

Empfindlich und robust

Halbleiter-Photovervielfacher sind auf dem Vormarsch zu neuen Anwendungen.

Robert Klanner

Die Messung einzelner Photonen mit einer Zeitauf-
lösung von einer Nanosekunde und genauer findet
zahlreiche Anwendungen in Forschung, Medizin und
Wirtschaft. Beispiele sind Kalorimeter in Hochener-
giephysik-Experimenten, Kameras für Cherenkov-Te-
leskope zur Untersuchung kosmischer Röntgenquel-
len, die Positronen-Emissions-Tomographie, LIDAR für
Umweltanalysen oder die Quantenkommunikation.
Bisher wurden hierfür meist klassische Vakuum-
Photovervielfacher eingesetzt. Seit etwa zehn Jahren
werden sie immer mehr durch Photovervielfacher auf
Halbleiterbasis, insbesondere Silizium, ersetzt. Solche
Photovervielfacher mit integrierter CMOS-Elektronik
eröffnen gänzlich neue Anwendungsmöglichkeiten.

Das menschliche Auge, einschließlich der Informa-
tionsverarbeitung im Gehirn, ist ein nahezu per-
fekter Photodetektor, der in mehrfacher Hinsicht
nahe an den physikalisch möglichen Grenzen arbeitet.
Eine große Herausforderung ist es, Photodetektoren zu
entwickeln, die auch nur annähernd die Eigenschaften
des Auges erreichen und Photonen ähnlich sensitiv re-
gistrieren können. Die in diesem Artikel beschriebenen
Detektoren stellen einen großen Fortschritt auf diesem
Forschungsgebiet dar.

Bis vor etwa 20 Jahren kamen für die Messung einzelner
Photonen fast ausschließlich klassische Vakuum-Photo-
vervielfacher (PMT) zum Einsatz. Diese bestehen aus
einem evakuierten Glaskolben, in dem Metall-Dynoden
eingebaut sind, die mit einem photoempfindlichen Mate-
rial mit geringer Austrittsarbeit für Elektronen bedampft
sind. Photonen treffen durch das Eintrittsfenster auf die
Photokathode. In dieser lichtempfindlichen Schicht lösen
sie Elektronen aus, die in einem hohen elektrischen Feld
beschleunigt und auf die erste Dynode geschossen wer-
den. Dort löst jedes Elektron weitere Elektronen aus, die
anschließend in weiteren Dynoden vervielfacht werden.
Dies ermöglicht Verstärkungsfaktoren von 10^6 und mehr
bei einer Nachweiswahrscheinlichkeit für Photonen von
bis zu etwa 30 Prozent und einer Zeitauf-
lösung von etwa einer Nanosekunde.

Photovervielfacher sind zwar ausgezeichnete Detek-
toren. Allerdings sind sie beschränkt durch ihre aufwän-
dige und teure Herstellung, die hohe Betriebsspannung
von etwa 1000 V, ihre hohe Empfindlichkeit auf Magnet-
felder und durch ihren Platzbedarf. Typischerweise ist ihr

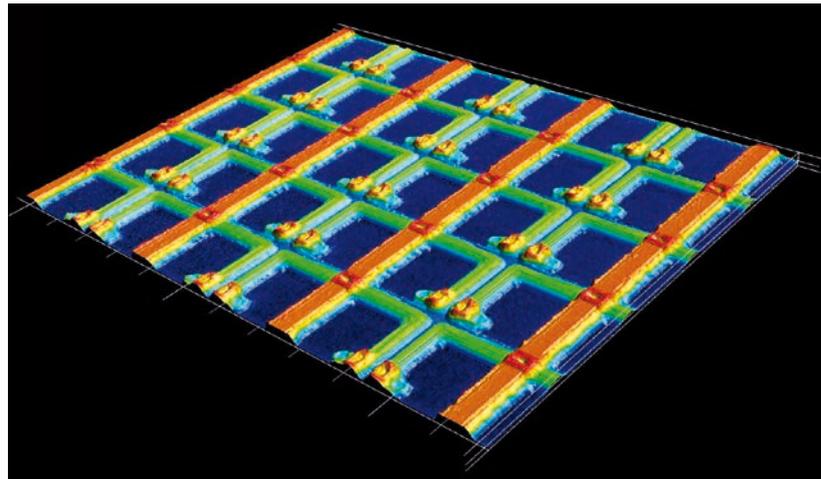


Abb. 1 Das 3D-Mikrophoto zeigt einen Ausschnitt eines Silizium-Photovervielfachers der Firma KETEK. Zu sehen sind 5×6 Zellen von Single-Photon Avalanche-Dioden (SPAD), die jeweils $15 \mu\text{m} \times 15 \mu\text{m}$ groß sind (blau). Die Aluminium-Verbindungsleitungen sind gold gefärbt, die Löschwiderstände grün und die Kontakte zu den SPADs gold-grün.

