

# Dekohärenz in offenen Quantensystemen

Von den Grundlagen der Quantenmechanik zur Quantentechnologie

Walter T. Strunz, Gernot Alber und Fritz Haake

**Gibt es eine Grenze zwischen Quanten- und klassischer Welt? Experimente zur Dekohärenz und die aktuelle Tendenz der Quantentechnologie, Quantenphänomene immer weiter in den makroskopischen Bereich ausdehnen und praktisch nutzbar machen zu wollen, lassen diese alte Frage in neuem Licht erscheinen.**

Unsere Möglichkeiten, Quantenphänomene auf immer größeren Skalen nachzuweisen und zu kontrollieren, haben sich in den letzten Jahren rasant erweitert. Dem Drang, Fragen zu fundamentalen Aspekten der Quantentheorie ins experimentelle Visier zu nehmen [1], hat sich als wesentlich neue Motivation eine Ingenieurshaltung hinzugesellt, die die Suche nach Anwendungsmöglichkeiten grundlegender Quantenphänomene in den Vordergrund stellt [2].

Wie weit lassen sich Quantenphänomene im Meso- oder gar Makroskopischen aufrechterhalten? Gibt es eine Grenze der Quantenwelt? Werden wir etwa, so wie es zuletzt für  $C_{60}$ -Moleküle gelang [3], für immer massivere Objekte Materieinterferenz nachweisen können? Nach unserer alltäglichen Erfahrung geht irgendwo auf dem Weg von Elektronen, über Atome, große Moleküle, hin zu Murmeln und Steinen das charakteristische Quantenphänomen der Interferenz der Materie verloren. Aufgrund der immer kleiner werdenden de Broglie-Wellenlänge nimmt auf diesem Weg die Schwierigkeit zu, Interferenz überhaupt nachzuweisen. Wesentlicher ist allerdings, und dies ist Inhalt dieses Artikels, dass in der Regel für immer makroskopischere Objekte die quantenmechanische Interferenzfähigkeit (Kohärenz) durch unkontrollierbare Wechselwirkung mit einer Umgebung immer schneller zerstört wird. Dieses grundlegende Phänomen, eine Folge der Dynamik *offener Quantensysteme*, wird mit *Dekohärenz* bezeichnet [4].

Ein Musterbeispiel für offene Quantensysteme sind makroskopische Systeme, da sich bei ihnen unkontrollierbare Umgebungseinflüsse nur schwer unterdrücken lassen. So kann Dekohärenz erklären, unter welchen Umständen sich makroskopische Quantensysteme klassisch verhalten, d. h. welche Arten von Quanteninterferenzen bei gegebener Wechselwirkung mit der Umgebung so rasch zerstört werden, dass sie sich in der Praxis nicht beobachten lassen. Schon E. Schrödinger hatte große Probleme, die Existenz bestimmter, mit der Quantenmechanik eigentlich verträglicher Superpositionszustände im Makroskopischen zu akzeptieren [5].

Ein bekanntes Beispiel dafür ist eine „Schrödinger-Katze“<sup>1)</sup>, also ein Quantenzustand der Form  $|\psi\rangle = (|t\rangle + |l\rangle)/\sqrt{2}$ , der aus der Superposition zweier makroskopisch unterscheidbarer Zustände  $|t\rangle$  und  $|l\rangle$  besteht. Besonders deutlich werden die paradoxen Züge eines solchen Superpositionszustandes, wenn einem Gedankengang Schrödingers folgend  $|t\rangle$  und  $|l\rangle$  die Zustände einer toten und einer lebendigen Katze bezeichnen. Obwohl ein solcher Superpositionszustand im Rahmen der Quantenmechanik für eine von jeder Umgebung isolierte Katze durchaus vorstellbar ist, möchten wir dennoch gemäß unserer Alltagserfahrung diesen makroskopischen Superpositionszustand entweder durch den Zustand  $|t\rangle$  oder durch den Zustand  $|l\rangle$  ersetzt sehen. Dekohärenz kann einen wichtigen Beitrag zur Klärung der Frage liefern, warum und unter welchen Bedingungen solche und ähnliche der Alltagserfahrung zuwiderlaufende Superpositionszustände nicht beobachtet werden können. Von wachsendem Verständnis der Dekohärenzdynamik wird sicherlich auch beruhigende Wirkung auf die Diskussion des Messprozesses in der Quantenmechanik ausgehen. Zwar kann Dekohärenz nicht erklären, warum bei jedem Einzelexperiment nur eine von vielen möglichen Zeigerstellungen eines Messapparates realisiert ist. Dekohärenz hat aber, wie im Verlauf der folgenden Diskussion deutlich werden wird, für ein makroskopisches Gesamtsystem, das aus Quantenobjekt und Messapparat besteht, dieselbe Wirkung wie das viel diskutierte Kollapspostulat. Auf den Kollaps als Postulat einer geheimnisvollen, der quantenmechanischen Beschreibung unzugänglichen Sonderdynamik kann somit getrost verzichtet werden.

Obwohl entscheidende Aspekte der Dekohärenz und deren Relevanz für die Entstehung klassischer Eigenschaften aus der Quantentheorie vor allem durch Arbeiten von H. D. Zeh und Mitarbeitern sowie von W. H. Zurek [4] bereits seit längerem bekannt sind, so haben doch zwei aktuelle Entwicklungen das Interesse an Dekohärenz wesentlich neu belebt. Ein Impuls kommt von vor kurzem durchgeführten Experimenten in Paris [6], Boulder [7], Wien [3], Delft [8] und Stony Brook [9] zum Verlauf von Dekohärenz. Ein weiterer Impuls kommt von der technologisch orientierten Quanteninformationsverarbeitung, die Quantenphänomene für praktische Zwecke auszunutzen möchte [2]. Hier stellt Dekohärenz ein Hindernis dar, das es zu überwinden gilt. Im Folgenden wollen wir Dekohärenz aus dem Blickwinkel dieser aktuellen Entwicklungen

Dr. Walter T. Strunz, Theoretische Quantendynamik, Fakultät für Physik, Universität Freiburg, 79104 Freiburg; Prof. Dr. Gernot Alber, Institut für Angewandte Physik, Technische Universität Darmstadt, 64289 Darmstadt; Prof. Dr. Fritz Haake, Fachbereich Physik, Universität Essen, 45117 Essen

1) Mit Schrödinger-Katze wird heute häufig eine Superposition von zwei Quantenzuständen eines Freiheitsgrades bezeichnet, die makroskopisch unterscheidbar sind. In Schrödingers ursprünglichem Gedankenexperiment [5] war allerdings ein verschränkter Zustand [2] zwischen einem Mikro- und einem Makrofreiheitsgrad gemeint.

diskutieren, die einmal mehr die enge Verzahnung zwischen physikalischer Grundlagenforschung und Quantentechnologie aufzeigen.

