

GUSTAV-HERTZ-PREIS

Facetten der Gravitation

Modifizierte Gravitationstheorien zielen darauf ab, die Annahmen des kosmologischen Standardmodells elegant zu umgehen.

Lavinia Heisenberg

Fotolia / Robert Kneschke



Viele Beobachtungen stützen das derzeitige kosmologische Standardmodell. Doch erfordert es für seine Gültigkeit unter anderem das Einführen von Dunkler Materie und Dunkler Energie. Daher liegt es nahe, die Annahmen des zugrundeliegenden Modells zu modifizieren, beispielsweise indem man die Gravitation nicht auf die Krümmung zurückführt, sondern auf die Torsion, die Nicht-Metrik oder neue dynamische Freiheitsgrade. Die daraus resultierenden Neuinterpretationen der Allgemeinen Relativitätstheorie bieten interessante Vorteile und nützliche Perspektiven zur gängigen Gravitationstheorie.

Das Standardmodell der Urknall-Kosmologie beschreibt die Physik auf kosmologischen Skalen auf Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie und des kosmologischen Prinzips. Letzteres beruht auf der Annahme, dass das Universum auf kosmologischen Skalen räumlich homogen und isotrop ist. Verschiedene Kombinationen kosmologischer Beobachtungen haben das so genannte Λ CDM-Modell der Kosmologie, das eine späte Expansion des Universums erfordert, fest etabliert. Dieses einfache Weltmodell versetzt uns in die Lage, die beobachtete Phänomenologie auf kosmologischen Skalen zu erklären.

Dennoch zwingt uns dieses einfache Bild, drei unbekannte Bestandteile einzuführen: Dunkle Energie in Form einer kosmologischen Konstante, Dunkle Materie und das Inflaton-Feld. Trotz vieler Jahre der Forschung gelang es bislang nicht, deren Herkunft zu identifizieren. Innerhalb des einfachen kosmolo-

gischen Standardmodells bleiben somit große theoretische Herausforderungen bestehen. Das hartnäckigste theoretische Hindernis ohne befriedigende Grundlage ist das Problem der kosmologischen Konstante, deren Beobachtung und theoretische Vorhersage um einen Faktor von 10^{120} auseinander liegen. Das ist die größte Diskrepanz zwischen theoretischen Vorhersagen und Beobachtungen der gesamten Wissenschaft!

Die meisten Probleme des Standardmodells motivieren dazu, neue Physik zu erforschen und die Gravitation zu modifizieren, sowohl im nieder- als auch im hochenergetischen Grenzfall. Wenn man die Bedingungen der Lorentz-Symmetrie, der Unitarität, der Lokalität und einer (Pseudo-)Riemannschen Raumzeit aufstellt, führt jeder Versuch der modifizierten Schwerkraft zwangsläufig zu neuen dynamischen Freiheitsgraden. Sie könnten zusätzliche Skalar-, Vektor- oder Tensorfelder sein. Insbesondere Modifikationen,

KOMPAKT

- Das so genannte Λ CDM-Modell der Kosmologie erklärt experimentelle Beobachtungen auf kosmologischen Skalen zuverlässig.
- Allerdings beruht es auf Annahmen, deren Ursprung bislang experimentell noch nicht geklärt ist. Dies motiviert einmal zur Suche nach neuer Physik und zudem zur Modifikation der etablierten Gravitationstheorie.
- Üblicherweise wird die Gravitation mit der Raumkrümmung identifiziert. Alternativen dazu sind die Torsion und die Nicht-Metrik.
- Modifikationen erfordern, Skalar-, Vektor- und Tensorfelder als neue dynamische Freiheitsgrade einzuführen.

Dr. Lavinia Heisenberg, Institute for Theoretical Studies, ETH Zürich, Clausiusstr. 47, 8092 Zürich, Schweiz, E-Mail: lavinia.heisenberg@eth-its.ethz.ch – Preisträgerartikel anlässlich der Verleihung des Gustav-Hertz-Preises 2018 auf der DPG-Jahrestagung in Erlangen

