aus der Zahlentheorie lehrt uns, dass $(a^{r/2}-1)\times(a^{r/2}+1)$ ein Vielfaches von N ist und dass eine gute Chance besteht, dass die Größen $\mathrm{ggt}(a^{r/2}-1, N)$ und $\mathrm{ggt}(a^{r/2}+1, N)$ Primfaktoren von N sind. In unserem Beispiel bedeutet dies $\mathrm{ggt}(7^{4/2}-1, 15)=3$ und $\mathrm{ggt}\,(7^{4/2}+1, 15)=5$. (Dies gelingt allerdings nicht in jedem Fall. Der Versuch muss dann mit anderen Werten von a wiederholt werden). Bei großen Zahlen steigt der Aufwand für die Berechnung des ggt nur mit einer Potenz von N und nicht exponentiell. Für diese Aufgabe genügt ein klassischer Computer.

Auf diese Weise hat Shor die Primfaktorenzerlegung zurückgeführt auf die Bestimmung der Periode von $f(x)$. Damit ist indes noch nichts gewonnen, denn auch diese Aufgabe wird exponentiell schwieriger mit wachsendem N. Der Trick besteht nun darin, für die Berechnung der Periode ebenfalls einen Quantenalgorithmus anzuwenden, und zwar die Quanten-Fourier-Transformation (QFT). Diese QFT nutzt wiederum die massive Quantenparallelität (Superposition und Verschränkung) aus, um schneller zum Ergebnis zu kommen als die klassische FFT. Hierfür muss zunächst eine Superposition aller möglichen Rechenwege konstruiert werden.

Dafür benötigen wir zwei Quantenregister R_1 und R_2. Register R_1 enthält die Zahl x und Register R_2 die Zahl $f(x)$. Beide Register werden kombiniert zu einem Gesamtzustand $|x,f(x)\rangle$. Für das Register $R_1=|n_3,n_2,n_1\rangle$ sehen wir drei Bits vor und für das Register $R_2=|m_4,m_3,m_2,m_1\rangle$ vier Bits, um die Zahlen 0, 1, ... , 15 zu repräsentieren. Insgesamt also sieben Bits. Da es sich um Qubits handelt, wird der gesamte erforderliche Quantenzustand durch $|R_1\rangle\,|R_2\rangle=|x,f(x)\rangle=|n_3,n_2,n_1,m_4,m_3,m_2,m_1\rangle$ beschrieben, wobei m_j, n_k die Werte $\pm 1/2$ bzw. 0 oder 1 für die beiden Eigenzustände der Kernspins annehmen. Im Folgenden werden wir die Register auch in Dezimaldarstellung angeben, z. B. $R_1=|110\rangle=|6\rangle$.

In der Praxis verwenden die Autoren speziell synthetisierte Moleküle mit jeweils fünf ^{19}F- und zwei ^{13}C-Spins als Qubits. Jedes der Moleküle in flüssiger Phase stellt ein Quantenregister mit sieben Qubits dar. Im Prinzip ließen sich die Rechenoperationen mit einem einzigen Molekül als Quantencomputer durchführen, durch das Rechnen mit ca. 10^{20} Molekülen gleichzeitig wird jedoch das Signal verstärkt. Zum Auslesen der Quantenregister werden die Spektrallinien der Spins 1, 2 und 3 beobachtet. Sie geben Aufschluss über die Orientierung der einzelnen Kernspins. Zur Durchführung des Shor-Algorithmus strahlten Chuang et al. etwa 300 Hochfrequenzpulse selektiv auf die einzelnen sieben Kernspins ein. Zunächst brachten sie die Moleküle in den Anfangszustand $|R_1,R_2\rangle=|0,1\rangle=|0000001\rangle$ und die drei Qubits von R_1 zur Überlagerung von 0 und 1. Danach enthält R_1 alle acht Werte von x in Superposition. Eine anschließende Multiplikation mit R_2, welches so präpariert wurde, dass es $f(x)$ enthält, führt zum Quantenzustand

$$|\psi\rangle=\frac{1}{\sqrt{8}}\sum_{x=0}^{7}\left|x,f(x)\right\rangle \quad .$$

Dieser Zustand enthält also eine Superposition aller möglichen Ergebnisse. Zur Festlegung der Periodizität von $f(x)$ wird nun noch eine QFT auf R_1 durchgeführt und das Ergebnis ausgelesen. Die Spektren von R_1 enthalten dabei die Information über die Periodizität.

