

# Fragile Ordnung mit tragender Rolle

Die Physik fluktuierender Überstrukturen in Festkörpern

Stefan Scheidl

Die physikalischen Eigenschaften eines Materials hängen wesentlich vom Grad seiner mikroskopischen Ordnung ab. Dies ist offensichtlich am Phänomen des Schmelzens, bei dem der Verlust kristalliner Ordnung mit dem der Festigkeit der Substanz einhergeht. Bei einer Vielzahl von Materialien, wie Metallen oder metallischen Verbindungen, können sich unterhalb der Schmelztemperatur spontan zusätzlich Überstrukturen ausbilden. Dabei entsteht ein noch höherer Grad an Ordnung: eine Modulation mit einer Periode deutlich oberhalb atomarer Abstände. Neben der räumlichen Lage der Atome kann sich diese Ordnung ebenso in der Verteilung von Ladungsträgern oder magnetischen Momenten äußern und zu qualitativen Veränderungen makroskopischer Eigenschaften führen.

Der Ordnungsgrad von Materie hängt entscheidend von der Stärke angreifender Störungen ab. So wie die Quarkstruktur von Nukleonen nur im Energiebereich von GeV sichtbar wird, die Bindung von Nukleonen zu Kernen bei MeV erfolgt, und Kerne und Elektronen um die 10 eV Atome bilden, so kondensieren daraus bei weiter sinkenden Energien um 0,1 eV Moleküle in fluider Form oder auch Festkörper. Im idealisierten Kristall manifestiert sich die Ordnung explizit als regelmäßige Anordnung der Atome. Aber selbst in Kristallen kann sich der Ordnungsgrad noch weiter erhöhen, etwa durch die Ausbildung von Überstrukturen als eines noch weitergehenden Grades räumlicher Ordnung.

Derartige Ordnungen sind wesentlich fragiler als die des einbettenden Kristalls, oft treten sie nur bei Temperaturen unterhalb von  $10^2$  K (entsprechend  $10^{-2}$  eV) auf. Dennoch können sie für qualitative Eigenschaften von grundlegender Bedeutung sein, etwa dafür, ob ein Material leitend oder isolierend ist. Hierfür ist der Einfluss von Fluktuationen quantenmechanischer oder thermischer Natur und, noch stärker, von im Festkörper verankerten Verunreinigungen („Unordnung“) von fundamentaler Bedeutung.

Die Analyse des in Anwesenheit dieser Fluktuationen verbleibenden Grades an Ordnung ist ein komplexes Problem der statistischen Physik. Anhand von Ladungsdichtewellen, Wirbelsystemen und Streifen soll ein beispielhafter Einblick in die wichtigsten Phänomene und Mechanismen eröffnet werden.

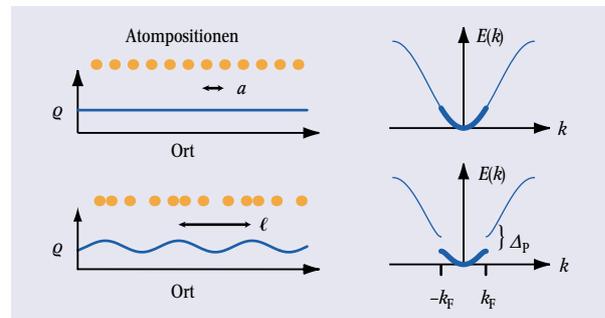


Abb. 1:

Das Prinzip der Bildung einer Ladungsdichtewelle. Für  $T > T_P$  (oben) haben die Atome gleichmäßige Abstände  $a$ . Die Elektronen füllen das Leitungsband nur teilweise und haben homogene Dichte  $\rho$ . Für  $T < T_P$  (unten) sind die Atome mit einer Periode  $\ell = \pi/k_F$  verschoben. Damit geht auch eine Modulation der Elektronendichte sowie die Aufspaltung des Elektronenbands bei  $k_F$  mit einer Lücke  $\Delta_P$  einher.

## Ladungsdichtewellen

Ladungsdichtewellen (LDW) treten in einer Vielzahl anorganischer und organischer (Semi-) Metalle auf [1]. Sie bestehen aus einer periodischen Modulation der Dichte  $\rho$  der Leitungselektronen und der Verschiebungen der Atomrümpfe. Dieses Phänomen tritt unterhalb des Peierls-Übergangs auf, der beispielsweise in der gut untersuchten „blauen Bronze“  $K_{0,3}MoO_3$  bei  $T_P = 183$  K liegt. In manchen Substanzen bildet sich LDW-Ordnung sogar bei Raumtemperatur aus.

Das Prinzip ihrer Entstehung sei eindimensional erläutert (Abb. 1). Dazu betrachten wir einen Kristall, der oberhalb von  $T_P$  leitet,<sup>1)</sup> d. h. die Elektronen besetzen im Leitungsband Bloch-Zustände mit Energien  $E(k)$  für Wellenvektoren  $|k| < k_F$  ( $k_F$ : Fermi-Wellenvektor). Die Dichte der Elektronen  $\rho_0$  ist näherungsweise konstant. Unterhalb von  $T_P$  wird jedoch aus energetischen Gründen spontan ein Zustand bevorzugt, in dem das Atomgitter mit einer Periode  $\ell = \pi/k_F$  moduliert ist. Ebenso ist auch die Elektronendichte  $\rho(x) = \rho_0 + \delta\rho(x)$  mit  $\delta\rho(x) = \rho_1 \cos[\phi(x)]$  moduliert. Hierbei wächst die Phase  $\phi(x) = Q \cdot (x-u)$  in Richtung des Modulationswellenvektors mit Betrag  $|Q| = 2k_F$  an. Eine Verschiebung der LDW innerhalb des Kristalls wird durch  $u$  beschrieben. Die Kosten dieser Gittermodulation an elastischer Deformationsenergie werden wettgemacht durch eine Absenkung der Bloch-Energien  $E(k)$  für  $|k| \leq k_F$ , da sich bei  $k = \pm k_F$  eine Energielücke  $\Delta_P$  durch die Gittermodulation öffnet. Wie bei

1) In typischen Fällen ist die entsprechende (semi-)metallische Leitfähigkeit drei Größenordnungen kleiner als bei Kupfer.

