

X. Zhu / U Twente

Diese Visualisierung thermisch getriebener Turbulenz basiert auf einer zweidimensionalen numerischen Simulation bei einer Rayleigh-Zahl Ra von 10^{14} . Gezeigt ist das Temperaturfeld.

MAX-PLANCK-MEDAILLE

Turbulenz im ultimativen Regime

Mit Hilfe des Rayleigh-Bénard- und des Taylor-Couette-Systems lassen sich die Transporteigenschaften turbulenter Strömungen detailliert untersuchen.

Detlef Lohse

Der Transport von Wärme, Masse oder Impuls in turbulenten Strömungen ist von großem Interesse in geophysikalischen, astrophysikalischen oder industriellen Fragestellungen. Die oft komplizierte Geometrie solcher anwendungsorientierten Strömungen lässt sich auf das Rayleigh-Bénard- und Taylor-Couette-System reduzieren, um Konzepte der Hydrodynamik zu testen. Neue Experimente, gigantische numerische Simulationen und Fortschritte in der Theorie haben das Verständnis der turbulenten Strömungen in diesen Systemen in den letzten zwanzig Jahren massiv verbessert.

Turbulente Strömungen sind allgegenwärtig in Natur und Technik. Die oft wichtigste Frage ist die nach ihren Transporteigenschaften. Das gilt für den Wärme-, Massen- und Impulstransport, der den hydrodynamischen Widerstand der Strömung bestimmt, beispielsweise eines Flugzeugs, Autos, Radrennfahrers oder Eisschnellläufers. Ein Beispiel für den turbulenten

Wärmetransport, der uns ganz direkt betrifft, ist die Wärme, die wir an die Umgebung abgeben: Wir fühlen direkt, dass wir im kalten Wind mehr frieren als in windstiller Umgebung. Auf viel größerer Skala ist der Abtransport der Abwärme von elektronischen Geräten, von chemischen Reaktionen, in der Metallproduktion oder von Kraftwerken sehr wichtig. Beispiele auf noch größerer Skala sind der Wärmetransport in der Atmosphäre, im Ozean, im Kern und in der äußeren Hülle der Erde oder in Sternen.

Die meisten dieser Systeme sind für eine detaillierte Modellierung viel zu kompliziert. Daher haben die Fluidphysiker stark vereinfachte Modellsysteme entwickelt, die auf die wesentlichen Eigenschaften reduziert sind. Für den Wärmetransport ist das die Rayleigh-Bénard-Strömung in einem von unten geheizten und von oben gekühlten Gefäß (**Abb. 1a**). Für den Impulstransport ist es die Taylor-Couette-Strömung zwischen zwei koaxialen rotierenden Zylindern (**Abb. 1b**). An diesen paradigmatischen Systemen sind in den letzten hundert Jahren viele neue Konzepte

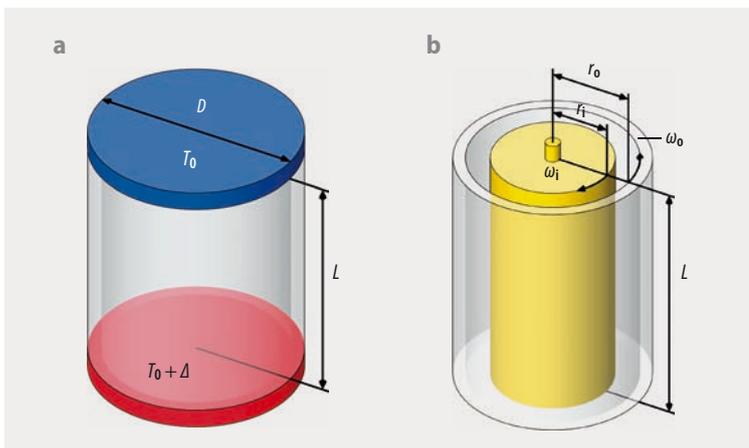


Abb. 1 Im Rayleigh-Bénard-System (a) sind Δ die Temperaturdifferenz zwischen der kalten oberen und der warmen unteren Platte, L die Höhe und D der Durchmesser der Zelle; das Fluid ist durch seine Materialeigenschaften charakterisiert. Das Taylor-Couette-System (b) ist charakterisiert durch die Radien r_i und r_o des Innen- und Außenzylinders, deren Winkelgeschwindigkeiten ω_i und ω_o , die Höhe der Zelle und die Materialeigenschaften des Fluids, also seine kinematische Viskosität ν .

ausprobiert worden – Instabilitäten, nichtlineare Dynamik und Chaos, Musterbildung [1] oder Turbulenz [2 – 6]. Warum diese beiden Systeme sozusagen zu „Drosophilas der Fluidphysik“ wurden, hat verschiedene Gründe:

- Sie besitzen einfache Geometrien hoher Symmetrie und sind für Experiment und Theorie gut zugänglich.
- Sie sind mathematisch wohldefiniert durch die (erweiterten) Navier-Stokes-Gleichungen und ihre Randbedingungen.

- Für diese geschlossenen Systeme lassen sich Bilanzgleichungen herleiten zwischen Antrieb und Dissipation.
- Im turbulenten Fall spielen Grenzschichten eine wichtige Rolle, sodass man ihre Wechselwirkung mit dem Volumeninneren der Strömung gut studieren kann.

Bei Rayleigh-Bénard (RB) ist der wesentliche physikalische Kontrollparameter die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Platten (**Abb. 1a**). Die Antwort des Systems ist der Wärmestrom von unten nach oben gegen die Erdanziehung. Bei Taylor-Couette (TC) sind die wichtigen Kontrollparameter die Winkelgeschwindigkeiten des inneren und äußeren Zylinders (**Abb. 1b**). Die Antwort des Systems ist das Drehmoment, das nötig ist, um diese Rotation aufrechtzuerhalten, also der hydrodynamische Widerstand des Systems.