### Dekohärenz – eine Folge der Dynamik offener Quantensysteme

Dekohärenz lässt sich in einfacher Weise am Beispiel der Quanteninterferenz an einem Doppelspalt erläutern. Bezeichnen wir dazu mit  $|\psi_1\rangle$  bzw.  $|\psi_2\rangle$  die beiden unterscheidbaren Quantenzustände eines Teilchens (Quants), das durch die erste bzw. zweite Öffnung eines Doppelspalts hindurchtritt. Gemäß dem quantenmechanischen Superpositionsprinzip beschreibt dann  $|\psi\rangle = (|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle)/\sqrt{2}$  den Zustand, wenn diesem einzelnen Quant beide Öffnungen zur Verfügung stehen. Auf dem Schirm hinter dem Doppelspalt treten quantenmechanische Interferenzen auf. Der Dichteoperator der Superposition,

$$\rho_{\text{sup}} = |\psi\rangle\langle\psi| = \frac{1}{2}(|\psi_1\rangle\langle\psi_1| + |\psi_2\rangle\langle\psi_2| + |\psi_1\rangle\langle\psi_2| + |\psi_2\rangle\langle\psi_1|), \quad (1)$$

enthält vier Terme, wobei die Kreuzterme  $|\psi_1\rangle\langle\psi_2|$  bzw.  $|\psi_2\rangle\langle\psi_1|$  (die *Kohärenzen*) gerade für das relevante Interferenzmuster sorgen, denn nur diese haben ihren Ursprung in *beiden* Öffnungen. Dekohärenz ist der Übergang von der Superposition (1) zum Gemisch

$$\rho_{\text{gem}} = \frac{1}{2}(|\psi_1\rangle\langle\psi_1| + |\psi_2\rangle\langle\psi_2|), \quad (2)$$

bei dem die Kreuzterme verschwunden sind. Dem Gemisch ist offenbar die Interferenzfähigkeit verloren gegangen; es beschreibt ein Teilchen, das *entweder* durch die eine *oder* durch die andere Öffnung zum Schirm gelangt, und dessen Verhalten demnach mit der klassischen Addition von Wahrscheinlichkeiten verträglich ist. Elektronen, Neutronen oder zuletzt  $C_{60}$ -Moleküle sollten demnach beim Doppelspaltexperiment durch die kohärente Superposition  $\rho_{\text{sup}}$  gemäß Gl. (1) beschrieben werden, wohingegen bei Murmeln zur Beschreibung das Gemisch  $\rho_{\text{gem}}$  aus Gl. (2) zu verwenden ist. Wie mit Murmeln verhält es sich auch mit Schrödinger-Katzen. Während  $|t\rangle$  und  $|l\rangle$  zwei sinnvolle, makroskopisch unterscheidbare Zustände einer Katze sein

mögen, haben wir mit  $|\psi\rangle = (|t\rangle + |l\rangle)/\sqrt{2}$  den quantenmechanisch erlaubten „Katzenzustand“ vorliegen, den wir gemäß unserer Alltagserfahrung durch das „entweder-oder“-Gemisch  $\rho_{\text{gem}} = (|t\rangle\langle t| + |l\rangle\langle l|)/2$  ersetzt sehen möchten. Das Verschwinden der Kreuzterme der anfänglichen Superposition, also der Übergang von Gl. (1) zu (2), lässt sich als Folge der Quantendynamik eines offenen Systems verstehen [4]. Die Ursache für das Ausbleiben quantenmechanischer Interferenzphänomene makroskopischer Objekte, wie Murmeln oder Katzen, liegt darin, dass solche Objekte nie perfekt von ihrer Umgebung isoliert sind. Sie sind unweigerlich Wechselwirkungen mit anderen, unkontrollierbaren Freiheitsgraden ausgesetzt, wie einem umgebenden Gas oder dem elektromagnetischen Feld. Es ist die daraus resultierende Dynamik eines offenen Quantensystems, die zum Verschwinden der Interferenzmuster führt. Die von Schrödinger im „Katzenparadoxon“ versinnbildlichte Unbeobachtbarkeit von Superpositionen makroskopisch verschiedener Zustände erfährt so im Rahmen der gewöhnlichen Quantentheorie offener Systeme eine einfache Auflösung.

Umgebungsinduzierte Dekohärenz ist Ausdruck der praktischen Unmöglichkeit, den Zustand aller Umgebungsfreiheitsgrade zu beobachten (siehe Infokasten „Dynamik offener ...“). Tatsächlich lässt sich der kohärenzerstörende Einfluss einer Umgebung unter bestimmten Bedingungen rückgängig machen, sobald Information über den Umgebungszustand vorhanden und zur Manipulation der Umgebung verfügbar ist; ein berühmtes Beispiel dafür sind die Experimente zum Spin- oder Photonenecho [10]. Im Rahmen quantenmechanischer Fehlerkorrekturverfahren wird, wie wir noch sehen werden, dieses Faktum zur Unterdrückung von Dekohärenz ausgenutzt.

### Dämpfung, Dekohärenz, stabile und instabile Superpositionen

Bevor wir im Detail auf die Dekohärenzdynamik eingehen, ist es sinnvoll, das auch in klassischen Systemen auftretende Phänomen der Dämpfung gegen die Dekohärenz abzugrenzen und sich der Frage zuzuwenden, wodurch festgelegt wird, welche quantenmechanischen Superpositionen besonders rasch in Gemische zerfallen.