Priv.-Doz. Dr. Stefan Scheidl, Institut für Theoretische Physik, Universität zu Köln, Zülpicher Straße 77, 50937 Köln, E-Mail: stefan.scheidl@uni-koeln.de

Bandlücken am Rand der Brillouin-Zone durch das Kristallpotential ist hier  $\Delta_p$  proportional zum von der Dichtemodulation ausgehenden Potential, also zur Modulationsamplitude. Dagegen sind die „Kosten“ der elastischen Energie klein, da sie zweiter Ordnung in der Modulationsamplitude sind.

Aufgrund dieser Energielücke ist die Anregung einzelner Elektronen bei niedrigen Temperaturen  $k_B T \ll \Delta_p$  wie in einem Isolator unterdrückt. Tatsächlich ist das Material aber weiterhin leitend, wenn eine kollektive Bewegung der Elektronen möglich ist. Dies setzt voraus, dass ein elektrisches Feld die Lage der Lücken um  $\delta k$  verschieben kann. Dann wird die Geschwindigkeit aller Elektronen um  $v = \hbar \delta k / m$  erhöht ( $m$ : Elektronenmasse), und es resultiert eine Stromdichte  $j = q_0 v$ . Mit den Elektronen durchläuft auch die Dichtewelle den Kristall, d. h.  $\dot{u} = v$ .

Dieser kollektive Ladungstransport kann durch mehrere Mechanismen beeinträchtigt werden. Zum einen kann die Verschiebung der Lücken durch Umklapp-Streuprozesse unterdrückt werden, wenn die Periode  $\ell$  mit der Gitterkonstante  $a$  „kommensurabel“ ist, also beide in einem rationalen Verhältnis stehen. In der Praxis kommt jedoch häufiger der „inkommensurable“ Fall vor, in dem die Wel-

le nicht vom Atomgitter festgehalten wird. Allerdings liegen meist Fremdatome oder größere Inhomogenitäten vor, an denen sich die LDW verfangen kann (sie wird „gepinnt“). Die durch ein elektrisches Feld erzeugte Stromdichte hängt dann in delikater Weise von der Balance zwischen mehreren Kräften ab: (1) Pinning-Kräften von Verunreinigungen, die wegen ihrer zufälligen Verteilung Verzerrungen der LDW begünstigen (2), „elastischen“ Kräften, die einer derartigen Deformation der LDW entgegenwirken, und zudem (3) der elektrischen Feldstärke als treibender Kraft.

Ein Resultat dieser Balance ist eine extrem nichtlineare Strom-Spannungs-Kennlinie. Im Grenzfall niedriger Temperaturen kann die LDW nur durch Kräfte oberhalb eines Schwellenwerts  $F_S$  entpinnen, also in Bewegung versetzt werden. In relativ reinen Kristallen kann die entsprechende Feldstärke weniger als 1 mV/cm betragen. In der Nähe dieser Schwelle ist eine Änderung der Leitfähigkeit um etliche Größenordnungen durch eine Änderung der Feldstärke um nur wenige Prozent möglich (Abb. 2)! Dadurch kann dieses Phänomen prinzipiell zur Konstruktion transistorartiger Schaltelemente genutzt werden. Prototypen derartiger Feldeffekt-Transistoren wurden bereits hergestellt [2].

### Wirbellinien

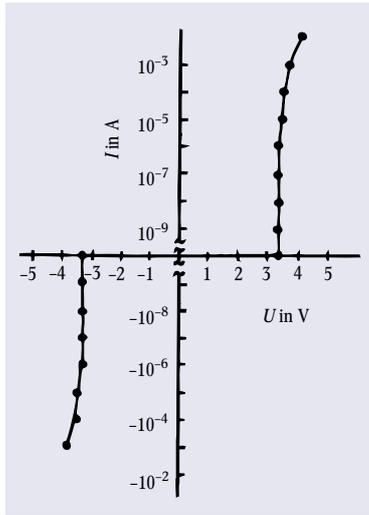
Eine andere Überstruktur, deren Verhalten von einer analogen Form der Balance geprägt wird, ist das Wirbelliniensystem in Typ-II-Supraleitern [3]. Sie tritt insbesondere bei den Hochtemperatur-Supraleitern (HTSL) auf, deren elektrischer Widerstand – in Abwesenheit von Magnetfeldern – bei einer Abkühlung unter die kritische Temperatur (typischerweise 40–130 K) verschwindet. Ursache hierfür ist die paarweise Kondensation von Elektronen in einen kollektiven Zustand, in

dem sie sich den üblichen Streuprozessen als Ursache elektrischen Widerstands entziehen.