In der Physik der Fluide ist es üblich, Kontrollparameter und die Antwort des Systems als dimensionslose Kennzahlen anzugeben (**Infokasten**). Ein Beispiel ist die Reynolds-Zahl, definiert als $Re = U d/\nu$, wobei U die Geschwindigkeit der Strömung ist, d die Länge und ν die kinematische Viskosität. Für die Physik des Systems kommt es nicht auf die individuellen Werte von U , d oder ν an, sondern nur auf ihre Kombination, ausgedrückt durch Re . Dies ist leicht zu erkennen, wenn man die Navier-Stokes-Gleichung dimensionslos schreibt, also Geschwindigkeiten in Vielfachen von U , Längen in Vielfachen von d usw.

Die jeweils wichtigste Antwort des Systems ist seine Transporteigenschaft, nämlich der Wärmetransport, charakterisiert durch die Nusselt-Zahl Nu , für Rayleigh-Bénard und der Transport der Winkelgeschwindigkeit, ausgedrückt

Die dimensionslosen Kennzahlen

Wie in der Hydrodynamik üblich lassen sich die geometrischen Parameter und Materialeigenschaften des Rayleigh-Bénard- und des Taylor-Couette-Systems (**Abb. 1**) sowie die Antworten der Systeme in dimensionslosen Kennzahlen zusammenfassen. Sie allein bestimmen die Physik dieser Systeme.

- Der wichtigste Kontrollparameter im **Rayleigh-Bénard-System** ist die Temperaturdifferenz Δ zwischen oberer und unterer Platte. Die entsprechende dimensionslose Kennzahl ist die **Rayleigh-Zahl**

$$Ra = \beta g \Delta L^3 / (\nu \kappa),$$

wobei κ die thermische Diffusivität ist und β der thermische Expansionskoeffizient. Die **Prandtl-Zahl**

$$Pr = \nu / \kappa$$

kann als Materialparameter gelten. Für Gase liegt Pr meist bei 1, für Wasser je nach Temperatur bei 4 bis 7 und für flüssige Metalle bei etwa 0,01. Sehr viskose Flüssigkeiten besitzen eine sehr große Prandtl-Zahl, beispielsweise Magma mit rund 10^{20} . Das **Aspektverhältnis**

$\Gamma = D/L$ – eine rein geometrische Größe, ist der dritte Kontrollparameter. Die wichtigste Antwort des Systems besteht im Wärmetransport, dimensionslos ausgedrückt durch die **Nusselt-Zahl** Nu , die das Vielfache des rein diffusiven Wärmetransports ist. Eine weitere Antwort des Systems ist die Stärke der in der Strömung entstehenden Turbulenz, die als **Reynolds-Zahl** Re ausgedrückt wird. Einige typische Werte sollen ein Gefühl für Ra vermitteln: Konvektionsrollen setzen ein bei $Ra \sim 2000$ (abhängig von Γ): In einem 10 cm hohen, gefüllten Kochtopf mit Wasser auf einer Herdplatte von rund 500 °C erreicht Ra rund $3 \cdot 10^9$, in der Atmosphäre erreichen die Werte bis zu 10^{20} , im Erdmantel wegen der hohen Viskosität nur etwa 10^6 bis 10^7 . Umgekehrt sind in Fluiden sehr kleiner Viskosität sehr hohe Rayleigh-Zahlen möglich. Beispiele sind die Experimente von Libchaber Ende der 1980er-Jahre in Chicago, der in einer 40 cm hohen Zelle 10^{14} erreichte, oder die neuen Experimente von Bodenschatz und Ahlers in Göttingen mit bis zu 10^{15} [7].

- Die dimensionslosen Kontrollparameter des **Taylor-Couette-Systems** sind die Reynolds-Zahlen des inneren und äußeren

Zylinders, definiert durch $Re_i = r_i (r_o - r_i) \omega_i / \nu$ und $Re_o = r_o (r_o - r_i) \omega_o / \nu$. Das Radienverhältnis $\eta = r_i / r_o$ und das Aspektverhältnis $\Gamma = L / (r_o - r_i)$ sind rein geometrische Kontrollparameter.

Alternativ zur Beschreibung durch Re_i und Re_o lässt sich die Antriebsstärke als **Taylor-Zahl**

$$Ta \propto (r_o - r_i)^2 (r_i + r_o)^2 (\omega_i - \omega_o)^2 / \nu^2$$

schreiben. Der weitere dimensionslose Kontrollparameter ist z. B. das (negative) Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten $a = -\omega_o / \omega_i$ oder die (inverse) **Rossby-Zahl**

$$Ro^{-1} = \frac{2\omega_o d}{|\omega_i - \omega_o| r_i} = -2 \frac{1-\eta}{\eta} \frac{a}{|1+a|}.$$

Die Antwort des Systems in dieser „Sprache“ ist der dimensionslose Transport der Winkelgeschwindigkeit vom Innen- zum Außenzylinder – beschrieben durch die **Nusselt-Zahl** Nu_ω [8]. Eine weitere Systemantwort ist die Stärke der entstehenden Taylor-Wirbel. Das ist eine Rollenbewegung der Strömung in axialer und radialer Richtung, die sich dimensionslos als **Reynolds-Zahl** ausdrücken lässt.

