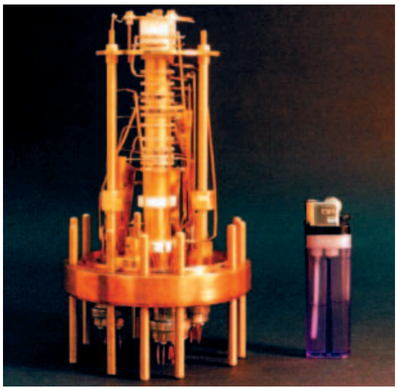
Was wiegt ein Elektron?

Eine deutsch-russische Forschergruppe hat die Elektronenmasse mit einem neuen Verfahren bestimmt, dreimal genauer als bisher.

„Die Geschichte der Physik zeigt, dass hinter der nächsten Dezimalstelle mit ziemlicher Sicherheit immer eine neue Entdeckung lauert.“ Dieser Ausspruch von J. K. Richtmyer aus den dreißiger Jahren des vergangenen Jahrhunderts mag auch heute noch die treibende Kraft für die immer genauere Bestimmung von fundamentalen Naturkonstanten sein. Andererseits macht der rasante Fortschritt auf allen Gebieten der Physik nicht nur eine höhere Genauigkeit möglich, er verlangt geradezu danach. Um dem Rechnung zu tragen, vergleicht das Committee on Data for Science and Technology (CODATA) in auffallend kürzerer Abfolge die publizierten Werte für fundamentale Naturkonstanten und veröffentlicht einen selbstkonsistenten Satz von Werten der Naturkonstanten für den internationalen Gebrauch [1]. Für diesen Abgleich ist es wünschenswert, jede Naturkonstante nicht nur möglichst genau, sondern auch redundant über verschiedene Verfahren zu bestimmen. Doch das ist nicht immer so einfach. So basiert der empfohlene Wert für die relative, auf die atomare Masseneinheit bezogene Elektronenmasse nur auf einem einzigen Experiment. Die relative Elektronenmasse ist im Vergleich zu Massen anderer fundamentaler Teilchen bislang am schlechtesten bestimmt, z. B. ungefähr einen Faktor zehn schlechter als die relative Protonmasse. Jetzt gelang es einer deutsch-russischen Forschergruppe, die relative Masse des Elektrons in einem unabhängigen indirekten Verfahren zu bestimmen und die Genauigkeit um einen Faktor drei zu verbessern [2].



Die Ionenfalle zur hochgenauen Bestimmung der Elektronenmasse besteht aus zwei Teilen: einer „Präzisionsfalle“ mit sehr homogenem Magnetfeld sowie einer „Analysatorfalle“ mit inhomogenem Magnetfeld. (Foto: G. Werth)

In beiden Verfahren zur Bestimmung der Elektronenmasse wurden Ionen bzw. Elektronen in einer Penning-Falle gespeichert, dem „Arbeitspferd“ der Präzisionsmassenspektroskopie, für dessen Entwicklung Hans Dehmelt 1989 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet wurde. In der Penning-Falle werden geladene Teilchen in einem elektrostatischen Quadrupolfeld und einem überlagerten homogenen Magnetfeld auf geschlossene periodische Bahnen gezwungen. Die Bewegung lässt sich als eine Überlagerung von drei unabhängigen Schwingungen beschreiben. Die schnellste der Oszillationen entspricht der Zyklotronbewegung eines geladenen Teilchens in einem homogenen Magnetfeld, die durch das elektrostatische Potential in der Falle allerdings modifiziert ist. Mithilfe der drei Frequenzen, die mit hoher Genauigkeit, z. B. durch Induktionsströme auf den Elektroden, vermessen werden können, lässt sich die ungestörte Zyklotronfrequenz $\omega_c = q/m\, B$ ermitteln. q ist die Ladung des Teilchens, m seine Masse und B das Magnetfeld.