Für äußere Magnetfelder  $H$  schwächer als das untere kritische Feld  $H_{c1}$  ist es energetisch am günstigsten, das Feld aus dem Inneren vollständig zu verdrängen, um die Kondensationsenergie ganz ausschöpfen zu können. Bei mittleren Feldstärken zwischen  $H_{c1}$  und dem oberen kritischen Feld  $H_{c2}$  dringt das Feld in Schläuchen mit quantisiertem Fluss  $\Phi_0 = h/2e$  ein, bis schließlich oberhalb von  $H_{c2}$  das Kondensat ganz zusammenbricht und das Feld homogen wird.<sup>2)</sup> Für  $H_{c1} \leq H \leq H_{c2}$  ist das Kondensat zwar entlang dieser Schläuche unterdrückt, in den Zwischenräumen besteht es aber weiterhin. Aufgrund der Maxwell'schen Gleichungen erfordert die Bündelung der Feldlinien Abschirmströme, die die Bündel wirbelartig umfließen. Die Kosten solcher Wirbellinien an kinetischer und magnetischer Energie sind minimal, wenn die Linien geradlinig und parallel zum äußeren Feld verlaufen. Zudem stoßen sich Linien gegenseitig ab, so dass die Ausbildung einer geordneten Struktur, dem Abrikosov-Gitter, begünstigt ist.

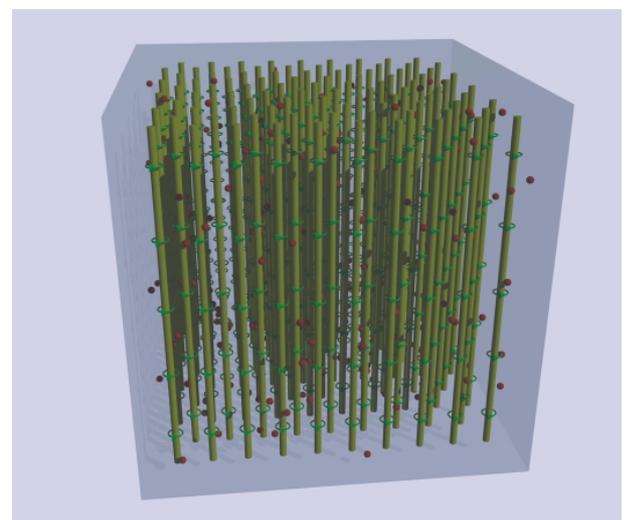
Die Wirbellinien sind wiederum für die elektromagnetischen Eigenschaften der Supraleiter ausschlaggebend. Insbesondere hängt der elektrische Widerstand mit der Beweglichkeit dieser Überstruktur zusammen, da Transportströme eine Lorentz-Kraft auf die Linien hervorrufen. Werden die Linien dadurch in Bewegung gesetzt, verursachen sie einen Spannungsabfall proportional zu ihrer Geschwindigkeit, und das Material verhält sich wie ein Ohmscher Leiter. Zur Wiederherstellung der widerstandslosen Leitfähigkeit müssen die Linien daher gepinnt werden.

Ähnlich wie bei den LDW ist der resultierende Widerstand durch die Konkurrenz von elastischen Kräften, Pinning-Kräften und treibender Kraft bestimmt. Im Vergleich zu LDW besitzen Wirbelliniensysteme den Vorzug, dass sich ihre Parameter in weit größerem Umfang kontrollieren lassen. So kann etwa die Gitterkonstante  $\ell$  dieser Struktur mit der Stärke von  $H$  über mehrere Größenordnungen variieren, typischerweise im Bereich 2–200 nm. Seit Entdeckung der HTSL hat die Untersuchung dieses Wechselspiels als eines mehr phä-



**Abb. 2:** Extrem nichtlineare  $I(U)$ -Kennlinie zwischen Strom  $I$  und Spannung  $U$  gemessen an  $K_{0,3}MoO_3$  bei niedrigen Temperaturen (aus Ref. [1]).

2) Typische Werte für die kritischen Felder eines HTSL sind  $\mu_0 H_{c1} \approx 0,05$  T und  $\mu_0 H_{c2} \approx 50$  T.



**Abb. 3:** Im Wirbelliniengitter ist das Kondensat in den Wirbelkernen (gelb) unterdrückt. Auf jeder Linie ist ein magnetischer Fluss  $\Phi_0$  gebündelt, und jede Linie wird ringartig von Abschirmströmen umflossen (grün). Verunreinigungen (rot) deformieren und pinnen die Linien (nicht dargestellt).

nomenologischen Problems – neben der Frage nach dem mikroskopischen Mechanismus – eine zentrale Rolle gespielt. Bei seinem Verständnis sind wesentliche Fortschritte erzielt worden [4].

### Streifen

Zur Reichhaltigkeit der Physik in Hochtemperatur-Supraleitern sowie auch in strukturell verwandten Materialien trägt die Tendenz zur Ausbildung einer weiteren Überstruktur, den Streifen, bei. Hierbei handelt es sich um die simultane Modulation der Ladungs- und Spindichte. Diese Materialien bestehen aus schwach gekoppelten Ebenen von Quadratgittern mit Metallatomen (z. B. Cu) auf den Gitterplätzen. Im undotierten Zustand ist jeder Platz in Mittel von einem Valenzelektron besetzt. Wegen der Coulomb-Abstoßung zwischen den Elektronen sind Mehrfachbesetzungen stark unterdrückt und die Elektronen praktisch auf jeweils einen Platz lokalisiert. Zur Reduktion ihrer kinetischen Energie hüpfen Elektronen dennoch gelegentlich auf Nachbarplätze.<sup>3)</sup> Wegen des Pauli-Prinzips ist dies aber nur möglich, wenn die Spins benachbarter Elektronen entgegengesetzt sind, woraus eine antiferromagnetische Ordnung resultiert.