Durchmesser gegeben durch die lichtempfindliche Flä-
che, und die Länge beträgt rund zehn Zentimeter, hinzu
kommt die Hochspannungsversorgung. Inzwischen gibt
es aber auch Photovervielfacher, die nur einen Zentimeter
klein sind und eine sehr kompakte Spannungsversorgung
besitzen. Allerdings ändern Photovervielfacher ihre Emp-
findlichkeit und Verstärkung bei hohen Photonenflüssen
und können bei nicht sachgerechter Behandlung leicht
Schaden nehmen.

Die meisten dieser Beschränkungen entfallen bei
Avalanche-Photodioden (APD) auf Halbleiterbasis.
Dagegen ist es bei ihnen erforderlich, die sehr kleinen
Signale weiter zu verstärken und die Signale einzelner
Photonen vom Untergrund zu trennen. Darüber hinaus
sind die Rauschraten und Fluktuationen der Verstärkung
bei Avalanche-Photodioden recht hoch. Andererseits sind
sie preiswert, robust, kompakt, haben eine hohe Nach-
weiswahrscheinlichkeit von bis zu 60 Prozent und lassen
sich nicht durch Magnetfelder beeinflussen. Die in diesem
Artikel beschriebenen Silizium-Photovervielfacher (Sili-
con Photo-Multiplier, SiPM, **Abb. 1**) können einige dieser
Nachteile überwinden.

Wie Silizium-Photovervielfacher funktionieren

Silizium bietet sich dank seiner physikalischen Eigenschaften und der hochentwickelten Silizium-Technologie, welche die Herstellung großer Stückzahlen erlaubt, als Basismaterial für Photodetektoren an. Aus diesem Grund kommt Silizium auch in der Photovoltaik zum Einsatz. Außerdem ist es möglich, die Mikroelektronik direkt auf dem Detektor zu integrieren und so intelligente Photodetektoren herzustellen.

Silizium-Photovervielfacher sind Matrizen aus Hunderten bis Zehntausenden von Single-Photon Avalanche-Dioden (SPAD, **Abb. 2**), die oberhalb der Durchbruchspannung betrieben werden. Eine SPAD ist eine etwa 1 μm tiefe Diode, in der bei der Betriebsspannung, die je nach Design zwischen 20 und 80 Volt ist, das elektrische Feld etwa 300 kV/cm beträgt. Bei so hohen Feldern kann bereits ein einzelnes Elektron-Loch-Paar einen elektrischen Durchbruch verursachen. In dem starken Feld werden die Ladungsträger beschleunigt und erreichen so hohe Energien, dass weitere Elektron-Loch-Paare entstehen. Deren Anzahl wächst lawinenartig an, was zur Entladung der Single-Photon Avalanche-Dioden führt. All dies geschieht in weniger als einer Nanosekunde. Um die Entladung zu löschen, ist jede SPAD-Zelle über einen Löschwiderstand und Aluminiumbahnen mit der Spannungsquelle verbunden. Das rapide Anwachsen des Entladungsstroms bedingt einen Spannungsabfall am Löschwiderstand, bis die Span-

nung an der Single-Photon Avalanche-Diode nicht mehr ausreicht, um die Entladung aufrecht zu erhalten.

Die bisher beschriebenen Photodetektoren sind analoge Silizium-Photovervielfacher, da die Signale der einzelnen Single-Photon Avalanche-Dioden analog summiert werden. Bei digitalen Photovervielfachern besitzt jede SPAD eine eigene Löschelektronik. Die Ladung und Ankunftszeit einzelner SPAD-Signale werden mittels On-Chip-Elektronik digitalisiert. Analoge Silizium-Photovervielfacher benötigen zur Herstellung weniger Prozessschritte und haben zum Teil bessere Messeigenschaften. Digitale SiPMs ermöglichen es, bereits auf dem Sensor die Messdaten zu verarbeiten und damit intelligente Photodetektoren herzustellen. Auch dank des rapiden Fortschritts bei der Entwicklung der 3D-CMOS-Technologie haben sie großes Potenzial für zukünftige innovative Anwendungen [2].