Dekohärenz und Dämpfung werden beide durch die Ankopplung eines physikalischen Systems an eine Umgebung, d. h. ein Bad bestehend aus (unendlich) vielen Freiheitsgraden, verursacht. Aufgrund der oft sehr unterschiedlichen Zeitskalen, die diese beiden Phänomene bestimmen, sollten beide jedoch begrifflich unterschieden werden. Quantenmechanisch wie klassisch führen Umgebungseinflüsse zum Auftreten einer charakteristischen Relaxations- oder Dissipationszeitskala  $\tau_{\text{diss}}$ , die bestimmt, auf welcher Zeitskala das offene System in einen Gleichgewichtszustand übergeht. Das Verhältnis dieser Dissipationszeit  $\tau_{\text{diss}}$  zur charakteristischen Systemzeitskala  $\tau_{\text{sys}}$ , etwa einer Schwingungsdauer, ist ein klassisches Maß dafür, wie gut ein System als isoliert betrachtet werden kann. Die Dynamik offener Quantensysteme ist jedoch subtiler: Im Allgemeinen gehen gerade „nichtklassische“ Superpositionen vom Typ (1), also Überlagerungen makroskopisch unterscheidbarer Zustände, auf einer neuen Dekohärenzzeitskala  $\tau_{\text{dek}}$  in ein Gemisch (2) über, wonach der Übergang in einen Gleichgewichtszustand auf der längeren Relaxationszeitskala  $\tau_{\text{diss}}$  folgt. Bemerkenswert ist dabei, dass, obwohl wegen  $\tau_{\text{sys}} \ll \tau_{\text{diss}}$  ein System auf

#### Dynamik offener Quantensysteme und reduzierte Dichteoperatoren

Die Schrödinger-Gleichung gilt für abgeschlossene Systeme. Soll die Dynamik eines offenen Systems quantenmechanisch beschrieben werden, muss man es zunächst durch Hinzunahme der Umgebung abschließen [11–13, 16]. Der Gesamt-Hamilton-Operator  $H_{\text{tot}} = H_{\text{sys}} + H_{\text{umg}} + H_{\text{ww}}$  enthält dann neben dem eigentlichen System-Hamilton-Operator  $H_{\text{sys}}$  noch den Hamilton-Operator der Umgebung  $H_{\text{umg}}$  sowie die Wechselwirkung  $H_{\text{ww}}$ . Häufig kann Letztere als Produkt zweier Kopplungsagenten angesehen werden, je eines solchen für System (S) und Umgebung (B), also  $H_{\text{ww}} = SB$  (oder als Summe solcher Produkte). Mag etwa S der Ortsoperator sein; typischerweise setzt sich B additiv aus vielen Freiheitsgraden (i) zusammen,  $B = \sum_i B_i$ . Für das Gesamtsystem kann nun im

Prinzip die Schrödinger-Gleichung

$$i\hbar d|\Psi(t)\rangle/dt = H_{\text{tot}}|\Psi(t)\rangle$$

für den Gesamtzustand  $|\Psi(t)\rangle$  gelöst werden. Der entsprechende Dichteoperator  $\rho_{\text{tot}}(t) = |\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|$  enthält alle Information über System und Umgebung. Ist man nur an Eigenschaften des offenen Systems interessiert, kann über die Umgebungsfreiheitsgrade gemittelt werden, wodurch der *reduzierte Dichteoperator*

$$\rho(t) = \text{Tr}_{\text{umg}}[\rho_{\text{tot}}(t)]$$

entsteht. Dabei bedeutet  $\text{Tr}_{\text{umg}}$  Mittelung (Spurbildung) über eine vollständige Orthonormalbasis der Umgebung. Für diesen Dichteoperator des offenen Systems lassen sich häufig in guter Näherung nicht-unitäre Bewegungsgleichungen vom Typ (3), so genannte „Meistergleichungen“, ableiten.

der klassischen Systemzeitskala als nahezu perfekt von der Umgebung isoliert erscheinen mag, dennoch die Quantendynamik drastisch von der eines isolierten Systems abweichen kann, wenn nämlich auch gilt  $\tau_{\text{dek}} \ll \tau_{\text{diss}}$ . Kohärenzen eines Quantensystems können also zerstört sein, lange bevor das System seinen Gleichgewichtszustand erreicht hat. Diese unterschiedliche Empfindlichkeit zwingt uns zur begrifflichen Unterscheidung von Dämpfung und Dekohärenz und erlaubt uns, im Rahmen der Quantentheorie offener Systeme zu entscheiden, welche Quantenzustände auch in der klassischen Welt anzutreffen sind: Es sind solche, die überhaupt nicht oder nur in geringem Maße Dekohärenz unterworfen sind.

Wodurch wird nun festgelegt, welche Superpositionen (1) bei Kopplung an eine Umgebung besonders rasch in Gemische der Form (2) zerfallen? Die Antwort findet sich in der Art der Wechselwirkung mit der Umgebung (siehe Infokasten „Dynamik offener ...“). Häufig koppelt ein offenes Quantensystem an eine Umgebung über eine Ortskoordinate als „Kopplungsagent“; dann dekohärieren Superpositionen von Wellenpaketen mit unterschiedlichen Ortserwartungswerten besonders schnell. Umgekehrt folgt, dass Quantenzustände mit wohl definiertem Ort besonders robust gegen ortsabhängige Umgebungseinflüsse sind. Analog dekohärieren Superpositionen stark verschiedener Energieeigenzustände sehr schnell, wenn die Energie als Kopplungsagent auftritt. Allgemein ist schnelle Dekohärenz das Schicksal von Superpositionen jener Systemzustände, die aufgrund ihrer Wechselwirkung mit der Umgebung von dieser unterschieden werden können. Superpositionen von Zuständen eines offenen Quantensystems, die von der Umgebung nicht unterschieden werden können, sind wesentlich stabiler. Diese Eigenschaft ist, wie wir noch sehen werden, für quantenmechanische Fehlerkorrekturverfahren von entscheidender Bedeutung.

### Experimente zum Verlauf von Dekohärenz

Die erwähnten Eigenschaften von Dekohärenz wurden in zwei Experimenten von den Gruppen um S. Haroche in Paris [6] und um D. Wineland in Boulder [7] eindrucksvoll bestätigt.