Einen Geheimcode wird man mit diesem Experiment noch nicht knacken können. Jedoch zeigt dieses Beispiel, dass auch kompliziertere Quantenalgorithmen im Prinzip durchführbar sind. Ein Quantencomputer der Zukunft wird dann aber wohl aus festen und hochskalierbaren Bausteinen bestehen.

Michael Mehring

[1] *L. M. K. Vandersypen* et al., Nature **414**, 883 (2001)

[2] *P. Shor*, SIAM J. in Computing **26** 1484 (1997)

[3] *M. Mehring*, Appl. Mag. Res. **17**, 141 (1999)

Prof. Dr. Michael Mehring, 2. Physikalisches Institut, Universität Stuttgart, 70550 Stuttgart

Lupe im All

Einem internationalen Astronomen-Team ist es erstmals gelungen, einen als Gravitationslinse wirkenden Stern in unserer Milchstraße direkt zu fotografieren.

Die Schwerkraft wirkt nicht nur auf Materie, sondern sie zieht auch Lichtstrahlen an und lenkt sie von ihrer geradlinigen Bahn ab. Dies hat Albert Einstein 1916 in der Allgemeinen Relativitätsheorie hergeleitet. In Physik-Lehrbüchern ist nachzulesen, dass Arthur Eddington 1919 in der berühmten Sonnenfinsternis-Expedition diese Lichtablenkung gemessen und die Einsteinsche Vorhersage quantitativ bestätigt hat. Trotz dieses Erfolgs wurden „Gravitationslinsen“ lange Zeit als astronomische Kuriosität betrachtet. Selbst als Sjur Refsdal in den 60er Jahren zeigte [1], dass man mit der gravitativen Lichtablenkung sowohl die Massen von Sternen bestimmen als auch die Hubble-Konstante messen kann, die das Alter und die Größe des Universums bestimmt, gab es nur wenig Interesse an dieser Forschungsrichtung. Erst als 1979 mit dem Doppelquasar Q0957+561 das erste Gravitationslinsensystem identifiziert wurde [2], begann der Erfolgsweg dieser neuen Methode.

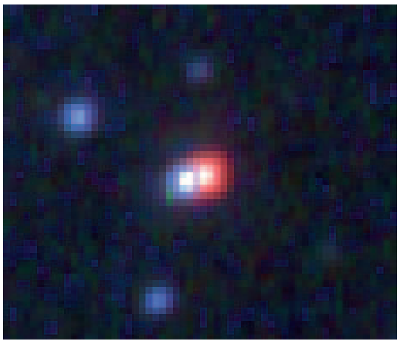
Seit fast drei Jahrzehnten gibt es Hinweise darauf, dass ein Großteil der Materie im Weltall nicht direkt sichtbar ist, sondern sich nur durch die Schwerkraftwirkung verrät. Mögliche Kandidaten für diese „Dunkle Materie“ sind einerseits „MACHOs“ (MAssive Compact Halo Objects), kompakte Objekte mit sternähnlichen Massen in den äußeren Bereichen der Milchstraße. Zum anderen gelten die so genannten „WIMPs“ (Weakly Interacting Massive Particles) als vielversprechend. Herkömmliche (licht-sammelnde) astronomische Beobachtungstechniken haben prinzipielle Schwierigkeiten beim Nachweis dieser Dunklen Materie. Der Gravitationslinseneffekt dagegen ist gut dafür geeignet. Dies ist sicher einer der Gründe, warum er in den letzten Jahren mehr und mehr Anwendungen erfuhr.