Ein Photon, das im empfindlichen Bereich einer Single-Photon Avalanche-Diode ein Elektron-Loch-Paar generiert und eine Entladung verursacht, erzeugt einen Strompuls der Ladung $Q_1 = C_{\text{SPAD}} \cdot \Delta V$, wobei C_{SPAD} die SPAD-Kapazität bezeichnet und ΔV die Differenz zwischen angelegter Spannung und Löschspannung. Für eine typische SPAD-Größe von $25 \mu\text{m} \times 25 \mu\text{m}$ beträgt C_{SPAD} etwa 60 fF. Die Verstärkung bei $\Delta V = 2,5 \text{ V}$ ist etwa 10^6 . Da das Signal einer SPAD-Zelle nicht von der Anzahl ihrer Entladungen abhängt, zählen Silizium-Photovervielfacher die Anzahl der Zellen mit Entladungen (**Abb. 3**) [3]. Die Anzahl der Ereignisse in den einzelnen Maxima gibt die Häufigkeit der verschiedenen Anzahlen von Entladungen an. Die Breite der Maxima sowie der Untergrund sind das Ergebnis von Löschspannungsfuktuationen in den Single-Photon Avalanche-Dioden, von elektronischem Rauschen und von anderen Rauschquellen, um die es im Folgenden noch gehen soll.

Silizium-Photovervielfacher zeichnen sich durch hohe Photonen-Nachweiswahrscheinlichkeiten (Photon-Detection-Efficiency, PDE) von bis zu 60 Prozent aus. Deren Optimierung hängt von der Wellenlänge des Lichts sowie von der Betriebstemperatur ab. Denn die Absorptionslänge von Licht in Silizium ist eine Funktion der Wellenlänge. Sie ändert sich von 10 nm für eine Wellenlänge von 75 bis 350 nm bis hin zu 10 μm bei einer Wellenlänge von 800 nm. Zudem hängen die Ionisierungsraten von Elektronen und Löchern stark von der Temperatur ab. Mittels veränderter SPAD-Zellen lässt sich die Photonen-Nachweiswahrscheinlichkeit optimieren (**Abb. 4**). Da die Wahrscheinlichkeit einer Entladung mit zunehmendem elektrischen Feld anwächst, nimmt die Nachweiswahrscheinlichkeit mit wachsender Betriebsspannung zu. Eine Herausforderung, insbesondere für SPADs mit einer Fläche von bis zu $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$, besteht darin, einen hohen Füllfaktor zu erreichen, also ein großes Verhältnis von empfindlicher Fläche zur Gesamtfläche.

Verschiedene Rauschquellen verschlechtern die Eigenschaften von Silizium-Photovervielfachern. Da bereits ein einzelner Ladungsträger eine Entladung auslösen kann, sind die Rauschraten (Dark-Count-Rate, DCR) von SiPMs viel höher als von klassischen Vakuum-Photovervielfachern. Bei Raumtemperatur dominiert die thermische Ladungsträger-

