



# Modellierte Ausbreitung

Mithilfe der Perkolation lässt sich die Ausbreitung des Corona-Virus im Physikunterricht darstellen.

Regina Gente

Das Corona-Virus hat für einschneidende Veränderungen gesorgt, insbesondere für den Schullalltag. Nach langen Phasen von Distanzunterricht im Frühjahr 2020 wurde im Herbst 2020 das Augenmerk darauf gelegt, die Schülerinnen und Schüler für das Einhalten der Hygienemaßnahmen zu sensibilisieren, auf bevorstehende Maßnahmen vorzubereiten und deren Notwendigkeit verständlich zu vermitteln. Vor diesem Hintergrund ist der folgende Unterrichtsvorschlag entstanden.

**E**rprobt wurde der Unterrichtsvorschlag in den Jahrgängen 6, 9 und 10 sowie in den beiden Jahrgängen Q1 und Q3 der Qualifikationsphase der Oberstufe. Die Einheit erfordert etwa 60 bis 90 Minuten Unterrichtszeit, wobei in jüngeren Jahrgängen das Redebedürfnis und Mitteilungsbedürfnis der Schülerinnen und Schüler größer ist und der Zeitbedarf dadurch höher. Jugendliche in höheren Jahrgängen erkennen dagegen auch abstrakte Zusammenhänge schneller. Auch die verwendete Fachsprache sollte sich am Alter der Schülerinnen und Schüler orientieren. Die wesentlichen Elemente der betrachteten Modelle sind jedoch in allen Jahrgangsstufen zu vermitteln.

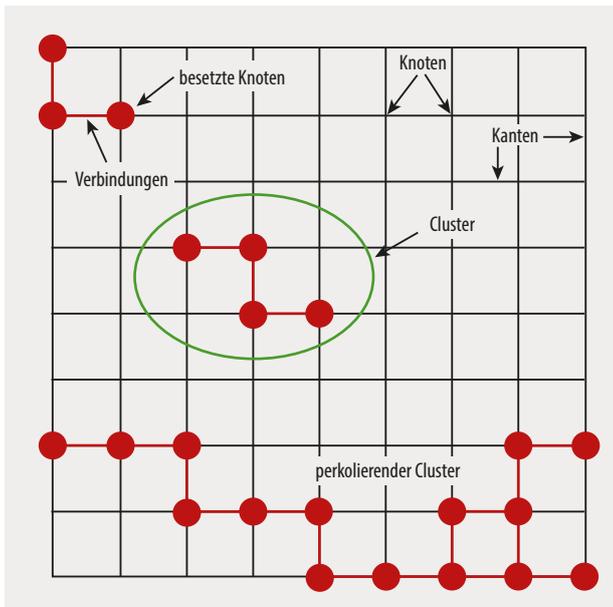
Als Einstieg in das Thema diente der Ausschnitt aus einem Zeitungsartikel: „Statt nur zu überlegen, wie ein

Alltag mit Corona aussehen kann, sollten wir das Virus weiter aktiv zurückdrängen, schreibt der Physiker Matthias F. Schneider. Das sei durchaus noch möglich. [...] Die vielleicht wichtigste Frage derzeit ist: Wann entwickelt sich aus einzelnen Neuinfektionen, die sich nachverfolgen lassen, ein unkontrollierbarer Corona-Ausbruch? Um Antworten darauf zu finden, stellen sich Physikerinnen und Physiker die Situation als eine Art Phasenübergang (oder Perkolationsübergang) vor. Was bedeutet das?“<sup>1)</sup>

Durch den Aufforderungscharakter im Einleitungssatz erkennen die Schülerinnen und Schüler, dass sie aktiv werden sollen und alle gefordert sind, um das Virus zurückzudrängen. Der Begriff „Perkolationsübergang“ ist nicht geläufig. Das Wort „Perkolation“ leitet sich vom lateinischen „percolare“ ab, das „durchsickern“ bedeutet. Daher gilt es, diesen Begriff zu klären, um der Frage, wie ein unkontrollierbarer Ausbruch entsteht, nachgehen zu können.