Werden nun durch Dotierung etwa 5–20 % der Elektronen entfernt bzw. Löcher eingebracht, so verteilen sie sich nicht homogen, sondern *inhomogen* in Form einer Ladungsdichtewelle zur Minimierung ihrer kinetischen und potentiellen Gesamtenergie. Qualitativ organisieren sie sich so, als ob Elektronen nur streifenartig, d. h. von Zeilen des Quadratgitters im Abstand  $\ell$  entnommen wären.<sup>4)</sup> Restliche Elektronen auf diesen Zeilen verlieren ihr magnetisches Moment und diese Zeilen werden zu Domänengrenzen: in benachbarten Domänen ist die Untergittermagnetisierung vertauscht (Abb. 4). Als Resultat sind Streifen nicht nur eine Ladungsdichtewelle mit Periode  $\ell$ , sondern zugleich eine Spindichtewelle (SDW) der Periode  $2\ell$ .

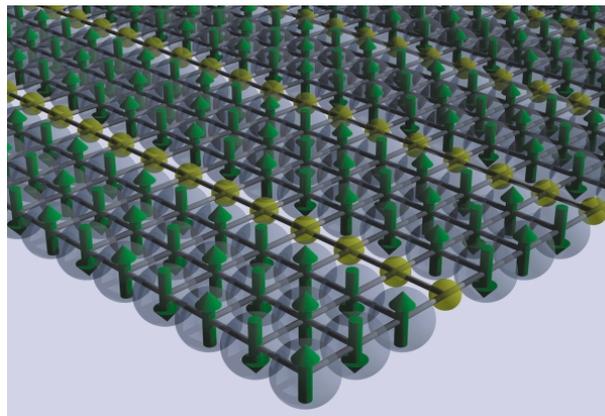
Ursprünglich in theoretischen Arbeiten vorhergesagt [5], sind Streifen inzwischen mit verschiedensten Techniken von Streuexperimenten [6] bis zu Tunnelmikroskopie [7] nachgewiesen (Abb. 5). Es besteht die interessante Möglichkeit eines Zusammenhangs zwischen den Mechanismen der Streifenbildung und der HTSL. Dies ist aber noch weitgehend ungeklärt. Vieles spricht für die wichtige Rolle von Fluktuations- und Unordnungseffekten. Beispielsweise werden in geeignet dotierten Materialien, in denen  $\ell$  und  $a$  kommensurabel sind, die Streifenfluktuationen und gleichzeitig auch die Supraleitfähigkeit reduziert.

### Konzeptionelle Gemeinsamkeiten

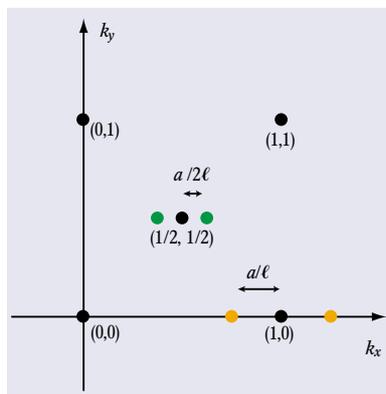
Diese drei Beispiele belegen, wie vielfältig die Physik von Überstrukturen ist. Trotzdem sind sie prinzipiell eng verwandt. Zunächst ist ihre Ordnung – bei voller Ausprägung – jeweils kristallin: eine Dichtewelle mit langreichweitiger Translationsordnung. Analog zur LDW kann das Wirbelliniengitter als periodische Modulation der Kondensatdichte  $\varrho(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{Q}} \varrho_{\mathbf{Q}} \cos[\phi_{\mathbf{Q}}(\mathbf{r})]$  mit Modulationswellenvektoren  $\mathbf{Q}$  in Richtungen senkrecht zu den Linien und zugehörigen Amplituden  $\varrho_{\mathbf{Q}}$  und Phasen  $\phi_{\mathbf{Q}}(\mathbf{r}) = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{u})$  dargestellt werden. Den Atomen als punktförmigen Bausteinen im eigentlichen Kristall entsprechen dann linienartige (z. B. die Wirbellinien) oder flächenartige (z. B. bei LDW oder SDW) Maxima der Dichtewelle. Neben dieser Dimensionalität unterscheiden sich Überstrukturen von ge-

wöhnlichen Kristallen grundsätzlich auch durch ihre Einbettung in einen Festkörper, dessen Defekte als externes statisches Potential auf die Überstruktur wirken. Wir wenden uns nun zunächst qualitativ verschiedenen Arten von Deformationen als kollektiven Anregungen der Überstruktur zu, um dann im Weiteren ihre Rolle für Gleichgewichts- und Nichtgleichgewichtsphänomene zu diskutieren.

Deformationen können allgemein als *inhomogene* Verschiebungen  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$  dargestellt werden. Sofern thermische, Quanten- oder Unordnungsfluktuationen nicht zu stark sind, treten nur *elastische* Deformationen auf, bei



**Abb. 4:** In einem ideal geordneten Streifenzustand sind antiferromagnetische Domänen (grüne magnetische Momente) durch unmagnetische Lochreihen (gelb) getrennt, die als Grenzen zwischen antiferromagnetischen Domänen entgegengesetzter Untergittermagnetisierung wirken.



**Abb. 5:** Nachweis von Streifen in einem Streuexperiment (schematisch; Wellenvektoren  $\mathbf{k}$  in Einheiten von  $2\pi/a$  mit der atomaren Gitterkonstante  $a$ ). Das undotierte Material zeigt z. B. bei  $\mathbf{k} = (1,0)$  einen atomaren Strukturreflex und z. B. bei  $\mathbf{k} = (1/2, 1/2)$  einen antiferromagnetischen Reflex. Durch die LDW mit einer Periode  $\ell$  und die SDW mit einer Periode  $2\ell$  entstehen Überstrukturreflexe in Entfernung  $\delta\mathbf{k} = a/\ell$  bzw.  $\delta\mathbf{k} = a/2\ell$ .

denen das Verschiebungsfeld eine *glatte* Funktion des Ortes ist und die Nachbarschaftsverhältnisse der kristallinen Ordnung bewahrt bleiben. Bei einem gewöhnlichen Kristall entsprechen solche Anregungen gerade den Phononen. Im Vergleich zu atomaren Kristallen sind Überstrukturen viel leichter deformierbar. Als Maß dafür kann der Kompressionsmodul herangezogen werden, der für ein typisches Metall in der Größenordnung  $10^{25}$  eV/cm<sup>3</sup> liegt, für LDW und Wirbelliniensysteme mit typischen Werten im Bereich von  $10^{20}$  eV/cm<sup>3</sup> aber wesentlich kleiner ist. Daher ist die Ordnung von Überstrukturen – ähnlich zu „weicher Materie“ – also wesentlich fragiler und empfänglicher für Fluktuationen.