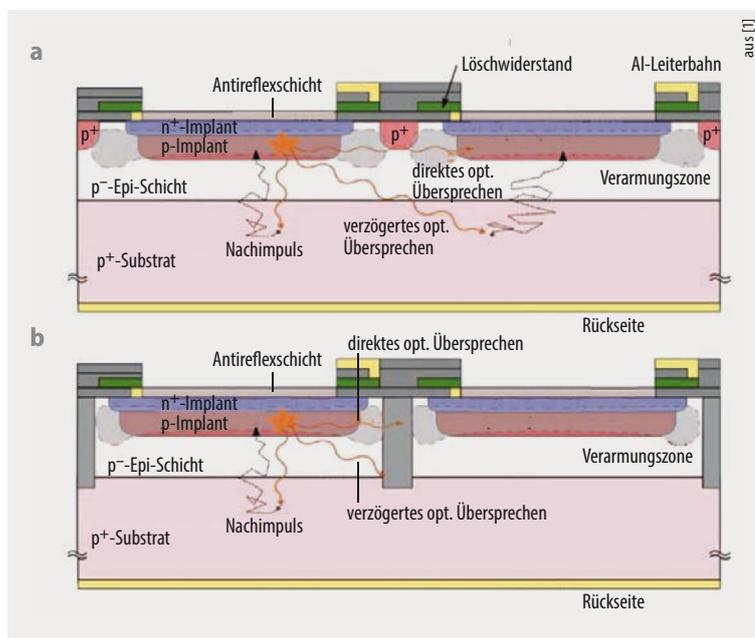


Abb. 2 Der Hochfeldbereich in den Single-Photon Avalanche Dioden (SPAD) ist jeweils etwa 1 μm tief und mit p-Implant gekennzeichnet (rot). In grün dargestellt ist der Löschwiderstand, in gelb die Aluminiumleiterbahnen zur Spannungsversorgung. In der linken Zelle findet eine Entladung statt (oranjer Stern). Die hierbei emittierten Photonen können in benachbarten SPADs weitere Entladungen auslösen (a). In b) sind benachbarte SPAD-Zellen durch eine Trennwand (grau) optisch isoliert, um optisches Übersprechen zu unterdrücken. Trennwände helfen aber wenig gegen verzögertes Übersprechen, bei dem Photonen im Substrat ein Elektron-Loch-Paar erzeugen, ein Ladungsträger in den Hochfeldbereich diffundiert und dort eine verzögerte Entladung auslöst.

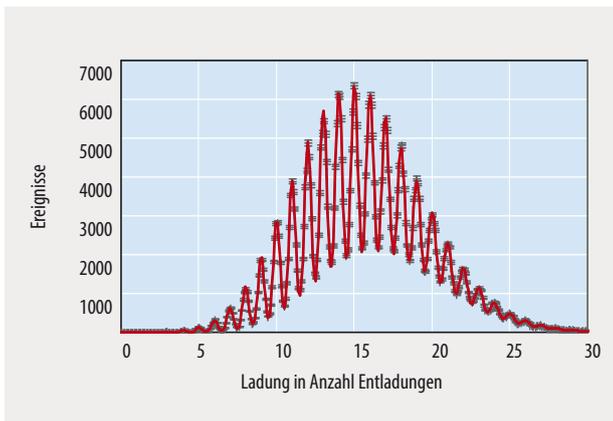


Abb. 3 Ladungsspektrum eines Silizium-Photovervielfachers, der mit einem gepulsten Sub-Nanosekunden-Laser beleuchtet wurde, in Einheiten der Ladung Q_1 einer SPAD-Entladung. Bis zu 25 simultane Entladungen lassen sich getrennt zählen.

generation. Dort beträgt die Rauschrate etwa 100 kHz/mm^2 . Bei Kryotemperaturen reduziert sich dieser Wert bis hin zu 10^{-2} Hz/mm^2 [1]. Die Bestrahlung mit Hadronen erhöht die Rauschrate dagegen, und zwar um sieben Größenordnungen bei Teilchenfluenzen von mehr als 10^{13} cm^{-2} . Welche Rauschraten toleriert werden können, hängt von der konkreten Anwendung ab: Für die Auslese eines Kalorimeters in der Hochenergiephysik können Werte von 10^8 Hz/mm^2 oder mehr akzeptabel sein, während bereits eine Rauschrate von 10^{-2} Hz/mm^2 Experimente, in denen nach seltenen Ereignissen gesucht wird, verhindern kann.

Das Übersprechen zwischen benachbarten Zellen sowie verzögerte Pulse können die Eigenschaften von Silizium-Photovervielfachern negativ beeinflussen. Während der Entladung emittieren die Ladungsträger Photonen, die im Silizium weitere Ladungsträger erzeugen können. Erfolgt die Konversion in der gleichen Zelle wie die Entladung, haben sie keinen Effekt, da diese Zelle noch nicht die Betriebsspannung erreicht hat. Falls sie in einer anderen Zelle konvertieren, können sie eine weitere Entladung auslösen. Dieser Effekt lässt sich durch optische Trennwände weitgehend unterdrücken (**Abb. 2**).