Im traditionellen Verfahren der Massenbestimmung wird das Verhältnis der Zyklotronfrequenzen zweier abwechselnd bei gleichem Magnetfeld gespeicherter Teilchen gemessen, wobei ein Teilchen eine bekannte Referenzmasse hat. Man erhält die zu bestimmende Masse des anderen Teilchens in Einheiten der bekannten Referenzmasse. Vorteil ist, dass das nicht exakt zu bestimmende Magnetfeld weitgehend eliminiert wird, und auch nur das ganzzahlige Verhältnis der Teilchenladungen in die Bestimmung eingeht. Dieses Verfahren lieferte den bislang genauesten Wert der Elektronenmasse durch abwechselndes Speichern von wenigen Elektronen und einem $^{12}C^{6+}$-Ion [3].

In der neuesten Arbeit wurde die relative Elektronenmasse aus Experimenten mit einem einzelnen Ion abgeleitet. Dazu speicherten die Forscher ein $^{12}C^{5+}$-Ion in einer Penning-Falle. Je nach Orientierung des Ionenspins ($S = 1/2$) im Magnetfeld der Penning-Falle resultieren zwei Energiezustände mit einem Abstand von $\hbar\omega_L$. Dabei bezeichnet $\omega_L = g\, e/2m_e\, B$ die Larmor-Frequenz und m_e die Elektronenmasse. Dieser Zusammenhang wurde von den Autoren in früheren Experimenten ausgenutzt, um bei Annahme einer bekannten Elektronenmasse und nach einer genauen Messung des B-Feldes den g-Faktor zu bestimmen. Der g-Faktor für das gebundene Elektron in einem wasserstoffähnlichen $^{12}C^{5+}$ eignet sich zur Überprüfung der Quantenelektrodynamik in starken Feldern. Schnell wurde den Autoren jedoch klar, dass die Genauigkeit, mit der m_e bekannt ist, der limitierende Faktor für den Vergleich ist.

Im Umkehrschluss wurde nun in der Veröffentlichung von Beier et al. [2] der g-Faktor mit verbesserter Genauigkeit berechnet und als bekannt vorausgesetzt. Dies wurde unter anderem mithilfe des gerade veröffentlichten Wertes für die Feinstrukturkonstante aus den CODATA-Tabellen möglich [1]. Leider ist der Veröffentlichung von Beier et al. nicht eindeutig zu entnehmen, ob für die Bestimmung der Elektronenmasse auch neue experimentelle Daten verwendet wurden, oder ob auf die von ihnen bereits in [4] vorgestellten Messungen zurückgegriffen wurde.

Interessant ist in jedem Fall, wie in den Arbeiten [2, 4] die Larmor-Frequenz und das Magnetfeld mit der notwendigen hohen Genauigkeit vermessen wurden. Die Larmor-Frequenz wird durch die Induzierung eines elektronischen Spin-Flips mit einem Mikrowellenfeld variabler Frequenz ermittelt. Wenn zusätzlich zur Larmor-Frequenz die Zyklotronfrequenz gemessen wird, lässt sich das B-Feld in Einheiten der Ionenmasse ausdrücken. Das Verhältnis von Larmor- zu Zyklotronfrequenz ergibt dann zusammen mit dem g-Faktor und dem ganzzahligen Ladungsverhältnis die Elektronenmasse in Einheiten der Masse des $^{12}C^{5+}$-Ions. Diese lässt sich auf die atomare Masseneinheit zurückführen. Durch die Messung beider Frequenzen an *einem* gespeicherten Teilchen werden insbesondere Fluktuationen im Magnetfeld berücksichtigt, die im bisherigen Verfahren zur Bestimmung der Masse des Elektrons noch zu einem systematischen Fehler führten.

Bei der Bestimmung der Larmor-Frequenz steht man jedoch vor einem Dilemma. Denn das Umklappen des Spins lässt sich am effizientesten mithilfe eines inhomogenen Magnetfeldes nachweisen. Dieses hätte jedoch eine gravierende Verbreiterung der Zyklotronresonanz und damit eine geringere Präzision zur Folge. Die Autoren fanden einen cleveren Ausweg: Sie realisier-