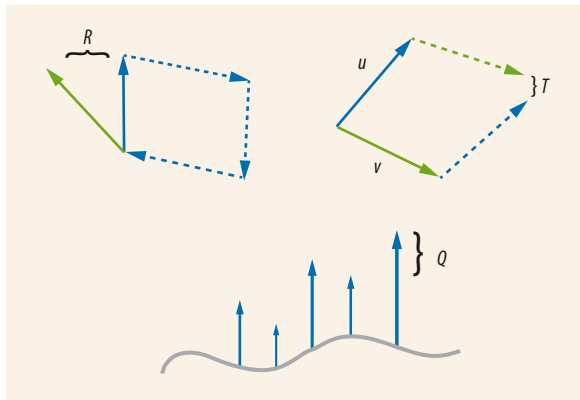


Abb. 1 Wenn die Raumzeit eine Krümmung R enthält, ändert sich die Richtung eines Vektorfeldes, wenn es entlang eines geschlossenen Kreises bewegt wird. In Anwesenheit einer Torsion T ist ein Parallelogramm nicht länger geschlossen. Eine Nicht-Metrik Q ändert die Norm eines Vektors, wenn er entlang einer Kurve bewegt wird.

bei denen die Schwerkraft auf kosmologischen Skalen geschwächt wird, lassen darauf hoffen, nicht nur das Problem der kosmologischen Konstante anzugehen, sondern auch einen Mechanismus zu finden, der für das Rätsel der späten Beschleunigung des Universums verantwortlich ist.

Neue dynamische Freiheitsgrade

Unter den modifizierten Gravitationstheorien sind diejenigen, die auf skalaren Feldern basieren, am weitesten erforscht. Im kosmologischen Kontext besteht ein praktischer Vorteil darin, dass skalare Felder zu einer beschleunigten Expansion führen können, ohne die Isotropie des Universums zu stören. Sie müssen nicht diejenigen skalaren Felder sein, die aus dem Standardmodell der Teilchenphysik bekannt sind, etwa das Higgs-Boson, sondern sie gehören zum Gravitationssektor. Das grundlegende inflationäre Paradigma, das eine Anfangsphase beschleunigter Expansion des Universums fordert, wird üblicherweise einem skalaren Feld mit flachem Potential zugeschrieben. Auf der anderen Seite muss ein skalares Feld sehr leicht sein, um als Dunkle Energie zu wirken. Dies bedingt Kräfte mit großer Reichweite. Solche fünften Kräfte wurden in lokalen Gravitationstests aber nicht entdeckt. Daher muss das skalare Feld auf kleinen Skalen versteckt sein, während es auf großen Skalen entfesselt wird, um kosmologische Effekte zu erzeugen. In diesem Kontext sind Skalar-Tensor-Theorien mit Bewegungsgleichungen zweiter Ordnung entwickelt und ausführlich untersucht worden.

Das Standardmodell der Teilchenphysik repräsentiert die fundamentalen Felder der Eichwechselwirkungen durch abelsche und nicht-abelsche Vektorfelder. Nach ihrer experimentellen Entdeckung wissen wir, dass Vektorfelder in der Natur existieren. Dies motiviert dazu, die Rolle von bosonischen Vektorfeldern in der kosmologischen Entwicklung des Universums über skalare Felder hinaus zu erforschen.

Für ein abelsches Vektorfeld mit Eichsymmetrie ist es nicht möglich, einen homogenen und isotropen Hintergrund zu erhalten. Daher wäre dieser Fall nicht-abelsch zu erweitern, sodass drei orthogonale Vektorfelder die Symmetrie zusammen über die räumlichen Komponenten realisieren könnten. Eine alternative, relativ unerforschte Route ergibt sich, wenn man die zugrundeliegende Eichsymmetrie des Vektorfeldes explizit unterbricht und Verallgemeinerungen des massiven Vektorfeldes konstruiert. Diese Theorien sind die allgemeinsten Vektor-Tensor-Theorien mit Bewegungsgleichungen zweiter Ordnung für das Tensor- sowie das Vektorfeld [1]. Sie haben nicht nur wichtige kosmologische, sondern auch astrophysikalische Implikationen [2, 3] und könnten beispielsweise die Dunkle Energie oder die Inflation erklären.

Eine Dreiheit der Schwerkraft

Gravitation und Geometrie haben sich seit der Formulierung der Allgemeinen Relativitätstheorie (General Relativity, GR), die Einstein im Hinblick auf die Raumzeit-Krümmung brillant formulierte, begleitet. Das Konzept, Gravitation mit der Raumkrümmung zu identifizieren, hat sich seither so effizient in unserer Wahrnehmung eingenistet, dass es heute allgemein üblich ist, Gravitationsphänomene als eine Manifestierung einer gekrümmten Raumzeit zu erkennen. Wie Einstein sich einfallsreich vorstellte, ist die Existenz einer geometrischen Formulierung der Gravitation durch das Äquivalenzprinzip gegeben, das die gravitative Wechselwirkung von der Art der Materie unabhängig macht. Daher lässt sich die Bewegung von Teilchen auf natürliche Weise mit den geometrischen Eigenschaften der Raumzeit in Verbindung bringen.