Beim Einsatz von Silizium-Photovervielfachern gilt es zu beachten, dass es keine externen optischen Pfade gibt. Photonen können auch im nicht-verarmten Substrat konvertieren, und die dort erzeugten Ladungsträger können in den Verstärkungsbereich diffundieren und eine verzögerte Entladung auslösen. Außerdem können Defekte im Silizium Ladungsträger einfangen und nach einiger Zeit wieder emittieren. Die Wahrscheinlichkeiten für diese Effekte sind proportional zur Anzahl der Ladungsträger in der Entladung und somit zur Verstärkung. Sie werden mit dem Excess-Charge-Factor bzw. dem Excess-Noise-Factor beschrieben, die das Anwachsen des mittleren Signals sowie die Verschlechterung der Messung der Anzahl der Photonen im Vergleich zu einer Poisson-Verteilung für die primär erzeugten Entladungen angeben [3].

Da Silizium-Photovervielfacher digitale Detektoren sind, zeigen sie Sättigungseffekte, sobald die Zahl der simultanen Entladungen nicht mehr klein ist im Vergleich

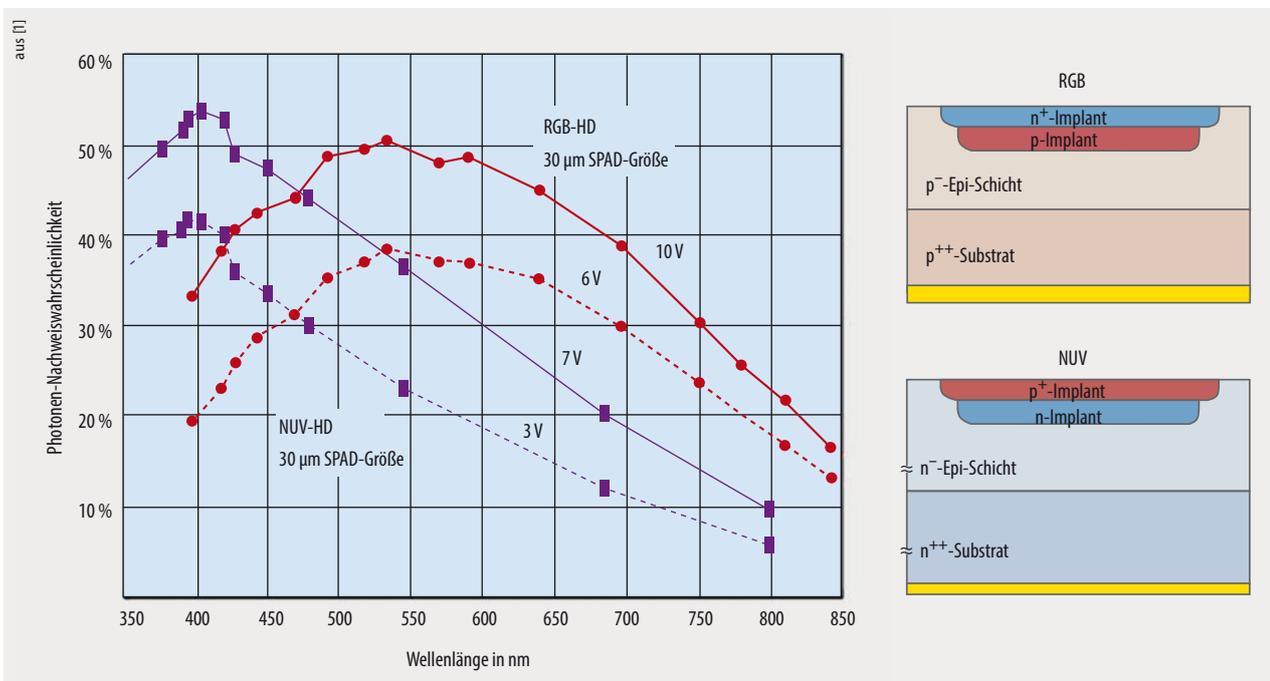


Abb. 4 Die Photonennachweiswahrscheinlichkeit hängt von der Struktur der SPAD-Zelle ab und von der Spannungsdifferenz ΔV . Die Reichweite von Licht im nahen Ultraviolett (NUV) beträgt nur etwa 10 nm. Die Photonen erzeugen Elektron-Loch-Paare nahe der Oberfläche. Bei der p^+n -Diode zeigt das elektrische Feld im Hochfeldbereich in Richtung der p^+ -Dotierung. Dadurch lösen die erzeugten Elektronen die Entladung aus. Da der Verstärkungsfaktor von Elektronen wesentlich höher ist als von Löchern, wird auf diese