Heute untersucht man die Lichtablenkung von ganz verschiedenen Objekten, die nahezu 20 Größenordnungen in der Masse umfassen (für eine Übersicht, siehe etwa [3]): „Giant Luminous Arcs“ in Galaxienhaufen – hochverstärkte und stark verzerrte Bilder von Hintergrundgalaxien – helfen uns, Gesamtmasse und Massenverteilung in diesen Galaxienhaufen zu bestimmen. Aus der Zeitverzögerung der Lichtsignale von Mehrfachquasaren, die durch die Lichtaufspaltung einzelner Galaxien produziert werden, wird die Hubble-Konstante gemessen. Auch Objekte geringerer Masse wie einzelne Sterne und sogar Planeten können als Linsen wirken, auch „Microlensing“ genannt.

Und genau mit diesen Mikrolinsen kann man – wie im Jahre 1986 von Bohdan Paczyński vorgeschlagen [4] – MACHOs in den äußeren Bereichen unserer Milchstraße, dem „Halo", nachweisen – wenn es sie denn gibt. Dazu muss man die Helligkeit von Sternen in der Großen Magellanschen Wolke (GMW), einer Nachbargalaxie, immer wieder messen. Hin und wieder sollte es vorkommen, dass ein solcher MACHO im Milchstraßenhalo nahe vor einem GMW-Stern vorbeizieht und diesen durch die Schwerkraftfokussierung auf charakteristische Weise verstärkt. Trotz der geringen Wahrscheinlichkeit für ein solches Ereignis (man muss mehr als eine Million Sterne auf diese Weise überwachen!), haben gleich drei Teams diese Suche aufgenommen und 1993 erste Ergebnisse präsentiert. Sie konnten in der Tat einige Sterne beobachten, deren scheinbare Helligkeit für einige Zeit in der vorhergesagten Weise zunahm, ein klares Indiz für eine im Vordergrund vorbeiziehende Gravitationslinse.

Das Problem bei der Auswertung eines solchen Mikrolinsenereignisses liegt darin, dass es drei unbekannte Parameter gibt: die Masse, die Transversalgeschwindigkeit und die Entfernung des als Linse wirkenden Objekts. Aus der Dauer der gemessenen Lichtkurve lässt sich nur eine Kombination dieser drei Größen ableiten. Ohne zusätzliche Informationen kann man daher die Linsenmasse nicht bestimmen.
Die Analyse des internationalen MACHO-Teams [5] zeigt, dass im Verlauf von 5,7 Jahren knapp 20 Ereignisse gemessen wurden und dass man damit – je nach Modell der Milchstraße – zwischen 8% und 50% der baryonischen Halo-Masse erklären kann. Etwa ein bis drei dieser Ereignisse sollten von normalen „Vordergrund"-Sternen innerhalb der Milchstraßenscheibe erzeugt worden sein, die man aufgrund ihrer schwachen Leuchtkraft jedoch nicht vom Hintergrundstern unterscheiden kann.

Um eine solche Mikrolinse dennoch ausfindig machen zu können, muss man einige Zeit warten. Da sich das als Linse wirkende Objekt relativ zum Hintergrundstern bewegt, ist nämlich zu erwarten, dass man es früher oder später „neben" dem Quellenstern sieht – wenn es denn ein normaler Stern und kein MACHO ist. Für Charles Alcock und seine Kollegen hat sich das Warten gelohnt. Zum erstenmal konnten die Astronomen einen als Linse wirkenden Stern fotografieren [6]. Im Februar 1993 hatte die Mikrolinse einen Stern vorübergehend heller leuchten lassen. Eine Aufnahme mit dem Hubble Space Telescope vom 13. Mai 1999 zeigt einen schwachen rötlichen Stern ganz knapp neben dem bläulicheren GMW-Stern (siehe Abbildung). Aus der leichten Positionsänderung in diesen 6,3 Jahren kann man auf eine Eigenbewegung von 0,021 Bogensekunden pro Jahr schließen.