In Paris war das untersuchte System eine Mikrowellen-Feldmode in einem aus zwei Spiegeln gebildeten Resonator. Im Rahmen einer klassischen Beschreibung und bei perfekter Isolierung von der Umgebung würde die Amplitude des elektrischen Feldes eine harmonische Schwingung mit einer Frequenz  $\omega$  ausführen. Im Experiment sind jedoch die Spiegel des Resonators nicht perfekt, sodass die elektromagnetische Energie der Feldmode mit einer Dämpfungsrate  $\gamma$  abnimmt. Die Resonatormode stellt somit ein offenes Quantensystem dar. Der Außenraum des Resonators mit seinen unendlich vielen Feldmoden, die alle mit der Resonatormode wechselwirken, bildet die Umgebung; Absorption in den Wänden ist mit großem experimentellen Aufwand unterdrückt. Im Experiment gelang es, eine kohärente Überlagerung (1) von Glauber-Zuständen  $|\alpha\rangle, |\beta\rangle$  (siehe Infokasten „Wigner-Darstellung ...“) der Resonatormode durch die Wechselwirkung mit einzelnen, durch den Resonator gesendeten Rydberg-Atomen zu erzeugen. Real- und Imaginärteil der komplexen Größe  $\alpha$  (bzw.  $\beta$ ) sind dimensionslose Maße für die mittlere elektrische und magnetische Feldstärke der Resonatormode im Glauber-Zustand  $|\alpha\rangle$ ; die zur Entdimensionali-

sierung verwendeten Einheiten sind die mit einem Schwingungsquant  $\hbar\omega$  assoziierten „mikroskopischen“ Feldstärken, beide proportional zur Wurzel aus dem Planckschen Wirkungsquantum. Im Grenzfall  $|\alpha| \gg 1$  werden die genannten Einheiten und auch die Quantenunschärfen der elektrischen und magnetischen Feldstärken im Glauber-Zustand vernachlässigbar klein. Geeignete Präparation und anschließende Messung der Rydberg-Atome erlaubten es, „Schrödinger-Kätzchen“  $|\psi\rangle = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle) / \sqrt{2}$  mit einem Abstand  $D = |\alpha - \beta| = 2\bar{n}^{1/2} \sin(\Omega^2 t_i / \delta)$  zu erzeugen, wobei die mittlere Photonenzahl  $\bar{n}$  im Hohlraum im Bereich  $\bar{n} \approx 1-100$  variierte. Durch Variation der Parameter, nämlich der Rabi-Frequenz  $\Omega$  der Atom-Feld-Wechselwirkung, der Durchflugszeit  $t_i$  der Rydberg-Atome und der Verstimmung  $\delta$  zwischen Resonatormode und verwendetem Rydberg-Übergang, konnte eine beschleunigte Dekohärenz für immer größere Schrödinger-Katzen mit wachsenden Werten von  $D$  eindrucksvoll nachgewiesen werden. Quantenmechanisch lässt sich die Dynamik dieser gedämpften Resonatormode durch die Bewegungsgleichung [11–13]

$$\dot{\varrho}(t) = -i \left[ a^\dagger a, \varrho(t) \right] + \frac{\gamma}{2} \left( \left[ a \varrho(t), a^\dagger \right] + \left[ a, \varrho(t) a^\dagger \right] \right) \quad (3)$$

für den Dichteoperator  $\varrho(t)$  (siehe Infokasten „Dynamik offener ...“) der Feldmode beschreiben, auf die einer von uns in seiner Diplomarbeit unter der Anleitung von W. Weidlich gestoßen ist [13]. Dabei sind  $a$  bzw.  $a^\dagger$  bosonische Vernichtungs- bzw. Erzeugungsoperatoren der Resonatormode. Für verschwindende Dämpfung, d. h. für  $\gamma = 0$ , beschreibt Gl. (3) gerade die unitäre Zeitentwicklung der von der Umgebung isolierten Resonatormode mit der Frequenz  $\omega$ . Der Einfluss der Umgebung zeigt sich in den Zusatztermen. Glauber-Zustände  $\varrho(t) = |\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)|$  mit  $\alpha(t) = \exp(-i\omega t - \gamma t/2) \alpha$  (siehe Infokasten „Wigner-Darstellung ...“) sind nun gerade eine spezielle Klasse von Lösungen der Meistergleichung (3). Sie bleiben rein unter Zeitentwicklung, unterliegen also keiner Dekohärenz, und sind daher die auch im Makroskopischen noch existierenden, stabilen Quantenzustände der gedämpften Feldmode.

Welche Vorhersagen macht Gl. (3) für die Dynamik einer im Pariser Experiment präparierten „Schrödinger-Katze“  $|\psi\rangle = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle) / \sqrt{2}$ ? Besonders interessant ist der Fall  $D = |\alpha - \beta| \gg 1$ , für den die beiden Glauber-Zustände makroskopisch unterscheidbar sind. Die Lösung von Gl. (3) lautet nun

$$\varrho(t) = \frac{1}{2} \left( |\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)| + |\beta(t)\rangle\langle\beta(t)| \right) + \frac{f(t)}{2} |\alpha(t)\rangle\langle\beta(t)| + \frac{f^*(t)}{2} |\beta(t)\rangle\langle\alpha(t)|, \quad (4)$$

wobei  $\alpha(t)$  und  $\beta(t)$  wie oben der klassischen, gedämpften Oszillatorbewegung folgen. Für die Amplituden  $f(t)$  der Kreuzterme (der Kohärenzen) findet man im Grenzfall schwacher Dissipation, d. h. für  $\gamma t \ll 1$ , den Ausdruck

$$|f(t)|^2 = \exp(-\gamma|\alpha - \beta|^2 t). \quad (5)$$

Wir erkennen also, dass die Kohärenzen auf der Dekohärenzzeitkala  $\tau_{\text{dek}} = (\gamma|\alpha - \beta|^2)^{-1}$  verschwinden, wohingegen die Diagonalterme sich lediglich auf der erheblich größeren Dissipationszeitkala  $\tau_{\text{diss}} = \gamma^{-1}$  ändern. Das Verhältnis dieser beiden charakteristischen

2) Beim Normierungsfaktor  $\sqrt{2}$  wurde der Überlapp  $|\langle\beta|\alpha\rangle|$  als vernachlässigbar klein angenommen wegen  $D \gg 1$ .

Zeiten ist gegeben durch

$$\tau_{\text{diss}}/\tau_{\text{dek}} = |\alpha - \beta|^2 = D^2, \quad (6)$$

wobei  $D = |\alpha - \beta|$  das dimensionslose Maß für den Abstand der überlagerten Glauber-Zustände im „Phasenraum“ des Oszillators ist (siehe Infokasten „Wigner-Darstellung ...“). Offensichtlich werden, wie im vorigen Abschnitt qualitativ diskutiert, Superpositionen makroskopisch unterscheidbarer Quantenzustände ( $D \gg 1$ ) äußerst effektiv bereits auf einer Zeitskala zerstört, auf der Dissipation noch vernachlässigbar ist. Sind die Felder  $|\alpha\rangle$  und  $|\beta\rangle$  tatsächlich makroskopisch verschieden, kann  $D^2$  aufgrund der Abhängigkeit vom Planckschen Wirkungsquantum Größenordnungen wie  $10^{34}$  annehmen.