Bei stärkeren Fluktuationen werden darüber hinaus *topologische Defekte* als Anregungen wichtig, die diese Nachbarschaftsverhältnisse auflösen. Bei gewöhnlichen Kristallen sind dies Versetzungen. Ihr massives Auftreten verursacht den Schmelzübergang, der analog auch bei Überstrukturen auftreten kann. Topologische Defekte entsprechen Verschiebungsfeldern, die nichtstetige Funktionen des Ortes sind. Derartige Defekte können als punktartige (in  $d=2$ ) oder linienartige Objekte (in  $d=3$ ) aufgefasst und modelliert werden (Abb. 6).

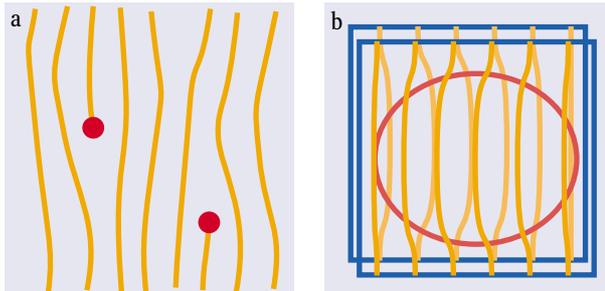
3) Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation würde die strenge Lokalisierung eines Teilchens zu einer großen Impulsunschärfe und damit zu einer großen kinetischen Energie führen.

4) Zur Vereinfachung werden hier so genannte platzzentrierte Streifen diskutiert; ebenso sind bondzentrierte Streifen möglich.

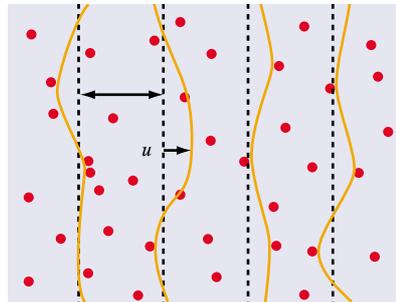
### Elastische Deformationen durch Unordnung

Anhand der LDW werden nun die wichtigsten Konsequenzen des Wechselspiels konkurrierender Kräfte für den Fall illustriert, in dem die Verzerrungen so schwach sind, dass topologische Defekte außer Acht gelassen werden können. Da die Dichte der LDW nur in eine Raumrichtung moduliert ist, ist das Verschiebungsfeld  $u(r)$  unabhängig von der Raumdimension  $d$  einkomponentig. Glatte Deformationen besitzen eine

**Abb. 6:** Topologische Versetzungsdefekte als punktförmige Objekte in  $d=2$  (a) und als linienartige Objekte zwischen zwei Schnitten einer dreidimensionalen Struktur (b).



**Abb. 7:** Schematische Darstellung der Fluktuationen einer LDW. Entlang der gelben Linien ist die Phase  $\phi(r) = Q \cdot r - Qu(r)$  ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  und  $Q$  größer als dazwischen. Die Verschiebung  $u$  misst die Auslenkung gegenüber einem ideal geordneten Referenzzustand (punktierte Linien) aufgrund attraktiver Inhomogenitäten (Minima von  $V$ , als rote Punkte dargestellt).



Energie, die aus einem elastischen Anteil mit einer Steifigkeitskonstanten  $c$  und der Ankopplung der Ladungsmodulation  $\delta Q$  an ein ungeordnetes Pinning-Potential  $V(r)$  besteht:<sup>5)</sup>

$$E = \int d^d r \left\{ \frac{c}{2} (\nabla u)^2 + V(r) \cos[Q \cdot r - Qu(r)] \right\}$$

Die elastische Energie begünstigt ein konstantes  $u$ . Dagegen kann die Pinning-Energie in einem ungeordneten Potential  $V(r)$  nur durch Verzerrungen von  $u$  minimiert werden (Abb. 7).

In Abwesenheit von Unordnung ( $V=0$ ) liegt bei niedrigen Temperaturen in  $d > 2$  Dimensionen langreichweitige Ordnung vor, d. h. die Schwankungen  $W(r-r') := \langle [u(r) - u(r')]^2 \rangle$  sind selbst für beliebig weit voneinander entfernte Orte  $r$  und  $r'$  durch  $W(r-r') \leq w$  mit endlichem  $w$  beschränkt. In  $d=2$  liegt immerhin noch quasi-langreichweitige Ordnung mit logarithmischem  $W(r) \leq w \ln|r|$  vor. In beiden Fällen ist diese Ordnung durch singuläre Überstrukturreflexe in Streuexperimenten sichtbar.