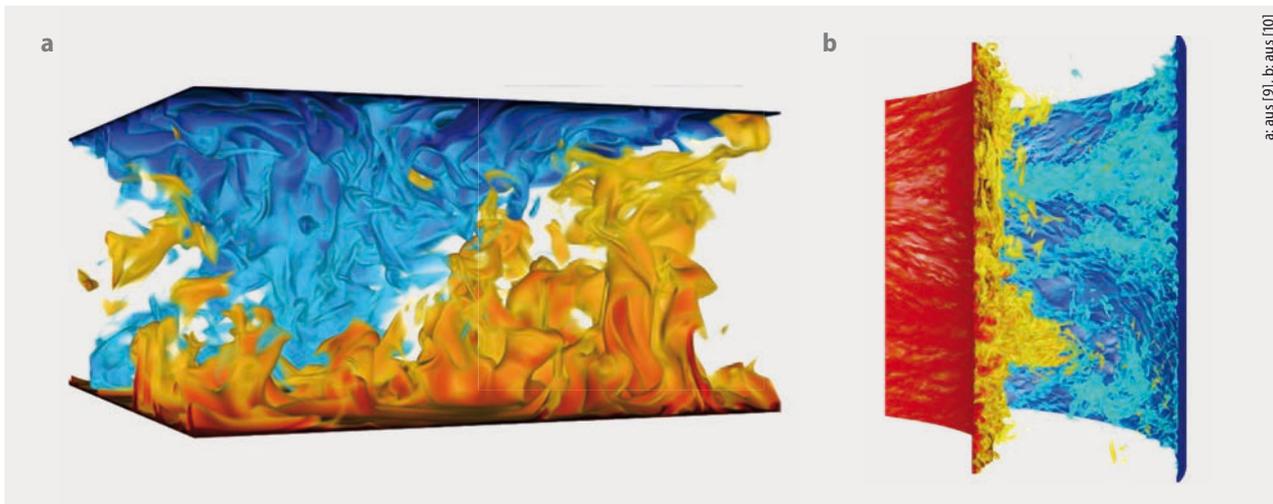


Abb. 2 Schnappschuss der direkten numerischen Simulationen der Rayleigh-Bénard-Strömung für $Ra = 10^8$, $Pr = 1$ und $\Gamma = 2$ in kartesischen Koordinaten (a). Die horizontalen Richtungen sind periodisch. Rot und orange zeigen heiße Fluide, blau kalte. Sowohl die kleinen wärmetragenden Strukturen (thermal plumes) als auch

die großskalige Zirkulation (wind of turbulence) sind erkennbar. (b) In der Taylor-Couette-Strömung (b) ist $Ta = 2,15 \cdot 10^9$, der Außenzylinder rotiert leicht gegen den Innenzylinder, $Ro^{-1} = -0,2$, das Radiusverhältnis η beträgt 0,716. Rot und orange zeigen hohe Winkelgeschwindigkeiten des Fluids, blau niedrige.

durch die Nusselt-Zahl Nu_w (**Infokasten**), für Taylor-Couette. Bei starkem Antrieb wird die Strömung in beiden Fällen turbulent (**Abb. 2**). Hierbei können sich Strukturen entwickeln, welche die Transporteigenschaften der Strömung stark beeinflussen. Bei der RB-Strömung handelt es sich um turbulente Konvektionsrollen (wind of turbulence), bei der TC-Strömung um turbulente Taylor-Wirbel, deren jeweilige Stärke durch die Wind-Reynolds-Zahl Re charakterisiert wird.

Von kleinen zu großen Skalen

Die große Frage ist nun, wie die Transporteigenschaft des turbulenten Systems von den Kontrollparametern abhängt. Wie sind also die Abhängigkeiten Nu (Ra , Pr) für RB und Nu_w (Ta , Ro^{-1}) für TC? Und wie hängt die Wind-Reynolds-Zahl Re von den Kontrollparametern ab, also Re (Ra , Pr) für RB und Re (Ta , Ro^{-1}) für TC? Solche Abhängigkeiten werden in der Hydrodynamik traditionell mit Skalierungsgesetzen beschrieben, z. B. $Nu(Ra) \propto Ra^\gamma$ für festes Pr bei RB und $Nu_w(Ta) \propto Ta^\gamma$ für festes Ro^{-1} bei TC. In die Modellierung solcher Skalierungsgesetze fließt das physikalische Bild der Strömung ein. In einem der ältesten Skalierungsgesetze für RB-Strömung – der marginalen Grenzschichttheorie – nahm der amerikanische Mathematiker Willem Malkus an, dass der Wärmestrom durch die Dicke der thermischen Grenzschichten begrenzt ist. Das führte zu $\gamma = 1/3$. Das Resultat lässt sich auf den Strom der Winkelgeschwindigkeit in TC verallgemeinern.

Doch wozu sind Skalierungsgesetze nötig? Warum rechnet man die Transporteigenschaften der turbulenten Systeme nicht einfach aus, indem man die (erweiterten) Navier-Stokes-Gleichungen analytisch oder numerisch löst? Leider geht das im stark turbulenten Fall nicht, da die Navier-Stokes-Gleichungen nichtlineare partielle Differentialgleichungen sind, die viele Längen- und Zeitskalen

miteinander verknüpfen. Der numerische Rechenaufwand ist dadurch gigantisch. Daher sind die Modellierung und ein physikalisches Verständnis der Strömung essenziell. Die Skalierungsgesetze werden besonders wichtig, wenn man den Wärme- oder Impulsstrom hochskalieren will, also wenn es darum geht, von kontrollierten kleinskaligen Laborexperimenten oder numerischen Simulationen auf großskalige Anwendungen zu schließen, beispielsweise auf den Wärmestrom in der Prozesstechnologie oder auf klimatologische, ozeanographische, geophysikalische oder astrophysikalische Prozesse. Wäre der klassische Malkus-Exponent $\gamma = 1/3$ durchgehend richtig, dann wäre bekannt, dass bei einer tausendfach größeren Rayleigh-Zahl der dimensionslose Wärmestrom (Nu) zehnmal größer wird und bei einer milliardenfach größeren Rayleigh-Zahl tausendfach größer. Das gilt allerdings nur, wenn es keine Übergänge zu einem anderen Regime mit anderem Skalierungsverhalten gibt. Wenn Übergänge auftreten, ist die Hochskalierung nicht möglich. Daher ist es unabdingbar, die Strömungsphysik besser zu begreifen und herauszufinden, ob und wann solche Übergänge zu erwarten sind.