Betrachten wir das Ergebnis (4) nun noch aus dem Blickwinkel des Gesamtsystems, bestehend aus Resonatormode und Umgebung. Für die Lösung der entsprechenden Schrödinger-Gleichung mit einem anfänglichen Gesamtzustand, bestehend aus dem Produkt eines Glauber-Zustands für die Resonatormode und dem Vakuumzustand für alle Moden der Umgebung, findet man für alle Zeiten wieder einen Produktzustand aus zeitabhängigen Glauber-Zuständen. Ist die Anfangs-

bedingung hingegen eine Superposition von Glauber-Zuständen der Resonatormode, so führt die Zeitentwicklung zur Verschränkung zwischen Resonator- und Umgebungsmoden. Für den reduzierten Dichteoperator der Feldmode folgt wieder Ausdruck (4), wobei die Kohärenz  $f(t)$  gerade der Überlapp der beiden Umgebungszustände ist, die mit den überlagerten Glauber-Zuständen korrelieren. Da nur orthogonale Quantenzustände physikalisch unterscheidbar sind, können wir das Verschwinden dieses Überlapps wie folgt deuten: Sobald genügend Information in der Umgebung angesammelt wurde, um dort im Prinzip zwischen den anfänglich superponierten Systemzuständen unterscheiden zu können, ist keine Interferenz zwischen ihnen mehr möglich. Im Bild des Doppelspaltexperiments bedeutet das Verschwinden dieses Überlapps, dass das Teilchen nun genügend „Spuren“ in der Umgebung hinterlassen hat, um daraus Rückschluss auf seinen Weg zum Schirm zu ermöglichen. Das Interferenzmuster verschwindet und es mag, wie in einer Nebelkammer, sinnvoll sein, von der Bahn des Teilchens zu sprechen.

Vom Blickpunkt des Gesamtsystems aus ist es also die *Verschränkung* [2] zwischen dem offenen System und seiner Umgebung, die zum Verschwinden der Kohärenzen in Gl. (4) führt. Weiter beschleunigt wird Dekohärenz im Allgemeinen, wenn sich die Umgebung anfangs in einem gemischten, etwa einem thermischen Gleichgewichtszustand befindet. Auch in einem solchen Fall findet man ein charakteristisches Verhältnis zwischen Dissipations- und Dekohärenzzeit, das analog Gl. (6) quadratisch mit der „Größe“  $D$  der Überlagerung wächst, aber darüberhinaus auch mit wachsender Temperatur zunimmt.

Ebenso effektiv ist Dekohärenz aufgrund klassischer, fluktuierender Felder, die die Rolle einer „Umgebung“ übernehmen können. In einem solchen Fall ist die Zeitentwicklung des Quantensystems zwar unitär, aber stochastisch. Oft lässt sich in diesem Fall für das Ensemblemittel eine Meistergleichung analog zu (3) ableiten, sodass sich eine entsprechende quadratische Skalierung (6) der Dekohärenzzeit mit der Größe der anfänglich präparierten Superposition ableiten lässt. Im Experiment in Boulder wurde dies in der Tat bestätigt [7]. Das offene Quantensystem war dabei ein materieller harmonischer Oszillator, realisiert durch ein einzelnes Ion in einer Paul-Falle, das verschieden an „Umgebungen“, hier also fluktuierende Felder, gekoppelt werden konnte. Insbesondere gelang es durch stochastische Variation der Fallenfrequenz, den kohärenzzerstörenden Einfluss der Umgebung an die Energie des gespeicherten Ions zu koppeln. Dann unterliegen nicht wie im Pariser Experiment Superpositionen von Glauber-Zuständen, also von im „Phasenraum“ des Oszillators lokalisierten Wellenpaketen schneller Dekohärenz, sondern Überlagerungen von Energieeigenzuständen des harmonischen Oszillators. Auch in diesem Fall findet man eine quadratische Abhängigkeit des Verhältnisses zwischen Dissipationszeitskala und Dekohärenzzeitskala vom dimensionslosen „Abstand“  $D$  der superponierten Zustände. Allerdings ist  $D$  nun durch die Energiedifferenz  $(E_n - E_m)$  der überlagerten Energieeigenzustände  $|n\rangle$  und  $|m\rangle$  bestimmt, d. h.  $D = |(E_n - E_m)/\hbar\omega| \equiv |n - m|$ . Wie eindrucksvoll bestätigt werden konnte, zerfällt eine solche Superposition in das Gemisch  $\rho = (|n\rangle\langle n| + |m\rangle\langle m|)/2$  auf einer Zeitskala, die proportional zu  $D^{-2} \equiv |n - m|^{-2}$  kürzer wird.

Zu beachten ist schließlich noch, dass im makrosko-

### Wigner-Darstellung von Superposition und Gemisch von Glauber-Zuständen

Ein kohärenter Zustand oder Glauber-Zustand [17] ist definiert als Eigenzustand des Vernichtungsoperators  $a$  einer Oszillatormode, d. h. es gilt

$$a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle.$$

Bei einem materiellen harmonischen Oszillator mit Frequenz  $\omega$  und Masse  $m$  sind Real- und Imaginärteil des komplexen Parameters  $\alpha$  durch die Orts- und Impulserwartungswerte  $\bar{Q}$  und  $\bar{P}$  dieses Zustands bestimmt. Es gilt  $\alpha = (\bar{q} + i\bar{p})/\sqrt{2}$  mit den dimensionslosen Orts- bzw. Impulskoordinaten  $\bar{q} = Q\sqrt{m\omega/\hbar}$  und  $\bar{p} = P/\sqrt{\hbar m\omega}$ . Beschreibt der Oszillator die Dynamik einer Feldmode des elektromagnetischen Feldes, so bestimmen Real- und Imaginärteil des komplexen Parameters  $\alpha$  die Erwartungswerte der elektrischen und magnetischen Feldstärke.