Art die höchste Wahrscheinlichkeit für eine Entladung und somit für den Nachweis von Photonen erreicht. Bei RGB (rot, grün, blau) ist die Reichweite der Photonen vergleichbar mit der Tiefe des Hochfeldbereichs. Die höchste Nachweiswahrscheinlichkeit, insbesondere für Ladungsträger aus dem epitaktischen Bereich, tritt auf, wenn das elektrische Feld in Richtung Epi-Schicht zeigt, sodass wieder die Elektronen die Entladung auslösen. Dies ist mit der n^+p -Diode möglich.

zur Anzahl der Zellen. Selbst bei zehntausend Zellen ist der Linearitätsbereich wesentlich kleiner als bei klassischen Photovervielfachern. Da sich die SPAD-Zellen nach einer Entladung wieder aufladen, hängt die Nichtlinearität von der zeitlichen Verteilung des Lichtpulses ab. Die Situation ist recht komplex und bisher noch nicht ausreichend verstanden.

Dank des hohen elektrischen Feldes und der geringen Tiefe der Single-Photon Avalanche-Dioden besitzen Silizium-Photovervielfacher eine ausgezeichnete Zeitauflösung von aktuell bis zu 20 ps (Halbwertsbreite). Zudem sind weitere Verbesserungen in Sicht.

Anwendungsbeispiele

Bereits bei den ersten erfolgreichen Versuchen mit Silizium-Photovervielfachern in den 1990er-Jahren zeigte sich ihr großes Anwendungspotenzial [4]. Heute kommen sie beispielsweise in der Kern- und Teilchenphysik, Medizin, Biologie und beim LIDAR zum Einsatz. Ebenso war damals schon klar, dass verschiedene Anwendungen unterschiedliche Optimierungen erfordern [1]. Die Entwicklung von CMOSPADs in integrierten CMOS-Schaltkreisen mit 3D-Konfiguration [2] eröffnet zahlreiche neue Anwendungen wie die Auslese und Kontrolle von Qubits für Quantencomputing oder Prozessoren für Deep Learning. Exemplarisch seien hier nur einige Anwendungsbeispiele vorgestellt.

Die Kombination der Magnetresonanztomographie (MRT), welche ausgezeichnete anatomische Informationen liefert, mit der Positronen-Emissions-Tomographie (PET), welche die biologischen Funktionen abbildet, bedeutet einen großen Fortschritt für die Medizintechnik. Da die Magnetresonanztomographie hohe Magnetfelder erfordert, sind Silizium-Photovervielfacher ideal für solche kombinierten Geräte, da sie sich nicht von Magnetfeldern beeinflussen lassen. Bei dieser Anwendung sind insbesondere die kompakte Bauweise, der einfache und verlässliche Betrieb und die exzellente Zeitauflösung der Detektoren von Vorteil. Da sich durch eine Flugzeitmessung bei der Positronen-Emissions-Tomographie der Untergrund von Positronenannihilationen aus der Nachbarschaft des zu untersuchenden Organs reduzieren lässt, ist die exzellente

Zeitmessung eine besondere Herausforderung. Eine Auflösung von 20 ps ist wünschenswert, wurde aber bisher nur in kleinen Testaufbauten erzielt. Systeme für Ganzkörper- und Gehirn-Scanning mit Silizium-Photovervielfachern sind bereits im Einsatz. Im innovativen TRIMAGE-Projekt wird die Elektroenzephalographie (EEG) mit einem PET/MRT-Scanner kombiniert [5]. Diese trimodale Bildgebung soll es erlauben, Schizophrenie zu untersuchen (**Abb. 5**).

Eine andere Anwendung sind bildgebende Cherenkov-Teleskope (Imaging Cherenkov Telescopes, IACT), mit denen sich die Teilchenschauer vermessen lassen, die durch hochenergetische Gammastrahlung aus dem All in der Atmosphäre entstehen. Mit der Entdeckung von mehr als 200 galaktischen und extragalaktischen Gammaquellen haben diese Teleskope wesentlich zum Verständnis von galaktischen Kernen, Pulsaren, Schwarzen Löchern und dem Ursprung der kosmischen Strahlung beigetragen.