Wenn wir den geometrischen Charakter der Gravitation zugrunde legen, den das Äquivalenzprinzip vertritt, ist es wichtig zu untersuchen, welche äquivalenten Möglichkeiten es gibt, die Gravitation zu geometrisieren. Eine Raumzeit kann mit einer metrischen und einer affinen Struktur ausgestattet sein, die jeweils durch einen metrischen Tensor und einen Zusammenhang bestimmt sind. Diese beiden Strukturen sind völlig unabhängig voneinander, ermöglichen es aber, geometrische Objekte zu definieren, mit denen sich

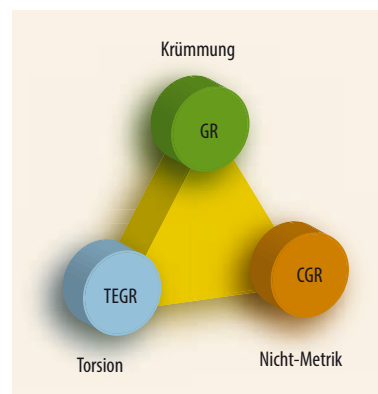


Abb. 2 Die Physik der Allgemeinen Relativitätstheorie lässt sich auf drei äquivalente Weisen beschreiben, bei denen die fundamentale Geometrie die Krümmung darstellt, die Torsion oder eine Nicht-Metrik.

Geometrien bequem klassifizieren lassen. Abweichungen des Zusammenhangs von seiner mit der Metrik kompatiblen Form sind im Nicht-Metrik-Tensor codiert, während sein antisymmetrischer Teil die Torsion definiert. Ein allgemeiner Zusammenhang erlaubt eine Zerlegung in drei Teile: die üblichen Christoffel-Symbole, die Verdrehung und die Verzerrung. Dabei sind die Christoffel-Symbole durch die Metrik, die Verdrehung durch die Torsion und die Verzerrung durch die Nicht-Metrik bestimmt (Abb. 1). Die Krümmung wird durch den Riemannschen Tensor definiert. Die relevanten geometrischen Objekte erlauben es, eine Raumzeit wie folgt zu charakterisieren:

- **Metrisch:** Der Zusammenhang ist metrisch kompatibel.
- **Torsionsfrei:** Der Zusammenhang ist symmetrisch.
- **Flach:** Der Zusammenhang ist nicht gekrümmt.

Einsteins ursprüngliche Formulierung gründete die Allgemeine Relativitätstheorie auf eine metrische und torsionsfreie Raumzeit und interpretierte die Schwerkraft als dessen Krümmung. Doch könnte man die Schwerkraft nicht stattdessen den verbleibenden Attributen zuschreiben – der Torsion und der Nicht-Metrik? Wir haben bewiesen [4], dass die gleiche zugrundeliegende Theorie, nämlich die Allgemeine Relativitätstheorie, auf völlig äquivalente Weise durch diese drei anscheinend nicht verwandten Elemente zu beschreiben ist. Dadurch wird eine geometrische Dreiheit der Schwerkraft etabliert (Abb. 2).

In der bekanntesten Formulierung der Allgemeinen Relativitätstheorie wird die Gravitation mit der Krümmung identifiziert und die Dynamik durch die Einstein-Hilbert-Wirkung beschrieben. Das grundlegende Objekt ist die Metrik mit ihren zehn Komponenten, aber die vierparametrische Eichsymmetrie reduziert sie auf nur zwei dynamische Freiheitsgrade. Dies entspricht Einsteins Interpretation. Seiner Formulierung wohnen jedoch einige Schwierigkeiten inne, die durch das Arbeiten in einer gekrümmten Raumzeit entstehen. Unter anderem enthält die Einstein-Hilbert-Wirkung zweite Ableitungen der Metrik, sodass das Variationsprinzip im üblichen Sinne nicht gut dargestellt ist. Denn die Ableitungen der Metrik muss man senkrecht zur Grenzfläche festlegen, was wiederum ein Zusammensetzungsgesetz für das Pfadintegral behindert. Bekanntlich löst ein Randterm diese formalen Probleme, dessen physikalische Bedeutung durch die Tatsache, dass er die Entropie des Schwarzen Lochs vollständig bestimmt, deutlich wird.