Das erste Foto einer „Mikrolinse", aufgenommen vom Hubble-Teleskop, zeigt einen rötlichen Stern in der Mitte des Bildes, etwas rechts von einem bläulich leuchtenden Hintergrundstern. Vor 6,3 Jahren lagen beide Sterne auf einer Achse zur Erde, und der rötliche Stern wirkte als Gravitationslinse. (Foto: C. Nelson)

Am 2. Februar 2001 gelang es dann mit dem Very Large Telescope der Europäischen Südsternwarte in Chile, ein kombiniertes Spektrum der beiden Sterne aufzunehmen [6]. Während im kurzwelligen Bereich Spektrallinien des (heißen) GMW-Sterns dominieren, sind bei längeren Wellenlängen deutlich Kalium- und Natrium-Linien zu sehen, die eine Klassifizierung der Linse als Stern des Spektraltyps M4–5 gestatten. Solche Sterne haben eine Masse von etwa einem Zehntel der Sonnenmasse. Aus der empirischen Relation zwischen Farbe und absoluter Helligkeit dieses Sterntyps schließen die Autoren auf eine Entfernung des Linsensterns von etwa 600 parsec (ca. 2000 Lichtjahre).

Diese Massen- und Entfernungsabschätzung steht allerdings im Widerspruch zum Ergebnis einer komplementären Analyse, bei der die Parallaxe zugrundegelegt wird, die Änderung der Beobachtungsposition durch die Bewegung der Erde um die Sonne. Letztere resultiert in einer deutlich geringeren Masse und kleinerem Abstand. Diese Diskrepanz steht nach wie vor im Raum, wird aber durch zukünftige genauere Positions-Messungen des Linsensterns geklärt werden.

Die Tatsache jedoch, dass zum erstenmal ein als Mikrolinse wirkendes Objekt direkt nachgewiesen und als in der Scheibe der Milchstraße residierender sichtbarer Stern niedriger Masse identifiziert wurde, bleibt zweifelsfrei bestehen. Dies steht immer noch in Einklang mit der Hypothese, dass die meisten anderen Mikrolinsen-Ereignisse wirklich durch nicht leuchtende MACHOs erzeugt wurden. Einer ist keiner, sozusagen. Aber viel mehr Linsen dürften nicht mehr auf diese Weise „sichtbar“ werden. Sonst wäre dies als starker Hinweis auf die Existenz anderer Dunkle-Materie-Kandidaten aus der Teilchenphysik zu interpretieren, etwa die WIMPs. Zur endgültigen Klärung dieser Frage ist allerdings noch ein bißchen Geduld notwendig.

Joachim Wambsganss

[1] *S. Refsdal*, Monthly Not. Roy. Astr. Soc. **128**, 295 (1964) und **128**, 307 (1964)

[2] *D. Walsh, R. F. Carswell, R. J. Weymann,* Nature **279**, 381 (1979)

[3] *J. Wambsganss*, Scientific American 11/2001; Physik in unserer Zeit, 3/2000; www.livingreviews.org/Articles/Volume1/1998-12wamb/

[4] *B. Paczyński*, Astroph. Journ. **304**, 1 (1986).

[5] *C. Alcock* et al., Astroph. Journ. **542**, 281 (2000);

[6] *C. Alcock* et al., Nature **414**, 617 (2001); *A. P. Gould*, Nature **414**, 591 (2001).

Prof. Dr. Joachim Wambsganß, Universität Potsdam, Institut für Physik, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam, E-Mail: jkw@astro.physik.uni-potsdam.de

Prof. Dr. Dierk Rainer, Theoretische Physik III, Universität Bayreuth, 95440 Bayreuth

Überraschung im Fermi-See

Versagt die Theorie der Fermi-Flüssigkeitstheorie in Hochtemperatur-Supraleitern? Ein neues Experiment wird so interpretiert.