In welchem Maße wird diese Ordnung nun durch Pinning beeinträchtigt? Schon eine störungstheoretische Rechnung für kleine Auslenkungen zeigt, dass selbst beliebig schwache Unordnung in *allen* Dimensionen  $d < 4$  dazu führt, dass die typischen Verschiebungen *unendlich* groß werden, die strukturelle Ordnung durch Pinning also *qualitativ* reduziert wird. Gleichzeitig weist die Störungstheorie damit aber auch auf den Zusammenbruch ihrer Gültigkeit hin. Wegen der Komplexität dieses Problems wurde sein theoretisches Verständnis erst seit Beginn der 90er-Jahre mit Variations- und Renormierungsgruppenmethoden entwickelt [4]. Ihr wichtigstes Resultat ist das Vorliegen

von *quasi-langreichweitiger Ordnung* in Dimensionen  $2 \leq d < 4$ . Dort ist die Aufrauung durch Pinning also vergleichbar mit der durch thermische Fluktuationen speziell in  $d=2$ .

Bemerkenswerterweise ist die resultierende strukturelle Ordnung aber auch für die Nichtlinearität der Transportcharakteristik  $v(F)$  bedeutsam, d. h. der Geschwindigkeit (die bei der LDW proportional zur Stromdichte ist) als Funktion einer treibenden Kraft (die bei der LDW proportional zum elektrischen Feld ist). Während bei Kräften weit oberhalb des Schwellenwert  $F_S$  näherungsweise das Ohmsche Gesetz gilt, ist Ladungstransport *unterhalb* von  $F_S$  nur durch thermische Aktivierung möglich (Kriechen). Das Kriechverhalten ist wegen der Kollektivität der Dynamik stark nichtlinear: es gilt ein exponentielles Gesetz  $v(F) \sim F \exp(-\text{const } F^{-1/2}/T)$  für  $d=3$  und eine algebraische Relation  $v(F) \sim F^\nu$  für  $d=2$  mit einem temperaturabhängigen Exponenten  $\nu > 1$ . Trotz ihrer Nichtlinearität sind diese Relationen im Wesentlichen durch die Gleichgewichtsfluktuationen  $W(r)$  bestimmt, ähnlich dem Zusammenhang zwischen Transportkoeffizienten und Gleichgewichtskorrelationen im Rahmen einer linearen Antwort-Theorie.

Die Dominanz der Unordnung bei Struktur- und Transporteigenschaften ist Ausdruck einer *Glasartigkeit* des Systems. Obwohl einzelne Verunreinigungen beliebig schwach sein können, resultieren aus dem Wechselspiel von elastischer Steifigkeit und vielen einzelnen Pinning-Zentren letztlich beliebig große Energiebeträge, durch die die Überstruktur kollektiv deformiert und festgehalten wird. Ebenso müssen beliebig große Energiebarrieren überwunden werden, um die Struktur aus einem gepinnten Zustand loszulösen. Deshalb verschwindet die lineare Mobilität,  $dv(F)/(dF)|_{F=0} = 0$ , selbst in Gegenwart thermischer Aktivierung. Obwohl diese Immobilität in gewisser Verwandtschaft zur extrem hohen Viskosität „struktureller Gläser“ (z. B. Fensterglas) steht, ist die Ursache doch grundsätzlich verschieden. Bei strukturellen Gläsern führt die ungeordnete Konfiguration der molekularen Konstituenten zu Barrieren durch eine *gegenseitige* Frustration der Wechselwirkungen. Im Gegensatz dazu erzeugen Verunreinigungen ein *externes* Potential für die Überstrukturen.

### Phasenübergänge im Gleichgewicht

Wie bei atomaren Kristallen können auch bei Überstrukturen „Schmelzübergänge“ durch topologische Defekte auftreten, die im Fall der HTSL besonders gut untersucht sind. Dort ist die Unordnung typischerweise so schwach, dass bei niedrigen Temperaturen und mittleren Magnetfeldstärken topologische Defekte vernachlässigbar sind. Diese feste Phase, das „Bragg-Glas“<sup>6)</sup>, wird bei höheren Temperaturen durch thermische Fluktuationen aufgelöst. Es schmilzt jedoch unordnungsbedingt auch mit wachsender Stärke des Magnetfelds (Abb. 8), da mit zunehmender Dichte der Linien ihre elastische Steifigkeit abnimmt. Dadurch besitzen topologische Defekte schwindende elastische Energiekosten, die durch einen Energiegewinn im Unordnungspotential wettgemacht werden.

Die Analogie zwischen dem Phasendiagramm eines atomaren Kristalls und dem eines Wirbelsystems geht sogar so weit, dass neben dem Schmelzen der festen in eine flüssige Phase auch ein Sublimation in eine „gasförmige“ Phase erfolgen kann. Die fluiden Phasen sind durch einen Verdampfungsübergang getrennt, dessen

5) Zur Vereinfachung ist hier Isotropie der Elastizität angenommen. Die räumlichen Fluktuationen des statischen Pinning-Potentials  $V$  können als Gaußsch mit  $\overline{V(r)} = 0$  und einer kurzreichweitigen glockenförmigen Korrelationsfunktion  $\overline{V(r)V(r')}$  betrachtet werden.

6) Dieser Name rührt daher, dass Streuintensitäten am Ort der Bragg-Wellenvektoren noch Divergenzen aufweisen, obwohl Pinning zu glasartiger, nur quasi-langreichweitiger Ordnung führt.

genaue Natur immer noch ungeklärt ist [9]. Insbesondere ist offen, ob der Verdampfungsübergang in einem kritischen Punkt endet oder nur von erster in höhere Ordnung übergeht. Pinning führt aber zu glasartigen Eigenschaften sowohl in der flüssigen als auch der gasförmigen Phase, da selbst entlang unabhängiger Wirbellinien Pinning-Zentren kollektiv wirken.