Die Wigner-Funktion  $W_\alpha(q, p)$  [17] erlaubt eine anschauliche Phasenraumdarstellung eines Glauber-Zustands in

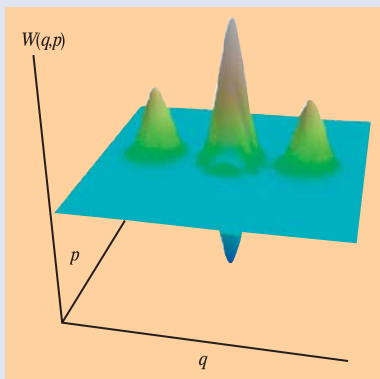


Abb. i: Wigner-Funktion einer Superposition  $\psi = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle)/\sqrt{2}$  zweier Glauber-Zustände mit  $\alpha = -\beta = 5/\sqrt{2}$ .

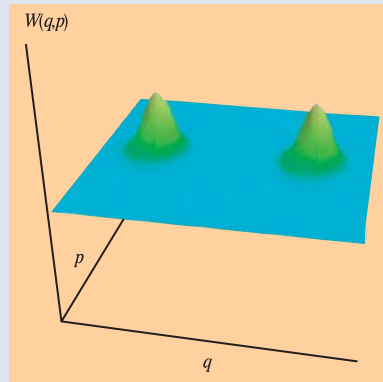


Abb. ii: Wigner-Funktion des Gemischs  $\rho_{\text{gem}} = (|\alpha\rangle\langle\alpha| + |\beta\rangle\langle\beta|)/2$  mit  $\alpha = -\beta = 5/\sqrt{2}$ .

Form einer Gaußschen Verteilungsfunktion isotroper minimaler Unschärfe. Für einen Glauber-Zustand  $|\alpha\rangle$  gilt

$$W_\alpha(q, p) = (1/\pi) \exp(-(q-\bar{q})^2 - (p-\bar{p})^2).$$

Die Wigner-Funktion einer Superposition zweier Glauber-Zustände,  $|\psi\rangle = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle)/\sqrt{2}$ , besteht aus drei Termen

$$W_{\text{sup}}(q, p) = (W_\alpha(q, p) + W_\beta(q, p))/2 + W_{\alpha\beta}(q, p),$$

wobei der letzte der beiden Kreuzterme im Dichteoperator (1) der Superposition stammt, also die Kohärenz zwischen den Zuständen beschreibt.  $W_{\alpha\beta}$  liegt zwischen den beiden Gauß-Glocken  $W_\alpha(q, p)$  und  $W_\beta(q, p)$ , zeigt stark oszillierendes Verhalten, und nimmt positive und negative Werte an (Abb. i). Dekohärenz zerstört diesen Interferenzterm und führt auf das Gemisch  $W_{\text{gem}}(q, p) = (W_\alpha(q, p) + W_\beta(q, p))/2$  (Abb. ii).

pischen Bereich Dekohärenzzeiten sehr schnell so extrem klein werden können, dass die Gültigkeit von Meistergleichungen wie (3), deren Herleitung u. a. einen gewissen Langzeitlimit involviert [11–13], hinfällig wird. Wir betonen jedoch, dass die erwähnten Experimente [6, 7], für die  $D$  lediglich in der Größenordnung 1–10 lag, noch im Bereich der Gültigkeit des quadratischen Gesetzes (6) liegen. Wird der Abstand  $D$  beträchtlich größer, lässt sich gerade die Kurzzeitigkeit solch großer Superpositionen zur genaueren Diskussion der Dekohärenz nutzen [14]. Man findet dann eine nur noch lineare Abhängigkeit des Verhältnisses  $\tau_{\text{diss}}/\tau_{\text{dek}}$  vom Abstand  $D$ . Darüberhinaus zeigt eine solche Kurzzeitanalyse, dass Dekohärenz die einzig relevante Dynamik auf extrem kurzen Zeitskalen ist. Die genaue Form sowohl des System- als auch des Umgebungshamilton-Operators ist für diese Kurzzeitdynamik weitestgehend irrelevant. Dekohärenz zeigt sich in diesem Sinne also als ein universelles Phänomen makroskopischer Überlagerungen.

### Langlebige Schrödinger-Katzen

Neben der erwähnten Beugung von  $C_{60}$ -Molekülen an einem Gitter durch A. Zeilingers Gruppe in Wien [3] werden derzeit zwei Experimente mit SQUIDS der Teams von H. Mooij [8] in Delft und J. R. Friedman und J.E. Lukens in Stony Brook [9] als Nachweis langlebiger Schrödinger-Katzen diskutiert. Allerdings ist Dekohärenz in noch keinem dieser drei Experimente unter quantitative Kontrolle genommen worden, sodass man auf Fortsetzungen gespannt wartet. Die SQUID-Experimente realisieren in einem supraleitenden Ring Superpositionen zweier Zustände, die je einen Strom der Größenordnung Milliampere tragen, wobei die beiden Ströme gegenseitig umlaufen. Dies überrascht zunächst, denn da der Strom auch als Kopplungsagent in der Wechselwirkung mit der Umgebung angesehen wird, sollte eine derartige Superposition außerordentlich schnell dekohärieren, also gar nicht erst nachweisbar sein. Nach unserer Kenntnis des Diskussionsstands liegt der Grund der Langlebigkeit darin, dass die dimensionslose „Distanz“  $D$  der superponierten Wellenpakete die Größenordnung 1 nicht wesentlich überschreitet. Leider ist der zugehörige Vielelektronenzustand nicht bekannt. Man behilft sich mit der Beschreibung durch eine makroskopische Wellenfunktion für einen dem Superstrom zugeordneten effektiven Freiheitsgrad, der sich in einem Doppelmuldenpotential bewegt. Dabei kann jeder der beiden superponierten Zustände als in einer Potentialmulde lokalisiert gedacht werden; der Abstand der beiden Mulden ist die Distanz  $D$ , gemessen in der Breite einer Mulde als quantenmechanischer Längeneinheit, tatsächlich keine große Zahl. Ungeachtet des großen Unterschieds der gegenläufigen Ströme scheint also wegen  $D \sim 1$  keine schnelle Dekohärenz statt zu finden. Jedenfalls liefern die genannten SQUID-Experimente einen mächtigen Ansporn für die festkörperorientierte Quantentechnologie.

### Dekohärenz und Messprozess

Von wachsendem Verständnis des Dekohärenzphänomens, vor allem der zugehörigen Experimente, wird gewiss auch beruhigende Wirkung auf die Diskussion des Messprozesses in der Quantenmechanik ausgehen.

