. Quantitativ reproduziert deren Lösungsmannigfaltigkeit zunächst in erstaunlich guter Weise die in den diskutierten Gleichspannungs-Gasentladungssystemen beobachteten dissipativen Strukturen. Dies gilt aber auch bei Wechselspannungen oder vielen anderen Systemen, welche sich in ihrem Aufbau stark von Gasentladungssystemen unterscheiden (z. B. [6, 11]). Insbesondere gelang es, experimentell beobachtete stationäre und dynamische Strukturen in der Form von Fronten, Streifen, hexagonalen Strukturen, Spiralen und dissipativen Solitonen, deren Defektstrukturen sowie aus dissipativen Solitonen aufgebaute Strukturen als Lösungen zu finden (**Abb. 7**). Das experimentell beobachtete Skalverhalten in der Nähe von Bifurkationspunkten wird ebenfalls vielfach richtig beschrieben. Eine solche Betrachtungsweise ist einer Problemstellung, welche die ausschließliche Beschreibung selbstorganisierter Strukturen in der Entladungsebene zum Ziel hat, in hervorragender Weise angepasst. Die Gleichungen des Reaktions-Diffusions-Modells scheinen eine Normalform nicht nur für planare Gasentladungssysteme zu liefern, sondern auch für eine größere Universalitätsklasse.

Wie sich mit dem Reaktions-Diffusions-Modell die Mechanismen der Strukturbildung in einfacher Weise

DAS REAKTIONS-DIFFUSIONS-MODELL

Viele beobachtete Strukturbildungsszenarien und die zugehörigen Skalengesetze lassen sich qualitativ als Lösung der folgenden Gleichungen finden:

$$\begin{aligned} \tau_u \partial_t u &= d_u^2 \nabla^2 u + f(u) - \kappa_3 v - \kappa_4 w - \kappa_1 - \kappa_2 \langle u \rangle, \\ \tau_v \partial_t v &= d_v^2 \nabla^2 v + u - v, \\ \tau_w \partial_t w &= d_w^2 \nabla^2 w + u - w. \end{aligned}$$

Um mit diesem **Reaktions-Diffusions-Modell** auch dynamische Phänomene wie mehrere laufende dissipative Solitonen in mehr als einer Raumdimension beschreiben zu können, wurde die Variable w hinzugenommen, deren physikalischer Ursprung noch ungeklärt ist.

Diese Gleichungen lassen sich für $w=0$ aus einem einfachen elektrischen Ersatzschaltbild für das **Gleichspannungs-Gasentladungssystem** (**Abb. 2**) ableiten [4]. Dann bedeuten, bis auf eine Normierung, u die Stromdichte senkrecht zur Entladungsebene und v der Spannungsabfall am Halbleiterwafer (**Abb. a**). τ_u und τ_v sind die Strom- bzw. Spannungsrelaxationszeit und d_u und d_v die Strom- bzw. Spannungsdiffusionslängen. Die Funktion $f(u) \approx \lambda u - u^3$, $\lambda > 0$ ist eine sehr grobe Approximation der Umkehrung der lokalen S-förmigen stationären Strom-Spannung-Kennlinie. κ_1 und κ_2 sind proportional zu U_0 bzw. R_0 in **Abb. 2**. Durch $R_0 \neq 0$ kommt eine durch den Integralterm $\kappa_2 \langle u \rangle$ repräsentierte globale Kopplung ins Spiel, da der über die gesamte Entladungsebene integrierte Strom durch R_0 fließt.

Als anschauliches Beispiel betrachten wir nun die **Bildung und Stabilisierung eines solitären Stromfilamentes** für den Gleichspannungsfall (**Abb. 3d**). Weiterhin denken wir uns das System quasi eindimensional und teilen es in Zellen Z_n ein, die einzeln Bistabilität zeigen,

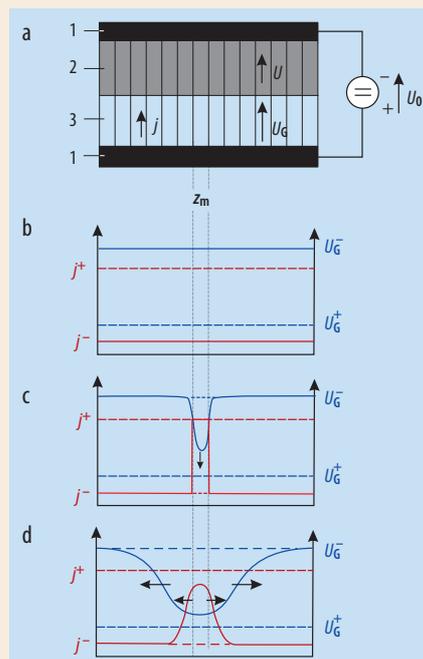
sich also je nach Anfangsbedingung in einem stationären Niedrigstromzustand j^- mit $U_G^- = U_0 - U^-$ oder einem Hochstromzustand j^+ mit $U_G^+ = U_0 - U^+$ befinden können.