Metalle sind sowohl gute elektrische Leiter als auch gute Wärmeleiter. Für die gute Leitfähigkeit sind die Leitungselektronen verantwortlich: Sie sind sehr beweglich und können somit Ladung und Wärme effizient transportieren. Bereits Mitte des 19. Jahrhunderts entdeckten G. Wiedemann und R. Franz einen empirischen Zusammenhang zwischen der thermischen (κ) und der elektrischen (σ) Leitfähigkeit von Metallen [1]. Unabhängig davon, welches Metall sie untersuchten, fanden sie die erstaunlich einfache Beziehung

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3}\frac{k_B^2}{e^2} T\sigma \, ,$$

das später nach ihnen benannte Wiedemann-Franzsche Gesetz. Es lässt sich durch die Messung von Temperatur sowie elektrischer und thermischer Leitfähigkeit direkt überprüfen und wurde in Experimenten mit traditionellen Metallen – einfachen Metallen, Übergangsmetallen und intermetallischen Verbindungen – vielfach bestätigt. Das Wiedemann-Franzsche Gesetz erwies sich bisher als äußerst robust und universell gültig.

Kürzlich jedoch haben Hill et al. neue experimentelle Daten zur thermischen und elektrischen Leitfähigkeit im Normalzustand des Hochtemperatur-Supraleiters $Pr_{2-x}Ce_xCuO_{4-y}$ veröffentlicht, die auf eine gravierende Abweichung vom universellen Wiedemann-Franzschen Gesetz hinweisen [2]. Um diese Beobachtung einordnen zu können, muss man sich klar machen, in welchem Sinne das Wiedemann-Franzsche Gesetz als universell gültig eingestuft wurde, bzw. ob und unter welchen Umständen ein Zusammenbruch dieses Gesetzes erwartet wird. Antworten auf diese Fragen liefert die Theorie des Ladungs- und Wärmetransports in Metallen.

Arnold Sommerfeld und Hans Bethe präsentierten schon 1934 eine schlüssige Herleitung des Wiedemann-Franzschen Gesetzes [3]. Sie berechneten die thermische und die elektrische Leitfähigkeit durch Lösen einer klassischen Boltzmann-Transportgleichung unter Berücksichtigung der Fermi-Statistik der Elektronen. Zugleich nahmen sie an, dass die Elektronen mit einer von der Elektronenenergie unabhängigen Rate elastisch gestreut werden, wie sie für die Streuung an Störstellen typisch ist. Heute weiß man, dass das Wiedemann-Franzschen Gesetz nur bei genügend tiefen Temperaturen gilt, bei denen inelastische Prozesse wie Elektron-Phonon- und Elektron-Elektron-Streuung unterdrückt werden und die Fermi-Statistik der Leitungselektronen zum Tragen kommt. Diese Bedingung dürfte in den Experimenten von Hill et al. gut erfüllt sein und fällt wahrscheinlich als Ursache der beobachteten deutlichen Abweichungen vom Wiedemann-Franzschen Gesetz aus.

Die Autoren schlagen hingegen eine sehr spektakuläre Interpretation des Zusammenbruchs des Wiedemann-Franzschen Gesetzes vor. Sie vermuten, dass die Standardtheorie der Leitungselektronen von Metallen, die Fermi-Flüssigkeitstheorie, im normalleitenden Zustand der Hochtemperatur-Supraleiter völlig zusammenbricht. Um ihre Argumente zu verstehen, ist es notwendig, im Folgenden einige Grundtatsachen der von Lew D. Landau entwickelten Fermi-Flüssigkeitstheorie zu rekapitulieren.

Schon in den Anfangszeiten einer quantentheoretischen Behandlung der Festkörper in den späten 20er Jahren wurde klar, dass die Physik der Festkörper, speziell auch der Metalle, von Quanteneffekten dominiert wird. Man entdeckte z. B. die Bandstruktur der Elektronen, die Phononen als quantisierte Gitterschwingungen und die wichtige Rolle des Pauli-Prinzips, das die Stabilität der Festkörper und kollektive Effekte, wie den Festkörpermagnetismus, erklärt. Umso erstaunlicher war die Tatsache, dass man die elektrische und thermische Leitfähigkeit der Elektronen und weitere Transportphänomene in Metallen mit großer Genauigkeit durch eine klassische Boltzmannsche Transportgleichung beschreiben konnte. Die Lösung dieses