Bislang nutzten Cherenkov-Teleskope Vakuum-Photovervielfacher, um die schwachen Lichtblitze der Schauer in der Atmosphäre zu vermessen. Das ist nur möglich in Nächten bei Neumond, aber atmosphärisches Leuchten und gestreutes Sternenlicht stören dennoch. Silizium-Photovervielfacher sind dagegen unempfindlich gegenüber hohen Lichtintensitäten und bieten eine feine Segmentierung, eine exzellente Zeitauflösung und eine hohe Photonen-Nachweiswahrscheinlichkeit für blaues Licht. Zudem sind die Kosten pro Auslesezone wesentlich günstiger als für herkömmliche Photovervielfacher. Eine besondere Herausforderung besteht darin, große Flächen bei einer akzeptablen Rauschrate abzudecken.

Mit der FACT-Kamera ist es gelungen, den Einsatz von Silizium-Photovervielfachern für bildgebende Cherenkov-Teleskope zu demonstrieren [6]. Die FACT-Kamera hat einen Durchmesser von 40 cm und besteht aus 1440 SiPMs mit jeweils 3660 Zellen. Sie wurde 2011 nahe des MAGIC-Teleskops auf der Insel La Palma installiert und hat das Gamma-Spektrum des Krebsnebels im Bereich von 250 GeV bis 16 TeV vermessen. Die Ergebnisse stimmen perfekt mit den Daten des wesentlich größeren MAGIC-Teleskops überein und zeigen die Verlässlichkeit und Qualität der neuen Technologie. Auf Basis dieses Erfolgs plant die Kollaboration des Cherenkov Telescope Array (CTA), Silizium-Photovervielfacher für ihre Kameras zu verwenden.

Exzellente Zeitauflösung, hohe Photoempfindlichkeit, die Möglichkeit der Integration in CMOS-Mikroelektronik, verlässlicher Betrieb und die Herstellung in großen Stückzahlen machen Silizium-Photovervielfacher zu idealen Sensoren für LIDAR-Anwendungen, z. B. für Sensoren, die autonomes Fahren ermöglichen. Dabei gilt es, die Zeitauflösung zu optimieren und eine hohe Nachweiswahrscheinlichkeit bis zum nahen Infrarot zu gewährleisten. Bereits Silizium-Photovervielfacher, die für diese Anwendung nicht optimiert waren, verbesserten das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis bei der Messung von Aerosolen in einer Höhe von bis zu 3,35 km um 50 Prozent [7]. Optimierte SiPM versprechen weitere signifikante Verbesserungen.

Halbleiter-Photovervielfacher lassen sich auch aus III-V-Halbleitern herstellen, die im nahen Infrarot arbeiten, also im Bereich der Telekommunikation. Ein Beispiel sind

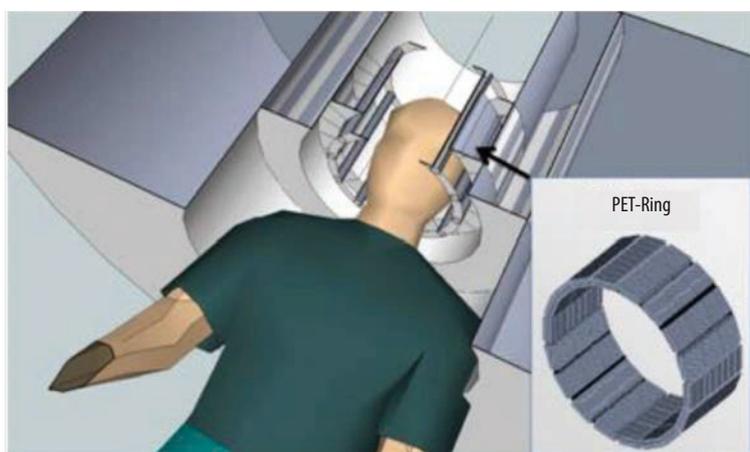


Abb. 5 Der TRIMAGE-Detektor kombiniert MRT, PET und EEG und wurde für die Untersuchung von Schizophrenie entwickelt [5]. Die EEG-Kappe ist nicht gezeigt.

SPAD-Matrizen, die als InGaAs/InP-Doppellage realisiert sind [8]. Der rasante Fortschritt der Quanten-Kommunikation mit optischen Fasern über große Entfernungen ist eng verbunden mit dem Fortschritt bei der Entwicklung von Einzelphotonen-Detektoren mit geringem Rauschen. So gelang es bereits 2004 mit InGaAs/InP-Photovervielfachern, Quantenschlüssel über mehr als 100 km verlässlich zu verteilen. Auch in einem Experiment des „Quantum Secret Sharing“ mit fünf Partnern, die über ein 50-km-Telekom-Netzwerk verbunden waren, wurden solche Photodetektoren erfolgreich eingesetzt.