Dr. Ulli Eichmann, Max-Born-Institut für Nichtlineare Optik und Kurzzeitspektroskopie, Max-Born-Str. 2a, 12489 Berlin

ten eine Penning-Falle, die in zwei Segmente unterteilt ist (siehe Foto), in eine „Präzisionsfalle“ mit homogenem und eine „Analysatorfalle“ mit inhomogenem Magnetfeld [4]. Zwischen diesen beiden Segmenten können die Autoren das Ion mithilfe elektrischer Felder adiabatisch hin- und herschieben. So wird zunächst in der Analysatorfalle durch eine Art kontinuierlichen Stern-Gerlach-Effekt der Spinzustand des gespeicherten $^{12}C^{5+}$-Ions bestimmt. Anschließend wird das Ion in die Präzisionsfalle transferiert und mit Mikrowellen bestrahlt. Die Wahrscheinlichkeit für einen Spin-Flip wird nach Rücktransfer des Ions in die Analysatorfalle vermessen. Diesen Vorgang wiederholt man bei verschiedenen Frequenzen, bis der Spin-Flip am effizientesten ist. Auf diese Weise erhält man die Larmor-Resonanz und damit die Larmor-Frequenz.

Die relative Elektronenmasse beträgt nach den Messungen von Beier et al. 0,000 548 579 909 2(4) u. Das Ergebnis bestätigt innerhalb der 1,5-fachen Standardabweichung die bis dahin beste Messung. Die relative Präzision von ungefähr 7×10^{-10} entspricht einer Verbesserung um einen Faktor 3. Damit liegt die Messung sicherlich noch deutlich unter der gewünschten Präzision von 2×10^{-10}. Erst bei einer solchen Genauigkeit würde die neu bestimmte Elektronenmasse wesentlichen Einfluss auf die Werte anderer Naturkonstanten nehmen, wie z. B. die Rydberg-Konstante. Die neue Messung liefert jedoch die gewünschte und wichtige Redundanz, die Elektronenmasse in einem unabhängigen Verfahren bestimmt zu haben.

Ulli Eichmann

[1] *P. J. Mohr* und *B. N. Taylor*, Rev. Mod. Phys. **72,** 351 (2000).
[2] *T. Beier* et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 011603 (2002).
[3] *D. L. Farnham* et al., Phys. Rev. Lett. **75**, 3598 (1995).
[4] *H. Häffner* et al., Phys. Rev. Lett. **85**, 5308 (2000).

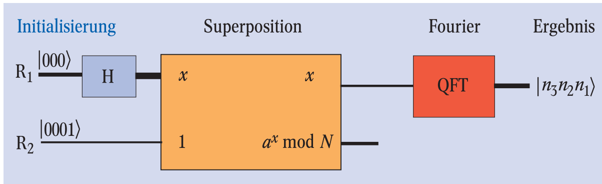
Kernspins knacken Code

Erstmals ist es Forschern gelungen, eine Zahl mit einem Quantencomputer zu faktorisieren.

Der Austausch geheimer Nachrichten funktioniert heute mit zwei binär codierten „Schlüsseln“, einem öffentlichen und einem geheimen. Der Sender verschlüsselt die Bits und Bytes der Nachricht mit dem öffentlichen Schlüssel des Empfängers, den dieser beispielsweise im Internet veröffentlicht hat, und schickt die entstehende Zahlenfolge auf nicht abhörsicheren Kanälen an den Empfänger. Der Empfänger dechiffriert die Geheimbotschaft mit seinem geheimen Schlüssel. So funktioniert zum Beispiel das Programm Pretty Good Privacy für die verschlüsselte Übermittlung von E-Mails. Die Sicherheit des Verfahrens beruht darauf, dass ein Spion zur *Entschlüsselung* der geheimen Botschaft eine große Zahl N in ihre Primfaktoren zerlegen müsste. Der Aufwand für die Zerlegung steigt jedoch exponentiell mit der Größe der Zahl N und wird bei großen Zahlen praktisch unmöglich. So würde die Zerlegung einer ganzen Zahl mit vierhundert Stellen mit den besten Höchstleistungsrechnern schätzungsweise zehn Milliarden Jahre dauern. Eine derartige Zahl gilt als *sicher*. Es ist deshalb nicht verwunderlich, dass Peter Shor 1994 gewaltiges Aufsehen erregte, als er einen Quantenalgorithmus vorschlug, der dies in etwa drei Jahren bewerkstelligen könnte, vorausgesetzt man hätte einen Quantencomputer.