In der Tat hat Robert Kraichnan – der letzte Assistent von Albert Einstein – 1962 vorausgesagt, dass die Malkus-Skalierung für starken thermischen Antrieb (also große Ra) nicht mehr gelten kann, da die thermische Grenzschicht turbulent wird [11]. Dies ermöglicht einen viel größeren Wärmestrom, nämlich $Nu \sim Ra^{1/2}$ mit logarithmischen Korrekturen. Kraichnan nannte dieses Regime ultimative thermische Turbulenz. Ab welcher Rayleigh-Zahl diese Turbulenz einsetzt, war damals unklar, da die experimentelle Datenlage schlecht war und es noch keine numerische Simulationen gab.

Vereinheitlichende Theorie thermischer Konvektion

Um zu einer Antwort zu kommen, haben Siegfried Großmann und ich vor rund 20 Jahren begonnen, eine verein-

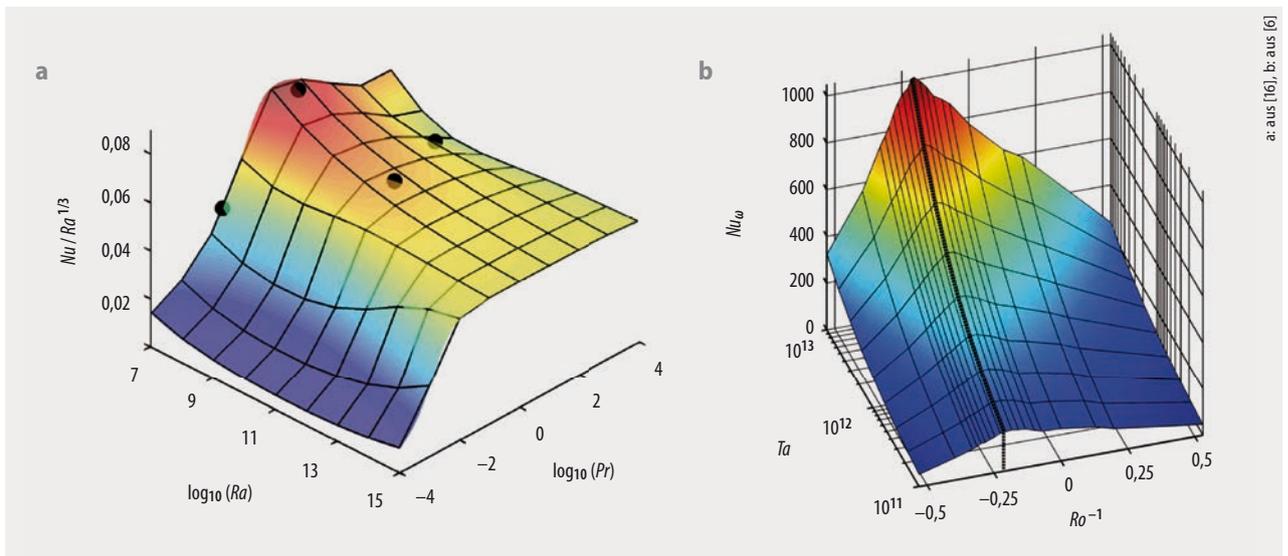


Abb. 3 Die Transporteigenschaften des Systems hängen von den Kontrollparametern ab: Für das Rayleigh-Bénard-System (a) ist dies $Nu(Ra, Pr)$, für das Taylor-Couette-System (b) $Nu_{\omega}(Ta, Ro^{-1})$. Die vier Messwerte, an denen die Kurve in (a) „aufgehängt“ ist, sind als schwarze Punkte eingezeichnet.

heitliche Theorie der thermischen Konvektion zu entwickeln [12–14]. Sie baut auf zwei exakten Gleichungen auf, die sich für RB-Konvektion durch Volumenintegration und dem Gaußschen Satz direkt aus den Boussinesq-Gleichungen (das sind die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen für das Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ mit durch die Auftriebskraft angekoppeltem Temperaturfeld und die Advektionsgleichung für das Temperaturfeld $\theta(\mathbf{x}, t)$ selbst) ergeben, nämlich

$$\varepsilon_u \equiv \langle \nu (\partial_i u_j(\mathbf{x}, t))^2 \rangle_V = \frac{\nu^3}{L^4} (Nu - 1) Ra Pr^{-2} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{\theta} \equiv \langle \kappa (\partial_i \theta(\mathbf{x}, t))^2 \rangle_V = \kappa \frac{\Delta^2}{L^2} Nu \quad (2)$$

für die volumengemittelte kinetische und thermische Dissipationsrate ε_u und ε_{θ} . Hierbei sind L die Höhe des Gefäßes, Δ der Temperaturunterschied zwischen den Platten, ν die kinematische Viskosität und κ die thermische Diffusivität.