Zusammenfassung

Halbleiter-Photovervielfacher sind relativ neue, hochempfindliche Photosensoren mit exzellenter Zeitauflösung. Bereits die erste Generation hat zahlreiche Anwendungen gefunden und dabei die klassischen Vakuum-Photovervielfacher ersetzt. Dank intensiver Forschung und Entwicklung ist es gelungen, die Messeigenschaften wesentlich zu verbessern. Dies hat in den letzten Jahren die Zahl der Anwendungen von Halbleiter-Photovervielfachern buchstäblich explodieren lassen. Die weitere Optimierung der Messeigenschaften für verschiedenste Anwendungen, die Verwendung anderer Halbleiter als Silizium oder die Entwicklung intelligenter Photosensoren versprechen für die Zukunft weitere deutliche Fortschritte.

Literatur

- [1] F. Acerbi et al., *Instruments* **3**, 15 (2019)
- [2] E. Charbon, C. Bruschini und Myung-Jae Lee, 5-th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (2018), DOI: 10.1109/ICECS.2018.8617983
- [3] V. Chmill et al., *Nucl. Instrum. and Meth. Phys. Res. A* **854**, 70 (2017)
- [4] B. Dolgoshein et al., *Nucl. Instrum. and Meth. Phys. Res. A* **563**, 368 (2006)
- [5] A. Del Guerra et al., *Eur. Psychiatry* **50**, 7 (2018)
- [6] M. Noethe et al., *PoS 791 ICRC* (2017)
- [7] J. Riu et al., *Optics Letters* **37/7**, 1229 (2012)
- [8] J. Zhang, M. A. Itzler, H. Zbinden und J.-W. Pan, *Light: Science & Applications* **4**, e286 (2015)

Der Autor



Robert Klanner (FV Teilchenphysik) ist emeritierter Professor der Universität Hamburg. Er hat zu Planung, Bau, Betrieb und Analyse verschiedener Teilchenphysik-Experimente beigetragen. Auf dem Gebiet der Detektoren hat er vor allem an Halbleiterzählern, Mikroelektronik und Kalorimetern gearbeitet.

Prof. Dr. Robert Klanner, Institut für Experimentalphysik, Universität Hamburg, Luruper Chaussee 147, 22761 Hamburg

LERNEN LEICHTER GEMACHT

So widerstehen
Ihre Noten der
Schwerkraft

2011. 432 Seiten. Broschur.
€ 24,95
978-3-527-70576-4

Ganz gleich aus welchem Grund Sie sich mit Physik beschäftigen müssen: Als Studienanfänger der Physik, als Student der Ingenieurwissenschaften oder der Medizin – Thoralf Räscher erklärt Ihnen, was Sie über einfache, komplexe und mehrdimensionale Analysis, Differentialgleichungen und Lineare Algebra wissen sollten. Mit Beispielen verschafft er seinen Erläuterungen zusätzliche Anschaulichkeit und so wird es Ihnen leichter fallen, dieses komplexe Thema zu verstehen.

...viele weitere Bücher findet Ihr im Buchhandel

für
dummies®

Die Dummies auf Facebook: www.facebook.com/fuerdummies

LAKE SHORE®

MeasureReady™

M91 FastHall™

Measurement Controller

- **Hall-Analyse für van der Pauw- und Hall-Bar-Proben**
- **FastHall-Technologie™ – keine Magnetfeldumkehr nötig**
- **Automatische Optimierung der Messparameter**
- **Mobilitätsbereich bis zu 0,001 cm²/Vs ohne AC-Felder**
- **„High Resistance Option“ – Messbereich bis zu 200 GΩ**
- **SCPI-Befehlsschnittstelle/MeasureLINK-MCS Software**

Informationen zu allen Produkten von Lake Shore und zu unserem aktuellen Lieferprogramm erhalten Sie unter

www.cryophysics.de

oder rufen Sie uns einfach an.

Cryophysics – Lake Shore Vertretung seit 49 Jahren

Cryophysics

CRYOPHYSICS GMBH · DOLIVOSTR. 9 · 64293 DARMSTADT
TELEFON (06151) 8157-0 · FAX 8157-99 · info@cryophysics.de