Für die folgende Kurzdiskussion fassen wir ins Auge ein (mikroskopisches) Messobjekt, einen Messapparat, letzteren idealisiert zu einem (makroskopischen) Zei-

ger mit einer Ausschlagskoordinate und einer Umgebung mit vielen Freiheitsgraden. Objekt und Zeiger zusammen bilden ein offenes System, das dem dekohärierenden Einfluss der Umgebung unterliegt.

Mögen Objekt und Zeiger anfänglich in einem reinen Produktzustand  $|\psi\rangle_{\text{obj}}|z_0\rangle_{\text{zeig}}$  vorliegen, wobei der Objektzustand eine Superposition von Eigenzuständen  $|o_i\rangle_{\text{obj}}$  der zu messenden Objektobservablen  $O$  sei,  $|\psi\rangle_{\text{obj}} = \sum_i c_i |o_i\rangle_{\text{obj}}$ , und der Zeigerzustand den Ruheausschlag  $z_0$  widerspiegeln; mag die der Messung von  $O$  dienende Objekt-Zeiger-Wechselwirkung für sich allein bestrebt sein, jenen Anfangszustand in den verschränkten Zustand  $\sum_i c_i |o_i\rangle_{\text{obj}} |z_i\rangle_{\text{zeig}}$  zu überführen, in dem jeder Eigenzustand von  $O$  eindeutig mit einem charakteristischen Zeigerausschlag korreliert ist: Vorausgesetzt, die Wechselwirkung mit der Umgebung ist so beschaffen, dass die Umgebung zwischen verschiedenen Zeigerausschlägen  $|z_i\rangle_{\text{zeig}}$  unterscheiden kann, wird die verschränkte Superposition extrem schnell zu einer Mischung dekohärieren, und zwar zu  $\sum_i |c_i|^2 |o_i\rangle_{\text{obj}} \langle o_i| \otimes |z_i\rangle_{\text{zeig}} \langle z_i|$ ; diese Mischung erlaubt keine Interferenzen zwischen verschiedenen Zeigerausschlägen mehr. „Extrem schnell“ wird dieser „Kollaps“ verlaufen, gerade weil die verschiedenen Zeigerausschläge  $|z_i\rangle_{\text{zeig}}$  als makroskopisch verschieden angesehen werden können. Und wohlgermerkt, der Kollaps folgt aus der Schrödinger-Gleichung des dreikomponentigen Gesamtsystems bestehend aus Objekt, Zeiger und Umgebung.

In Anfängervorlesungen wird der Kollaps der Superposition zur Mischung meist ohne Nennung von Zeiger und Umgebung für das Objekt allein formuliert. Man will, aus pädagogischer Rücksicht, nicht schon von Vielteilchenwellenfunktionen reden, wenn es die Einzelteilchen-Schrödinger-Gleichung zu erklären gilt, auch wenn die pädagogische Rücksichtnahme darauf hinausläuft, nicht die ganze Wahrheit zu sagen. Aber der Kollaps als Postulat einer geheimnisvollen, der quantenmechanischen Beschreibung unzugänglichen Sonderdynamik hat wohl in heutigen Anfängervorlesungen so wenig verloren wie der Klapperstorch in der Kindertube. So war auch das erklärte Ziel des Pariser Experiments [6] die soeben diskutierte Dekohärenz des Zeigers im Laufe eines quantenmechanischen Messprozesses zu demonstrieren und zeitlich aufzulösen.

### Dekohärenzreduzierung – ein Ziel der Quantentechnologie

Wie nun ausführlich dargelegt, lassen sich charakteristische Quantenphänomene nur dann aufrechterhalten, wenn die Quantensysteme von der Umgebung ausreichend isoliert sind. Dabei ist „ausreichend isoliert“ im Quantenfall oft eine viel schärfere Forderung als klassisch und kann daher meist nur unvollständig erfüllt werden. Wenn die verbleibende Restwechselwirkung mit der Umgebung bekannt ist, lässt sich jedoch die daraus resultierende Dekohärenz unter bestimmten Bedingungen durch *quantenmechanische Fehlerkorrekturverfahren* weitgehend unterdrücken. Entscheidend dafür ist, dass die Umgebung nicht mehr als unbeobachtbare Ansammlung vieler Freiheitsgrade angesehen wird; ganz im Gegenteil, *gezielte Messungen* an der Umgebung müssen ausgeführt werden, die es erlauben, Kohärenzverluste im System durch geeignete unitäre Operationen zu korrigieren. Diese Fehlerkorrekturverfahren sind zur Zeit als vielversprechende Methode zur Stabilisierung großer Quantensysteme vor allem in der Quanteninformationsverarbeitung von großem Interesse [2].

In der klassischen Informationsverarbeitung stehen längst hochentwickelte Methoden zur Fehlerkorrektur zur Verfügung [15]. Infolge des Superpositionsprinzips lassen sich diese Methoden allerdings kaum auf die Quantenmechanik übertragen. Dass sich klassische und quantenmechanische Fehlerkorrektur wesentlich unterscheiden, lässt sich am elementaren Beispiel der kleinsten klassischen Informationseinheit, des Bits, verdeutlichen. Ein Bit kann nur die beiden Zustände  $|0\rangle$  (Grundzustand) oder  $|1\rangle$  (angeregter Zustand), aber keinen Superpositionszustand annehmen. Als Fehlerquelle wollen wir modellhaft einen Zerfallsprozess annehmen, der nur dann auftritt, wenn das Bit im angeregten Zustand ist. Ein auftretender Fehler führt den angeregten Zustand in den Grundzustand über. Wenn bekannt ist, dass ein solcher Zerfallsprozess stattgefunden hat, kann dieser Fehler am klassischen Bit sofort durch die Transformation  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$  korrigiert werden.

Im Quantenfall ist das nicht mehr so einfach. Quantenmechanisch ist der elementare Datenträger ein Qubit, das in einer beliebigen Superposition  $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$  zweier orthogonaler Basiszustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  vorliegen kann. Ein Zerfallsprozess kann quantenmechanisch immer dann mit nicht verschwindender Wahrscheinlichkeit auftreten, wenn im Zustand  $|\psi\rangle$  auch eine Komponente des angeregten Zustands  $|1\rangle$  vorliegt, d. h. falls  $b \neq 0$  gilt. Findet ein solcher Zerfallsprozess statt, so wird der Zustand  $|\psi\rangle$  in den Grundzustand  $|0\rangle$  transformiert. Dabei geht jegliche Information über den Quantenzustand  $|\psi\rangle$  vor dem Zerfallsprozess, d. h. über die Werte der Amplituden  $a$  und  $b$ , irreversibel verloren.