Die Grundannahme der Theorie besteht darin, dass die Physik im Volumeninneren (bulk) der Strömung anders ist als in den Grenzschichten (BL) und dass sich daher die viskosen und thermischen Dissipationsraten aus zwei Teilen zusammensetzen, nämlich

$$\varepsilon_u = \varepsilon_{u, BL} + \varepsilon_{u, bulk}, \quad (3)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{\theta, BL} + \varepsilon_{\theta, bulk}, \quad (4)$$

mit jeweils anderem Skalierungsverhalten für die Einzelbeiträge, entsprechend der unterschiedlichen Physik in Grenzschicht und Volumeninneren der Strömung. Dieses unterschiedliche Skalierungsverhalten impliziert sofort, dass die Nusselt-Zahl und die Reynolds-Zahl keinem reinen Skalierungsgesetz folgen können und es kontinuierliche Übergänge von der Dominanz der Grenzschicht zu der des Volumeninneren geben muss.

Für das Skalieren der Dissipationsraten in der Grenzschicht nehmen wir die Prandtl-Blasius-Pohlhausen-Grenzschichttheorie an [15], die von einer Grenzschicht laminaren Typs ausgeht. Das ist sicher für nicht zu starken Antrieb zunächst der Fall. Für das Skalieren der Dissipationsraten im turbulenten Volumeninneren der Strömung nehmen wir das Kolmogorov-Skalen für vollentwickelte Turbulenz an. Damit lassen sich (1) und (2) als zwei gekoppelte implizite Gleichungen für $Nu(Ra, Pr)$ und $Re(Ra, Pr)$ schreiben mit vier dimensionslosen und zunächst unbekannt Konstanten, nämlich den vier Vorfaktoren des Skalierungsverhaltens für die vier Einzelbeiträge der Dissipationsraten. Diese Konstanten werden an vier Einzelmesswerte (oder numerische Werte) $Nu_i(Ra_i, Pr_i)$, $i = 1, 2, 3, 4$, angepasst – alles andere folgt und führt zu **Abb. 3a** [16].

Offensichtlich gilt die Malkus-Skalierung $Nu \sim Ra^{1/3}$ nicht universell – dann wäre die Kurve in **Abb. 3a** nämlich eine horizontale Ebene. Die Kurve ist über einen Bereich aufgespannt, der acht Größenordnungen in Ra und Pr umfasst. Dennoch beschreibt die Kurve die vielen (inzwischen zehntausende) Messpunkte und numerischen Punkte



Abb. 4 Das „Göttinger U-Boot“ (a) dient dem experimentellen Studium der Rayleigh-Bénard-Turbulenz, die T³C-Anlage in Twente (b) dem Studium der ultimativen Taylor-Couette-Turbulenz.

in diesem riesigen Bereich ganz vorzüglich. Damit besitzt die Theorie Vorhersagecharakter. Dass es erforderlich ist, die vier Vorfaktoren an Messdaten anzupassen, ist von der von-Kármán-Konstante in der Prandtl-Grenzschichttheorie bekannt.

Riesensprünge in Experiment und Simulation

In den letzten zwanzig Jahren hat sich erst die experimentelle und später auch die numerische Datenlage eindrucksvoll verbessert. Das gilt bezüglich der Genauigkeit der Messung von Nu (bzw. Nu_w bei TC), der Strömungsvisualisierung sowie des erreichbaren Umfangs des Kontrollparameterbereichs. Dieser umfasst mehr als acht Größenordnungen.

Viele experimentelle Einrichtungen haben dazu beigetragen: Für Rayleigh-Bénard sind die wichtigsten die von Guenter Ahlers in Santa Barbara, von Ke-Qing Xia in Hongkong und die von Eberhard Bodenschatz am Göttinger Max-Planck-Institut für Dynamik und Selbstorganisation (**Abb. 4a**) [17, 18]. Der von Ahlers, Bodenschatz und Mitarbeitern angewendete „Trick“ in ihrem „U-Boot“ besteht darin, Schwefelhexafluorid unter 20 bar Druck als Fluid zu verwenden. Denn unter diesen Bedingungen hat SF_6 eine sehr kleine kinematische Viskosität und thermische Diffusivität, sodass hohe Rayleigh-Zahlen von bis zu 10^{15} möglich sind (**Infokasten**).

Auch auf numerischer Seite gab es riesige Fortschritte dank der exponentiell zunehmenden Rechenkraft (**Abb. 5**), besserer Parallelisierung der Codes und eindrucksvoller Visualisierungsmöglichkeiten. Mit unserem Code „AFiD“, der auf einem endlichen Differenzenverfahren zweiter Ordnung basiert [9, 21] und der frei verfügbar auch als GPU-Version vorliegt [22], können wir eine Rayleigh-Zahl von 10^{13} erreichen, bei $\Gamma = 1/2$ und $Pr = 1$. Für Konvergenz sind $6144 \times 1536 \times 6144 \approx 6 \cdot 10^{10}$ Gitterpunkte nötig. Als Speicherplatz für einen vollständigen Schnappschuss einer solchen Simulation braucht man Terabytes. Das Ganze erfordert extreme Parallelisierung auf 10^4 bis 10^5 Kerne – sowie die größten Supercomputer in Europa. Das europäische PRACE-Programm und das deutsche Gauss-Programm bieten vielfältige Unterstützung, ohne die diese Rechnungen nicht möglich gewesen wären. Neben unserem Code existieren auch der Göttinger Code „Goldfish“ von Olga Shishkina, der auf dem Finite-Volumen-Verfahren basiert, sowie spektrale Verfahren [23].