Das gesamte System befinde sich im Zustand j^- . Dann herrscht an jeder Zelle die gleiche Spannung U^- bzw. $U_G = U_G^-$ (**Abb. b**). Durch eine große kurzzeitige Störung der Zelle Z_m werde ein Übergang von j^- nach j^+ initiiert. Sind die Zellen diffusiv gekoppelt, so entsteht zu den Nachbarzellen von Z_m ein Übergangsbereich von j^+ nach j^- , der sich auch als Front

betrachten lässt. Wie verhält sich diese Front im Verlauf der Zeit?

Erhöht man den Strom in Z_m , so erhöht sich wegen der hochohmigen Schicht U , während U_G abgesenkt wird. Dies läuft mit der Spannungsrelaxationszeit τ_v ab (**Abb. c**). Auf Grund der Spannungsdiffusion wird sich aber im Lauf der Zeit ein erhöhtes U und ein verringertes U_G auch in den Nachbarzellen von Z_m einstellen, was den Übergang von j^- nach j^+ und damit die Frontausbreitung in die Nachbarzellen hinein erschwert. Andererseits wird durch Stromdiffusion Strom in die Nachbarzellen „geschwemmt“, was ein Durchschalten von j^- nach j^+ in den Nachbarzellen begünstigt (**Abb. d**).

Ist nun $\tau_j \gg \tau_v$, dann wird sich nach der Störung sehr schnell die erniedrigte Spannung U_G in Z_m einstellen und auch sehr bald in den Nachbarzellen, wenn nur die Spannungsdiffusion hinreichend viel größer als die des Stromes ist. Deshalb wird in der Nachbarschaft von Z_m die inhibierend wirkende Spannungsabsenkung von U_G die Erhöhung des Stromes dominieren, die ihrerseits die Ausbreitung der Front fördert. Das führt dazu, dass die Ausbreitung von j^+ schließlich zum Stillstand kommt (**Abb. d**). Wegen der großen Stabilität des in Z_m zwischenzeitlich voll durchgeschalteten Zustandes wird sich die Front aber auch nicht rückwärts bewegen. Als Ergebnis erhält man ein stabiles Frontpaar, welches eine lokalisierte Struktur in der Form eines stationären solitären Stromfilamentes einschließt und als Spot oder dissipatives Soliton in der Entladungsebene sichtbar wird.



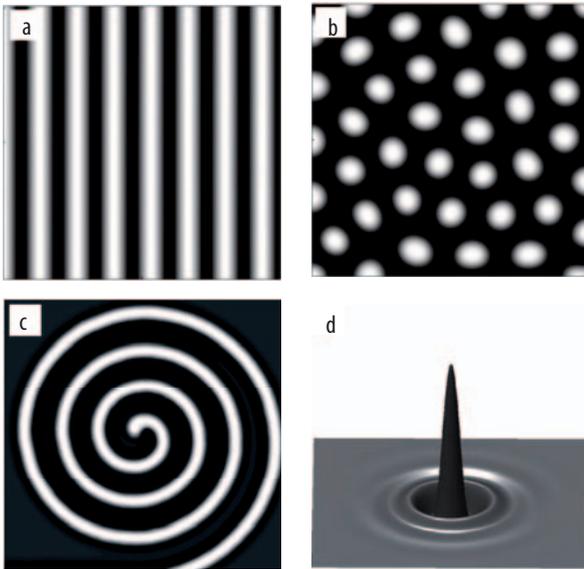


Abb. 7 Numerische Lösungen des Reaktions-Diffusions-Systems in zwei räumlichen Dimensionen für verschiedene Parameter-sätze reproduzieren sehr gut die experimentellen Muster aus Abb. 3: Streifen (a), hexagonale Struktur (b), rotierende und nach außen laufende Spiralen (c), dissipatives Soliton (d).¹⁾

verstehen lassen, wird im gleichnamigen Infokasten für den Fall der Bildung eines solitären Stromfilamentes diskutiert.

Auf den ersten Blick scheint die Beschreibung von elektrischen Transportphänomenen in Gasentladungssystemem im Rahmen eines Reaktions-Diffusions-Modells, in dem Drift-Terme explizit nicht auftauchen, im Widerspruch zur klassischen Beschreibung des Ladungstransports zu stehen. Eine genauere Analyse der Drift-Diffusions-Gleichungen zeigt aber, dass zumindest in Einzelfällen für planare Gleichspannungssysteme aus ersteren Reaktions-Diffusions-Gleichungen hergeleitet werden können, welche nur noch die Koordinaten der Entladungsebene enthalten und zeigen, dass der Ladungstransport durch Diffusion dominiert [12].

Vom Verständnis zur Anwendung

Der Vergleich mit experimentell gefundenen dissipativen Strukturen in einer Vielzahl andersartiger physikalischer, chemischer, biologischer Systeme legt nahe, dass die in Gasentladungen beobachteten Muster universelles Verhalten einer ganzen Systemklasse widerspiegeln. Synergetische Methoden ermöglichen eine theoretische Begründung dieses universellen Verhaltens.