Unter welchen Bedingungen lassen sich quantenmechanische Fehler korrigieren? Einen ersten Anhaltspunkt dafür liefert unsere vorangehende Diskussion der Dekohärenz. Wir sahen, dass ein Superpositionszustand eines offenen Quantensystems zerstört wird, sobald infolge von Verschränkung mit der Umgebung einzelne Komponenten der Superposition allein durch Beobachtung der Umgebung unterschieden werden können. Dementsprechend erwarten wir, dass umgebungsinduzierte Fehler Superpositionszustände dann unversehrt belassen, wenn aufgrund der auftretenden Fehler zwischen einzelnen Komponentenzuständen nicht unterschieden werden kann. Sollen darüberhinaus die auftretenden Fehler durch unitäre Transformationen korrigierbar sein, muss garantiert werden, dass Fehler orthogonale Basiszustände wieder in orthogonale Zustände überführen. In vielen Fällen lässt sich dies durch Beschränkung der betrachteten Quantenzustände auf einen geeigneten Teilraum des gesamten Zustandsraums erreichen. Es ist eines der derzeit intensiv verfolgten Ziele der Quantentechnologie, leistungsfähige Fehlerkorrekturverfahren zu entwickeln, um Quantensysteme auf immer größeren Skalen kohärent kontrollieren zu können [2, 18, 19].

Neben den faszinierenden Zukunftsperspektiven, die die Möglichkeit kohärenter Kontrolle großer Quantensysteme bietet, zeigen all diese aktuellen Entwicklungen, wie sich beim physikalischen Phänomen der Dekohärenz Grundlagenforschung und Technologie gegenseitig neue Impulse verleihen und wie dadurch unser Verständnis der Quantenwelt vertieft wird.

#### Literatur

- [1] H. Walther, Phys. Bl., Dezember 2000, S. 57.
- [2] D. Bouwmeester, A. Ekert, A. Zeilinger (Hrsg.), The Physics of Quantum Information, Springer, Berlin 2000; G. Alber et al., Quantum Information, Springer,

- Heidelberg 2001; W. Tittel et al., Phys. Bl., Juni 1999, S. 25; H. J. Briegel, I. Cirac und P. Zoller, Phys. Bl., September 1999, S. 37; G. Alber und M. Freyberger, Phys. Bl., Oktober 1999, S. 23
- [3] M. Arndt, A. Zeilinger, Phys. Bl., März 2000, S. 69; R. E. Grisenti, G. C. Hegerfeldt, T. Köhler und J. P. Toennies, Phys. Bl., November 2000, S. 53
- [4] D. Giulini et al., Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory, Springer, Heidelberg 1996; M. Tegmark und J. A. Wheeler, Spektrum der Wissenschaft, April 2001 (mit Kommentar von H. D. Zeh); W. H. Zurek, Physics Today **44**, 36 (1991)
- [5] E. Schrödinger, Die Naturwissenschaften **48**, 807 (1935)
- [6] M. Brune et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 4887 (1996)
- [7] C. J. Myatt et al., Nature **403**, 269 (2000); W. P. Schleich, Nature **403**, 256 (2000); C. Monroe et al., Science **272**, 1131 (1996)
- [8] C. H. van der Wal et al., Science **290**, 773 (2000)
- [9] J. R. Friedman et al., Nature **406**, 43 (2000)
- [10] E. L. Hahn, Phys. Rev. **80**, 580 (1950); J. Rothstein, Am. J. Phys. **25**, 510 (1957).
- [11] H. Haken, Handbuch der Physik Vol. XXV/2c, Springer, Berlin 1970
- [12] H. J. Carmichael, Statistical Methods in Quantum Optics 1, Springer, Berlin 1999
- [13] W. Weidlich, F. Haake, Z. Physik **185**, 30 (1965)
- [14] D. Braun, F. Haake, W. T. Strunz, Phys. Rev. Lett. **86**, 2913 (2001)
- [15] D. Welsh, Codes and Cryptography, Oxford UP, Oxford 1988
- [16] U. Weiss, Quantum Dissipative Systems World Scientific, Singapore, 2. Auflage 2000
- [17] W. P. Schleich, Quantum Optics in Phase Space, Wiley-VCH, Weinheim 2001
- [18] P. W. Shor, Phys. Rev. **A 52**, R2493 (1995)
- [19] Zu einer allgemeinen Diskussion der Inversion von Quantenoperationen siehe z. B. M. A. Nielsen et al., Proc. Roy. Soc. **A 454**, 277 (1998)

#### Die Autoren



**Walter Strunz** (links) ist seit kurzem wieder in Freiburg, wo seine wissenschaftliche Laufbahn begann. Dazwischen lagen einige Jahre als Postdoc am Queen Mary College in London und für die Habilitation in Essen. Zu seinen Forschungsschwerpunkten zählt die Dynamik offener Quantensysteme in quanten- und atomoptischen, sowie -chemischen Anwendungen. In den Arbeitspausen peinigt er gerne seine Kollegen beim Go oder Fußballspielen. Nach Forschungs- und Lehrtätigkeit an den Universitäten Innsbruck, Freiburg und Ulm übernahm **Gernot Alber** (rechts) vor kurzem einen Lehrstuhl für Theoretische Physik an der TU Darmstadt. Zu seinen Forschungsschwerpunkten zählen besonders die vielfältigen Aspekte der modernen Quantenoptik und Atomphysik, die für zukünftige Quantentechnologien von Bedeutung sein könnten. Den Tag beginnt er gern mit einem Vers von Morgenstern. **Fritz Haake** (Mitte) arbeitet seit 1973 in Essen, zumeist über Themen in der Statistischen Physik, der Quantenoptik und, ausweislich seiner „Quantum Signatures of Chaos, des Quantenchaos. Seit 1993 ist er Sprecher des SFB „Unordnung und große Fluktuationen“, in dem theoretische Physiker und Mathematiker kritische Fluktuationen sowie Quantenfluktuationen erforschen. In seiner Freizeit will er manchmal hoch hinaus und steil bergab.