Ultimative thermisch getriebene Turbulenz

Unsere universelle Theorie der thermischen getriebenen Turbulenz [12, 13, 16] liefert neben der Abhängigkeit $Nu(Ra, Pr)$ (**Abb. 3a**) eine analoge Kurve für $Re(Ra, Pr)$, aus der deutlich hervorgeht, dass es auch dort kein reines Skalenverhalten gibt, sondern relativ sanfte Übergänge. Aus der Reynolds-Zahl folgt auch, ab wann die Annahme einer Grenzschichtströmung mit laminarem Charakter nicht mehr gilt, also wann die aus der Scherrate folgende Reynolds-Zahl zu groß ist und die Grenzschicht turbulent wird. Das ist bei einer Scher-Reynolds-Zahl von rund 400 der Fall, was laut unserer Theorie bei $Pr \approx 1$ einer Rayleigh-

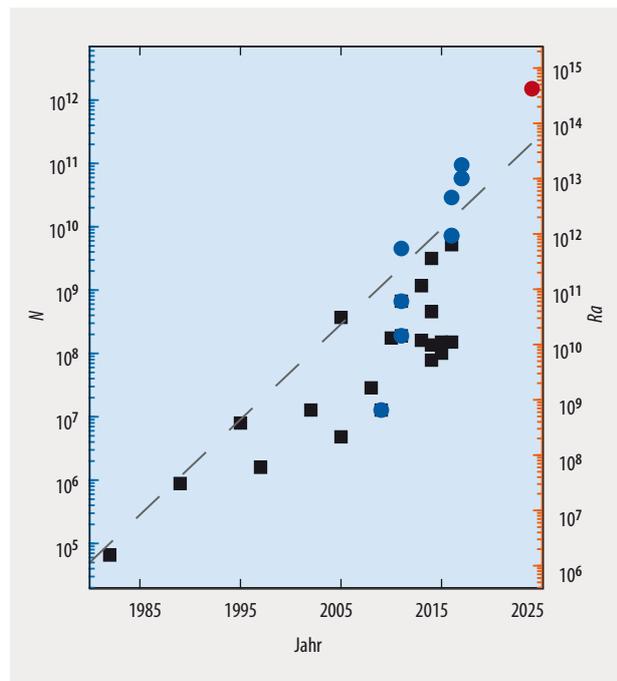


Abb. 5 Das Moore-Gesetz (exponentielles Wachstum, gestrichelte Kurve) gilt auch für die numerische Simulationen der RB-Turbulenz: Die Zahl N der erreichbaren Gitterpunkte und die entsprechende Rayleigh-Zahl Ra sind als Funktion der Zeit dargestellt. Die blauen Datenpunkte stammen von den Simulationen in Twente [19, 20] – der rote Punkt ist Ziel der aktuellen Arbeiten von Richard Stevens in Twente.

Zahl von $Ra_c \approx 10^{14}$ entspricht [13]. Dort ist der Übergang zu einer turbulenten Grenzschicht zu erwarten mit erhöhtem Wärmetransport, also eine ultimative turbulente Konvektion. Dies ist das ultimative Regime (grau in **Abb. 3a**).

Das Göttinger U-Boot ermöglichte erstmals systematische und genügend genaue Messungen der Nusselt-Zahl für große Rayleigh-Zahlen über 10^{14} . Die Experimente zeigten in der Tat einen Übergang zu einem deutlich erhöhten Wärmestrom bei $Ra_c \approx 10^{14}$ (**Abb. 6a**). Jenseits davon lässt sich die Nusselt-Zahl mit einem effektiven Skalierungsgesetz $Nu \sim Ra^{0,38}$ beschreiben, entsprechend $Nu \sim Ra^{1/2}$ mit logarithmischen Korrekturen, wie im ultimativen Regime zu erwarten ist [24]. Auch die Reynolds-Zahl zeigt einen Übergang bei $Ra_c \approx 10^{14}$. Das Temperaturprofil ist in diesem Bereich logarithmisch [25], wie es sich für eine turbulente Grenzschicht gehört. Somit gelang es mit dem Göttinger U-Boot erstmals, das ultimative Skalieren der RB-Konvektion zu erreichen.

Nun gilt es, die Strömungseigenschaften im ultimativen Regime näher zu untersuchen. Doch dafür wäre ein noch größerer Skalierungsbereich wünschenswert als die zurzeit in Göttingen realisierten ein bis zwei Größenordnungen. Das ist schwierig und erfordert eine noch größere Apparatur, die derzeit geplant wird.

Ultimative Taylor-Couette-Turbulenz

Parallel dazu haben wir die TC-Turbulenz mit Hilfe der „Twente turbulente Taylor-Couette (T³C)“-Anlage untersucht (**Abb. 4b**) und numerisch simuliert (**Abb. 2b**). Zwi-