Auch in LDW treten Phasenübergänge auf, die von topologischen Defekten verursacht werden. Insbesondere bei Streifenphasen werden sie dafür verantwortlich gemacht, dass Fluktuationen die Ausprägung der Ladungs- und Spinordnung in verschiedenem Ausmaß beeinträchtigen. Experimentell ist beobachtet, dass die SDW bei niedrigeren Temperaturen verschwindet als die LDW [6]. Dabei spielen mehrere Typen topologischer Defekte eine zentrale Rolle [8].

### Phasenübergänge im Nichtgleichgewicht

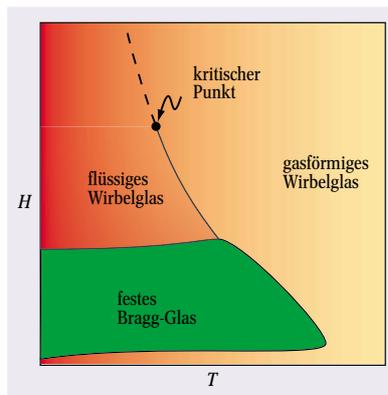
Am Beispiel der Ladungsdichtewelle ist schon die schwellenartige Eigenschaft der Transportcharakteristik angeführt worden, die mit dem Entpinning von der Unordnung erklärt werden kann. Was passiert dabei aber mit der Überstruktur? Bleibt sie topologisch intakt oder wird sie defekt? Wir verfolgen ihr Schicksal ausgehend vom Gleichgewicht bis ins extreme Nichtgleichgewicht (Abb. 9).

Schwaches Pinning und niedrige Temperaturen vorausgesetzt, spielen topologische Defekte im Gleichgewicht und im schwachen Nichtgleichgewicht für Kräfte  $F \ll F_S$  keine Rolle. Dann gilt die elastische Beschreibung, und Kriechen findet als langsame aber praktisch homogene Fortbewegung der Überstruktur statt. Für  $F \approx F_S$  werden wegen der Inhomogenität der Pinning-Kraft im Gegenspiel zur treibenden Kraft jedoch die inneren Spannungen sehr groß. Dadurch wird die Bildung topologischer Defekte begünstigt. Sie häufen sich an Stellen, die zu Bruchstellen der Überstruktur werden. Manche Teile der Überstruktur lösen sich lawinenartig, während andere noch gepinnt sind. Da sich Bruchstücke wie die Moleküle eines Fluidums gegeneinander bewegen, ereignet sich bei  $F_S$  eine Art Schmelzübergang im Nichtgleichgewicht. Dieser Übergang ist bisher nur qualitativ verstanden. Eine quantitative Beschreibung ist dadurch erschwert, dass neben elastischen und Unordnungs Kräften hier auch die treibende Kraft von vergleichbarer Stärke ist.

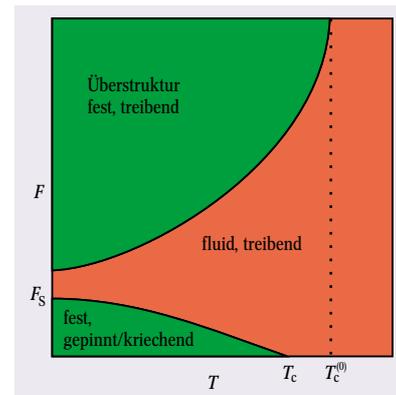
Die Situation vereinfacht sich wieder weit oberhalb von  $F_S$ , wo der Einfluss der Unordnung effektiv schwindet. Der Grund hierfür wird ersichtlich, wenn man sich gedanklich in das mit der Überstruktur bewegte Bezugssystem begibt. Im Gegensatz zum Gleichgewicht werden die Pinning-Zentren von der Überstruktur hier als zeitlich fluktuierend wahrgenommen, die Überstruktur wird durch die Unordnung „geschüttelt“. So gesehen wird der Effekt von Pinning-Kräften im Nichtgleichgewicht ähnlich zu thermischem Rauschen. Die Unordnung wirkt nicht mehr statisch auf die Überstruktur, sondern eher wie eine zusätzliche Wärmequelle mit einer „Schütteltemperatur“. Die Überstruktur fluktuiert wie bei einer effektiven Temperatur, die gegenüber der physikalischen Temperatur um diese Schütteltemperatur erhöht ist.

Je schneller sich die Pinning-Zentren relativ zur Überstruktur bewegen, desto mehr heben sich die beschleunigenden und die bremsenden Bereiche des Pinning-Potentials im Mittel weg und desto kleiner wird die Schütteltemperatur. Daher kann die fluide

Nichtgleichgewichtsphase im extremen Nichtgleichgewicht wieder rekristallisieren. Obwohl die topologische Ordnung der festen Phase im Bereich hoher Geschwindigkeiten wieder hergestellt ist, unterscheiden sich ihre strukturellen Korrelationen *qualitativ* von denen in Abwesenheit von Pinning [10], da die Schüttelkraft im Gegensatz zu thermischem Rauschen doch ausgeprägte raumzeitliche Korrelationen besitzt. Die Langreichweitigkeit der strukturellen Ordnung bleibt unterdrückt, und die Schwankungen sind stark anisotrop bezüglich der Bewegungsrichtung. Diese Anisotropie sowie die Tendenz zu wachsender struktureller Ordnung mit



**Abb. 8:** Phasendiagramm eines HTSL als Funktion der Temperatur und des Magnetfeldes (der Dichte der Wirbellinien). Das feste Bragg-Glas schmilzt oder sublimiert durch einen Übergang erster Ordnung in einen flüssigen oder gasförmigen Zustand von Wirbellinien. Beide fluiden Phasen unterscheiden sich im Wesentlichen nur quantitativ in ihrer Dichte und ihrer Glasartigkeit. Sie sind durch einen Übergang erster Ordnung getrennt, der an einem kritischen Punkt kontinuierlich wird oder verschwindet.