Genau diesen Algorithmus haben Chuang und Mitarbeiter vom IBM Forschungslabor in Almaden, Kalifornien, nun in einer Minimalkonfiguration mit sieben Kernspins realisiert. Mit diesem System gelang es ihnen, die Zahl 15 durch quantenmechanische Operationen in die Faktoren 3 und 5 zu zerlegen – keine große Leistung für Kopfrechner, doch eine eindrucksvolle Demonstration der potenziellen Rechenleistung eines Quantencomputers.

Bislang werden unterschiedliche Ansätze verfolgt, einen Quantencomputer zu realisieren. So experimentieren einige Gruppen mit Ionen in einer Ionenfalle oder mit Quantenpunkten in einem Halbleiter. Die Quantenzustände der einzelnen Ionen und Quantenpunkte dienen dabei als so genannte Qubits. Im Unterschied zu klassischen Bits können sie nicht nur die Werte 0 und 1 speichern, sondern auch quantenmechanische Superpositionen, etwa $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$. Bei Rechenoperationen mit solchen Zuständen können alle möglichen Rechenwege parallel berücksichtigt werden. Auf dieser „massiven Quantenparallelität“ beruht die Schnelligkeit von Quantencomputern. Chuangs Gruppe experimentiert schon seit einigen Jahren mit „NMR-Quantencomputing“ (NMR steht für *nuclear magnetic resonance*). Dabei dienen Moleküle in einer Flüssigkeit und ein NMR-Spektrometer als Hardware. Als Qubits fungieren die Kernspins der einzelnen Atome in den Molekülen. Die Kernspins lassen sich aufgrund unterschiedlicher Resonanzfrequenzen mit Hochfrequenz gezielt adressieren und auslesen. Außerdem beruhen Rechenoperationen auf der Wechselwirkung der Kernspins untereinander. In diesem System führten Chuang et al. nun den Shor-Algorithmus aus.



Ein Quantencomputer nutzt das Superpositionsprinzip, um viele Rechenschritte gleichzeitig auszuführen und damit die Primfaktoren zu bestimmen. Nach der Initialisierung (H) werden die Quantenregister R_1 sowie R_2 superponiert. Eine Fourier-Transformation liefert das gewünschte Ergebnis.

Um einen effizienten Algorithmus zu finden, mit dem sich große Zahlen in ihre Primfaktoren zerlegen lassen, musste Shor tief in die Trickkiste der Zahlentheorie greifen. Die Idee besteht darin, die Primfaktorenzerlegung auf ein anderes Problem zurückzuführen: das Auffinden der Periode r der Funktion $f(x) = a^x \bmod N$, wobei N die zu faktorisierende Zahl ist und $a^x \bmod N$ bedeutet: bilde die Differenz von a^x und einem Vielfachen von N, so dass diese Differenz kleiner als N ist (mod steht für „modulo“). Betrachten wir das Beispiel $N = 15$. Die Zahl $a < 15$ muss im Shor-Algorithmus so gewählt werden, dass der größte gemeinsame Teiler (ggt) von a und $N = 15$ gleich eins ist, d. h. ggt$(a, 15) = 1$. Dies trifft für die Zahlen $a = 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14$ zu und erfordert nicht die Kenntnis der Primfaktoren. Auch bei großen Zahlen N lassen sich geeignete Zahlen für a relativ leicht finden. Das nachfolgende Verfahren funktioniert dann mit jeder dieser Zahlen. Wie groß ist nun die Periode von $f(x)$? Für $a = 2$, 7, 8 und 13 ist $f(x) = f(x+4n)$ mit ganzzahligem n, wie man leicht nachrechnen kann. Die Periode ist 4 für jeden dieser Werte von a. Für 4, 11 und 14 ergibt sich eine andere Periode.

Bei großen Zahlen lässt sich die Periode r nicht einfach durch Ausprobieren finden. Die Kunst besteht darin, einen Algorithmus zu finden, mit dem dies möglich ist. Ein Satz