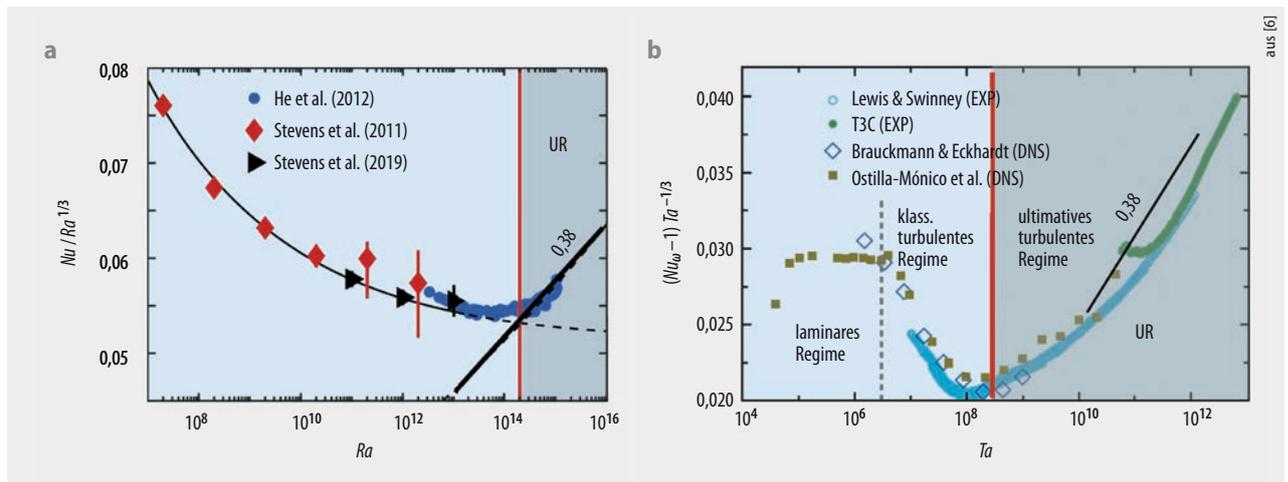


Abb. 6 Im kompensierten Plot der Rayleigh-Bénard-Turbulenz von Nu versus Ra für $Pr \approx 1$ und $\Gamma = 1/2$ ist das ultimative Regime $Ra \geq 10^{14}$ grau markiert (a). Die roten und schwarzen Datenpunkte stammen aus numerischen Simulationen in Twente [19, 20]. Die schwarze durchgezogene Linie folgt aus der Großmann-Lohse-Theorie, die alle experimentellen Daten (die aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mit aufgenommen sind) und alle nume-

schen den beiden rotierenden Zylindern werden dabei 111 Liter Wasser auf höchste Drehtouren gebracht, mit bis zu 20 Hertz Winkelgeschwindigkeit der Zylinder. Sowohl zum Antrieb der Zylinder als auch zur Kühlung des Wassers, ohne die es sich um 1 Kelvin pro Minute erwärmen würde, sind 20 Kilowatt notwendig.

Die Experimente zeigten, dass der Übergang zum ultimativen Regime bei $Ta_c \approx 2 \cdot 10^8$ stattfindet und sich in diesem Regime ein effektives Skalierungsgesetz $Nu_\omega \sim Ta^{0,38}$ ergibt (**Abb. 6b**) [26, 6]. Dies ist analog zum effektiven Skalierungsverhalten $Nu \sim Ra^{0,38}$ im ultimativen Regime von RB, nur dass sich der Bereich des ultimativen Skalierens hier über vier Größenordnungen erstreckt: Der mechanische Antrieb bei TC ist viel effizienter als der thermische Antrieb bei RB! Auch die anderen Kennzeichen des Übergangs zu einer turbulenten Grenzschicht jenseits von $Ta_c \approx 2 \cdot 10^8$ sind erfüllt: Die Scher-Reynolds-Zahl wird größer als 400 und das Geschwindigkeitsprofil an den Wänden logarithmisch.

Da der mechanische Antrieb bei TC so viel effizienter ist als der thermische bei RB, können wir den ultimativen Bereich mit unseren direkten numerischen Simulationen erreichen [27, 6] (**Abb. 2b** und **6b**). In der letzten Abbildung sieht man das effektive Skalieren $Nu_\omega \sim Ta^{0,38}$ aus den numerischen Simulationen für fast drei Größenordnungen. Aber es ist sogar möglich, eine noch stärkere Abhängigkeit zu erreichen, nämlich $Nu \sim Ta^{1/2}$ ohne logarithmische Korrekturen, was wir als *asymptotisches* ultimatives Skalen bezeichnet haben [10]. Dieses erreicht man, wenn die Wände genügend rau sind, weil dann der Druckwiderstand den Reibungswiderstand übersteigt. In unseren Experimenten mit der T³C-Apparatur erreichen wir das durch kleine Hindernisse, die gegen die mittlere Strömungsrichtung angebracht sind, oder durch raues Sandpapier am Innenzylinder [28]. Das ist sehr nahe an den klassischen Experimenten von Johann Nikuradse aus den 1930er-Jahren, der ebenfalls mit Sandpapier den hydrodynamischen Widerstand in der Rohrströmung mit kontrollierter Rauheit gemessen hat.

rischen Daten gut beschreibt. Die blauen Datenpunkte zeigen die Göttinger Ergebnisse [17, 18, 7]. Die kompensierte Darstellung der Taylor-Couette-Turbulenz (b) von Nu_ω versus Ta für $Ro^{-1} = 0$ (d. h. keine äußere Zylinderrotation) zeigt den deutlichen Anstieg der Transporteigenschaften im ultimativen Regime bei $Ta \geq 2 \cdot 10^8$. Der Plot umfasst experimentelle (EXP) sowie numerische (DNS) Daten.

Er stellte fest, dass der Widerstandskoeffizient c_f für große Reynolds-Zahlen und genügend große Rauheit nicht mehr von der Reynolds-Zahl abhängt. Dieses vollständig raue Regime in der Rohrströmung entspricht dem asymptotisch ultimativen Regime in der Taylor-Couette-Strömung.

Jedes System hat seine spezifischen Vor- und Nachteile – oder neutraler formuliert: Eigenheiten. Der große Vorteil des TC-Systems besteht darin, dass es geschlossen ist, sodass sich globale Eigenschaften wie der globale Widerstand einfacher messen lassen. Ein weiterer Vorteil sind die zusätzlichen Kontrollparameter, deren Veränderungen die Möglichkeit bieten, die Physik besser zu verstehen.

Ausblick

Die Perspektiven für den Einsatz des TC-Systems in der Mehrphasenströmung sind hervorragend – beispielsweise lässt sich der hydrodynamische Widerstand verändern, wenn Blasen in die Strömung injiziert werden. In unseren Experimenten haben wir festgestellt, dass 4 Volumenprozent Blasen den Widerstand um mehr als 40 Prozent reduzieren können. Dabei ist es essenziell, dass sich die Blasen verformen [29], denn davon hängt ab, wo in der Strömung sie sich befinden. Diese Untersuchungen sind im maritimen Kontext sehr relevant, weil man dort durch Blaseninjektion unter Schiffen deren hydrodynamischen Widerstand und somit deren Schiffsdieselvebrauch vermindern möchte.