Für die Zukunft lassen sich für dissipative Strukturen wichtige Anwendungen z. B. auf dem Gebiet des Plasmaätzens und anderer Methoden der Materialbearbeitung erwarten. Hier könnten Selbstorganisationsphänomene für eine vereinfachte, optoelektronisch gesteuerte Realisation bestimmter Muster ausgenutzt werden. Die große Stabilität selbstorganisierter Filamente könnte darüber hinaus für die Displaytechnik von Bedeutung sein. Schließlich sind auf Grund der Analogie zwischen dissipativen Solitonen und Nervenpulsen völlig neuartige Anwendungen in der Informa-

tionstechnologie, etwa der Bau von logischen Bauelementen [13], nicht auszuschließen.

Und nicht zuletzt können Untersuchungen an Gasentladungssystemen in exemplarischer Weise dazu beitragen, ein vertieftes allgemeines Naturverständnis zu gewinnen. Nicht wenige Wissenschaftler halten das Verständnis und die gezielte Anwendung dissipativer Strukturen für eine der ganz großen Herausforderungen der modernen Naturwissenschaften.

*

Die Autoren danken der AG „Nichtlineare Systeme und Strukturbildung“, insbesondere H. Bödeker, S. Gurevich und L. Stollenwerk sowie S. Kottemer.

Literatur

- [1] Y. P. Raizer, Gas Discharge Physics, Springer, Berlin (1991)
- [2] M. A. Lieberman und A. J. Lichtenberg, Principles of Plasma Discharges and Materials Processing, Wiley, New York (1994)
- [3] Y. A. Astrov und H.-G. Purwins, Phys. Lett. A **283**, 349 (2001)
- [4] H.-G. Purwins, H. U. Bödeker und A. W. Liehr, in: N. Akhmediev und A. Ankiewicz (Hrsg.), Dissipative Solitons, Springer, Berlin, Heidelberg (2005)
- [5] Y. A. Astrov, E. Ammelt, S. Teperick und H.-G. Purwins, Physics Letters A **211**, 184 (1996)
- [6] M. C. Cross und P. C. Hohenberg, Rev. Mod. Phys. **65**, 851 (1993)
- [7] L. Stollenwerk, S. Amiranashvili, J.-P. Boeuf und H.-G. Purwins, Phys. Rev. Lett. **96**, 255001 (2006)
- [8] P. Glansdorff und I. Prigogine, Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations, Wiley, New York (1971)
- [9] H. Haken, Synergetics: Introduction and Advanced topics, Springer, Berlin (2004)
- [10] M. Bode, A. W. Liehr, C. P. Schenk und H.-G. Purwins, Physica D **161**, 45 (2002)
- [11] H. Rüfer, V. Marrello und A. Onton, J. Appl. Phys. **51**, 1163 (1980)
- [12] S. Amiranashvili, S. V. Gurevich und H.-G. Purwins, Phys. Rev. E **71**, 066404 (2005)
- [13] A. Adamatzky und B. De Lacy Costello, Phys. Rev. E **66**, 046112 (2002)
- [14] I. Brauer, E. Ammelt und H.-G. Purwins, in: Proc. XXIV ICPIG, Warschau (1999), S. 141
- [15] E. L. Gurevich, Y. A. Astrov und H.-G. Purwins, Journal of Physics D **38**, 468 (2005)
- [16] E. Ammelt, D. Schweng und H.-G. Purwins, Physics Letters A **179**, 348 (1993)
- [17] I. Brauer, PhD thesis, Münster (2000)
- [18] C. Strümpel, Y. A. Astrov und H.-G. Purwins, Physical Review E **63**, 026409 (2001)
- [19] P. Ball, The Self-Made Tapestry: Pattern Formation in Nature, Oxford University Press, Oxford (1999)
- [20] F. Huneus, B. Schäpers, T. Ackemann und W. Lange, Appl. Phys. B **76**, 191 (2003)

DIE AUTOREN

Hans-Georg Purwins studierte Physik an der Universität Göttingen und promovierte 1969 an der TU München 1969. Er habilitierte an der Universität Genf (1976) und an der ETH Zürich (1978). Nach verschiedenen Gastaufenthalten an Großforschungsanlagen in Frankreich, Dänemark, Kanada und der Schweiz wurde Purwins 1978 Professor an der Universität Münster, wo er die Arbeitsgruppe „Nichtlineare Systeme und Strukturbildung“ leitet. Von 1996 bis 2005 war er Sprecher des Graduiertenkollegs „Nichtlineare kontinuierliche Systeme“



Shalva Amiranashvili studierte Physik an der Lomonosov Universität Moskau und promovierte 1996 am Moskauer Institut für Allgemeine Physik. Als Forschungsstipendiat der Humboldt-Stiftung forschte er ab 2001 an der Ruhr-Universität Bochum und arbeitet seit 2003 am Institut für Angewandte Physik der Universität Münster.