**Abb. 9:** Dynamisches Phasendiagramm in der Ebene der Temperatur  $T$  und der treibenden Kraft  $F$ . Mit wachsender Kraft sind zwei Übergänge möglich: das Schmelzen einer festen (topologisch geordneten) Phase in eine fluide Phase, und dann die erneute Rekristallisation in eine feste Phase.

zunehmender Geschwindigkeit wird bei LDW und Wirbelsystemen experimentell beobachtet [11].

Diese Abfolge von einer festen zu einer fluiden und wieder zu einer festen Phase tritt so nur bei einer Temperatur unterhalb von  $T_c$  auf, bei der der Kristall im Nichtgleichgewicht durch thermische und Unordnungsfluktuationen schmilzt. Knapp unterhalb von  $T_c$  kann die Überstruktur nur kleinen inneren Spannungen widerstehen, die schon bei einer geringen treibenden Kraft entstehen. Deshalb sinkt die Kraft, bei der der Schmelzübergang stattfindet, von  $F = F_S$  bei  $T = 0$  auf  $F = 0$  bei  $T = T_c$ . Andererseits steigt mit wachsender Kraft  $F$  die Rekristallisationstemperatur bis zur Schmelztemperatur  $T_c^{(0)}$  der Überstruktur ohne Unordnung, da die Schütteltemperatur asymptotisch verschwindet.

Interessanterweise zeigt sich die Rekristallisationsübergang jedoch nicht nur in der räumlichen Ordnung der Überstruktur. Er ist auch in der Transportcharakteristik durch einen Sprung in  $v(F)$  beobachtbar, dessen Lage hysteretisch davon abhängt, ob die treibende Kraft erhöht oder verringert wird.

### Ausblick

Die oben angeführten Beispiele sind nur einige von zahlreichen Überstrukturphänomenen, die im Brennpunkt aktueller Forschung stehen. Weitere Beispiele können nur kurz erwähnt werden.

- ▶ Stark verdünnte Elektronensysteme bilden einen Wigner-Kristall anstatt einer Fermi-Flüssigkeit, sobald die Coulomb-Energie über die kinetische Energie dominiert. In Gegenwart von Verunreinigungen sind Metall-Isolator-Übergänge möglich, deren Natur in  $d=2$  unverständlich ist [12].
- ▶ Eine spontane LDW-Bildung in Quanten-Hall-Systemen als weiteres zweidimensionales Phänomen hat jüngst viel Aufmerksamkeit erregt, da sie zu extrem anisotropen Transporteigenschaften führt [13].
- ▶ Des Weiteren können auch quasi-eindimensionale Elektronensysteme, die etwa in nanophysikalischen Systemen wie Kohlenröhren oder Quantendrähten realisiert sind, mit den gleichen Konzepten untersucht werden, obwohl dort die Maxima der Ladungsdichtewelle den Orten *einzelner* Elektronen entsprechen und im strengen Sinne keine Überstruktur vorliegt.

Neben dem Reichtum an Phänomenen zeichnet sich das Gebiet der Überstrukturen durch eine Reihe noch offener fundamentaler Fragen aus. Wir hoffen, diese komplexen Erscheinungen durch moderne Methoden aus Festkörperphysik, Feldtheorie und Statistischer Physik weiter verstehen zu lernen.

#### Literatur

- [1] G. Grüner, Density Waves in Solids, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts (1994); R. E. Thorne, Physics Today, Mai 1996, S. 42
- [2] T. L. Adelman et al., Phys. Rev. Lett. **74**, 5264 (1995)
- [3] M. Tinkham, Introduction to Superconductivity, 2nd ed., McGraw-Hill, New York (1996)
- [4] T. Nattermann und S. Scheidl, Adv. Phys. **49**, 607 (2000)
- [5] H. J. Schulz, J. Physique **50**, 2833 (1989); J. Zaanen und O. Gunnarsson, Phys. Rev. B **40**, 7391 (1989)
- [6] J. M. Tranquada et al., Nature **375**, 561 (1995)
- [7] J. E. Hoffman et al., Science **295**, 466 (2002)
- [8] F. Krüger und S. Scheidl, Phys. Rev. Lett. **89**, 095701 (2002)
- [9] F. Bouquet et al., Nature **411**, 448 (2001); N. Avraham et al., Nature **411**, 451 (2001)
- [10] S. Scheidl und V. M. Vinokur, Phys. Rev. E **57**, 2574 (1998); Phys. Rev. B **57**, 13800 (1998)
- [11] R. Danneau et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 106404 (2002); F. Pardo et al., Nature **396**, 348 (1998)
- [12] E. Abrahams et al., Rev. Mod. Phys. **73**, 251 (2001)
- [13] M. P. Lilly et al., Phys. Rev. Lett. **82**, 394 (1999)

#### Der Autor

Stefan Scheidl studierte bis zur Promotion 1993 an der Ludwig-Maximilians-Universität München. Nach einem anschließendem Jahr als Postdoc am Institut Laue-Langevin in Grenoble wechselte er an die Universität zu Köln. Dort habilitierte er 1999 nach zwischenzeitlichen Forschungsaufenthalten und einem weiteren Postdoc-Aufenthalt am Argonne National Laboratory. Seit 2002 leitet er ein Teilprojekt des SFB 608. Unordnungseffekte und auch Nichtgleichgewichtseigenschaften bilden den Schwerpunkt seiner Forschungsaktivität. Sie umfasst neben den oben dargestellten Überstrukturen auch quasi-eindimensionale Nanosysteme, Oberflächen und paradigmatische Spinsysteme. Im Privaten sorgen seine Familie, Musik und Sport für Ordnung und Gleichgewicht.