Eine weitere spannende Frage ist mit der turbulenten Zweiphasenströmung von Öl-Wasser-Gemischen verbunden: Bei geringer Ölkonzentration entstehen Öltröpfchen im Wasser, aber mit ansteigender Ölkonzentration wird es eine Phaseninversion zu einer Ölphase mit Wassertropfen geben. Wann findet diese Inversion statt und was sind die dynamischen Eigenschaften der jeweiligen Phasen? All diese Fragen möchten wir mittels unserer T³C-Anlage beantworten.

*

Ich möchte all meinen Kollegen, Postdocs, Doktoranden und Studenten danken, mit denen ich das Vorrecht und intellektuelle Vergnügen hatte, die letzten 25 Jahre gemeinsam arbeiten zu können. Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Siegfried Großmann, von dem ich unermesslich viel gelernt habe.

Literatur

- [1] E. Bodenschatz, W. Pesch und G. Ahlers, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **32**, 709 (2000)
- [2] L. P. Kadanoff, *Phys. Today* **54**, 34 (2001)
- [3] G. Ahlers, S. Grossmann und D. Lohse, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 503 (2009)
- [4] D. Lohse und K.-Q. Xia, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **42**, 335 (2010)
- [5] F. Chilla und J. Schumacher, *Eur. Phys. J. E* **35**, 58 (2012)
- [6] S. Grossmann, D. Lohse und C. Sun, *Annu. Rev. Fluid Mech* **48**, 53 (2016)
- [7] G. Ahlers et al., *New J. Phys.* **14**, 103012 (2012)
- [8] B. Eckhardt, S. Grossmann und D. Lohse, *J. Fluid Mech.* **581**, 221 (2007)
- [9] E. P. van der Poel et al., *Computers & Fluids* **116**, 10 (2015)
- [10] X. Zhu et al., *Nature Physics* **14**, 417 (2018)
- [11] R. H. Kraichnan, *Phys. Fluids* **5**, 1374 (1962)
- [12] S. Grossmann und D. Lohse, *J. Fluid. Mech.* **407**, 27 (2000)
- [13] S. Grossmann und D. Lohse, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3316 (2001)
- [14] G. Ahlers, S. Grossmann und D. Lohse, *Physik Journal*, Januar 2002, S. 31
- [15] S. Grossmann, B. Eckhardt und D. Lohse, *Physik Journal*, Oktober 2004, S. 31
- [16] R. J. A. M. Stevens et al., *J. Fluid Mech.* **730**, 295 (2013)
- [17] X. He et al., *Phys. Rev. Lett.* **108**, 024502 (2012)
- [18] X. He et al., *New J. Phys.* **14**, 063030 (2012)
- [19] R. J. A. M. Stevens, R. Verzicco und D. Lohse, *J. Fluid Mech.* **643**, 495 (2010)
- [20] R. J. A. M. Stevens, R. Verzicco und D. Lohse, unveröffentlicht (2019)
- [21] R. Verzicco und P. Orlandi, *J. Comput. Phys.* **123**, 402 (1996)
- [22] X. Zhu et al., *Comp. Phys. Commun.* **229**, 199 (2018)
- [23] G. L. Kooij et al., *Computers & Fluids* **166**, 1 (2018)
- [24] S. Grossmann und D. Lohse, *Phys. Fluids* **23**, 045108 (2011)
- [25] G. Ahlers et al., *Phys. Rev. Lett.* **109**, 114501 (2012)
- [26] D. P. M. van Gils et al., *Phys. Rev. Lett.* **106**, 024502 (2011)
- [27] R. Ostilla-Mónico et al., *J. Fluid Mech.* **761**, 1 (2014)
- [28] S. Weiss, *Physik Journal*, April 2018, S. 22
- [29] R. A. Verschoof et al., *Phys. Rev. Lett.* **117**, 104502 (2016)

Der Autor



DPG / Arscholl 2019

Detlef Lohse studierte Physik in Kiel und Bonn und promovierte 1992 an der Universität Marburg, wo er sich 1997 habilitierte. Seit 1998 ist er Inhaber des Lehrstuhls für Physics of Fluids an der University of Twente, Enschede, Niederlande.

Prof. Dr. Detlef Lohse, Max-Planck-Center Twente for Complex Fluid Dynamics, Faculty of Science and Technology, University of Twente, Niederlande, und MPI für Dynamik und Selbstorganisation, Am Fassberg 17, 37077 Göttingen



INNOVATION BEI DER MAGNETFELDMESSUNG



Fluxgate Magnetometer

Eine große Bandbreite von hochpräzisen 1- und 3-Achs Sensoren zur Messung von Magnetfeldern vom pT- bis mT-Bereich, erhältlich auch als Cryo- und Vakuumversion, mit einem Noisepegel bis zu $4\text{pT pro } \sqrt{\text{Hz}}$. Passende A/D Wandler und Netzgeräte sind auch verfügbar.



Helmholtz Spulensystem

Stabile Magnetische Felder bis zu 1mT mit unserem Helmholtz-Spulensystem, bestehend aus Spulen von 0.35m bis 1m, Signalkontrolle und Verstärker, Software und Systemen zur aktiven Kompensation des Magnetfeldes.



Ferronato™ Helmholtz Spulen

Magnetische Felder bis zu 1mT DC auch mit Spulen-Durchmesser von 1.3m und 2m, passende Systeme mit Signalkontrolle und Verstärker.

 **Bartington**™
Instruments

KONTAKT: IGM GMBH

info@igm-geophysik.de | www.igm-geophysik.de
www.bartington.com