Damit lässt sich die Gravitation neu interpretieren: Der alternative geometrische Rahmen, der die Schwerkraft der Torsion statt der Krümmung zuordnet, ist durch seine Flachheit und die metrische Kompatibilität des Zusammenhangs definiert. Das Verschwinden der Krümmung zusammen mit der metrischen Einschränkung bestimmt die Metrik anhand des Zusammenhangs. Dies sind alle erforderlichen Elemente, um die Schwerkraft allein mithilfe der Torsion zu formulieren. Die Dynamik der Allgemeinen Relativitätstheorie wird identisch wieder hergestellt durch die alternative For-

mulierung des Torsionsausdrucks. Die resultierende Theorie wird als TEGR (Teleparallel Equivalent of General Relativity) bezeichnet und leitet sich aus einem offensichtlich kovarianten Ansatz her [4]. Sie gehört zu einer speziellen Familie der quadratischen Theorien, weil sie eine zusätzliche lokale (Lorentz-)Symmetrie aufweist. Folglich sind von den 16 Komponenten acht aufgrund von Eichung nicht-dynamisch, während sechs durch die Freiheit der Lorentz-Transformation verschwinden und somit zwei dynamische Freiheitsgrade übrig bleiben.

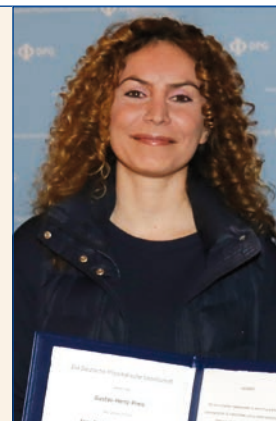
Die Interpretation der Allgemeinen Relativitätstheorie, in der die Schwerkraft vollständig der Nicht-Metrik zugeschrieben wird, wird durch eine flache und torsionsfreie Geometrie verkörpert. Die Flachheitsbedingung schränkt wiederum den Zusammenhang rein auf Trägheit ein und führt zusammen mit der fehlenden Torsion zu einer fundamentalen Einschränkung: Der Zusammenhang lässt sich durch eine Koordinatentransformation trivialisieren [4]. Die Wirkung der Nicht-Metrik – bezeichnet als CGR (Coincident General Relativity) – reproduziert bemerkenswerterweise die Einstein-Hilbert-Wirkung der Allgemeinen Relativitätstheorie ohne Randterme. Sie hat den Vorteil, nur erste Ableitungen der Metrik zu enthalten, was zu einem gut gestellten Variationsprinzip ohne per Hand eingeführte Randterme führt. Anders als die TEGR, in der die Metrik und der Zusammenhang miteinander verbunden sind, ist der Zusammenhang in der Nicht-Metrik-Formulierung der Allgemeinen Relativitätstheorie grundsätzlich eine Eichung. Alle Dynamiken lassen sich durch die Metrik codieren, jetzt aber in einer trivial verbundenen Raumzeit. Die Reihe der geometrischen Darstellungen der Allgemeinen Relativitätstheorie bietet nützliche ergänzende Perspektiven zur Gravitationstheorie.

Literatur

- [1] L. Heisenberg, JCAP **1405**, 015 (2014), arXiv:1402.7026
- [2] A. De Felice, L. Heisenberg, R. Kase, S. Mukohyama, S. Tsujikawa und Y. I. Zhang, JCAP **1606**, 048 (2016), arXiv:1603.05806
- [3] L. Heisenberg, R. Kase, M. Minamitsuji und S. Tsujikawa, Phys. Rev. D **96**, 084049 (2017), arXiv:1705.09662
- [4] J. Beltran Jimenez, L. Heisenberg und T. Koivisto, arXiv:1710.03116 (2017)

DIE AUTORIN

Lavinia Heisenberg studierte Physik in Heidelberg und ging nach ihrem Diplom an die Universität Genf, wo sie 2014 mit einer mehrfach ausgezeichneten Dissertation promoviert wurde. Als Postdoc ging sie zunächst zu Nordita und an das Oscar Klein Centre in Stockholm, von wo aus sie als Junior Fellow an das Institute for Theoretical Studies der ETH Zürich wechselte.



Kurt Fuchs Fotodesign