Zunächst ist es nötig, die Grundlagen aus der Perkolationstheorie zu erklären und hierbei viel mit Anschauung zu arbeiten (**Abb. 1**) [1, 2]. Um bei möglichst einfach umsetzbaren und übersichtlichen Situationen zu bleiben, wird

1) „Wir können Corona noch stoppen“, [www.zeit.de/wissen/gesundheit/2020-09/corona-ausbruch-stoppen-physik-neuinfektionen-perkolation-zweite-welle](http://www.zeit.de/wissen/gesundheit/2020-09/corona-ausbruch-stoppen-physik-neuinfektionen-perkolation-zweite-welle)



**Abb. 1** Perkolations lässt sich mit wenigen Grundbegriffen beschreiben. Besetzte Knoten werden durch einen farbigen Kreis markiert und Kanten, die besetzte Knoten verbinden, ebenfalls.

auf einem Quadratgitter gearbeitet. Die Knotenperkolations dient hier dazu, die Ausbreitung einer Infektionskrankheit zu simulieren. Die Knoten werden mit einer festen Wahrscheinlichkeit zufällig als besetzt markiert und Verbindungen auf dem Gitter zwischen benachbarten besetzten Knoten eingezeichnet. Ein perkolierender Cluster verbindet gegenüberliegende Seiten des Gitters.

Ab einer Besetzungswahrscheinlichkeit von 0,59 treten im Quadratgitter perkolierende Cluster auf. Dies ermöglicht es beim mathematischen Experimentieren, Münzen als Zufallsgeneratoren einzusetzen, um Knoten als besetzt zu markieren. Betrachtet werden nur perkolierende Cluster, welche die linke Seite des Gitters mit der rechten verbinden. Ziel ist es, den Schülerinnen und Schülern zu vermitteln, dass unterhalb der kritischen Besetzungswahrscheinlich-

keit von 0,59 (fast) keine perkolierenden Cluster, oberhalb jedoch immer mindestens ein perkolierender Cluster zu erwarten sind. Dies ist der Perkolationsübergang.

### Im Gitter von links nach rechts

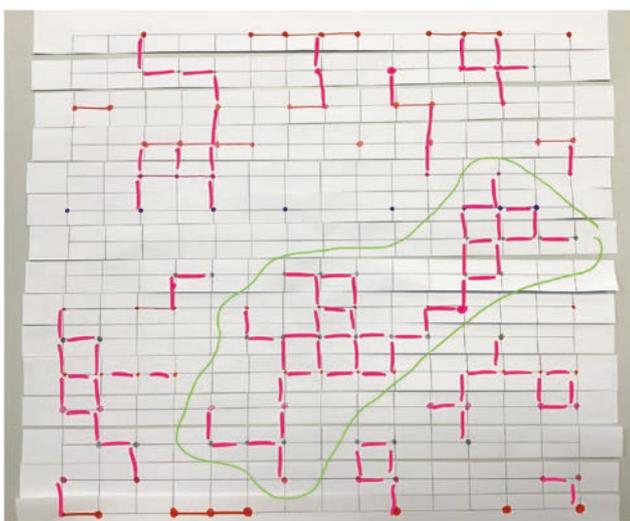
Zu Beginn des Unterrichts muss die Lehrkraft die notwendigen Grundbegriffe der Perkolations erläutern (**Abb. 1**) und den Zusammenhang zwischen dem Modell und der Ausbreitung des Corona-Virus thematisieren. Die Schülerinnen und Schüler erkennen von sich aus, dass ...

- jeder Knoten für eine Person steht,
- die Kanten zwischen den Knoten für Kontakte stehen
- und besetzte Knoten infizierte Personen darstellen und die farbige markierten Kanten zwischen ihnen die Ansteckungswege zeigen.

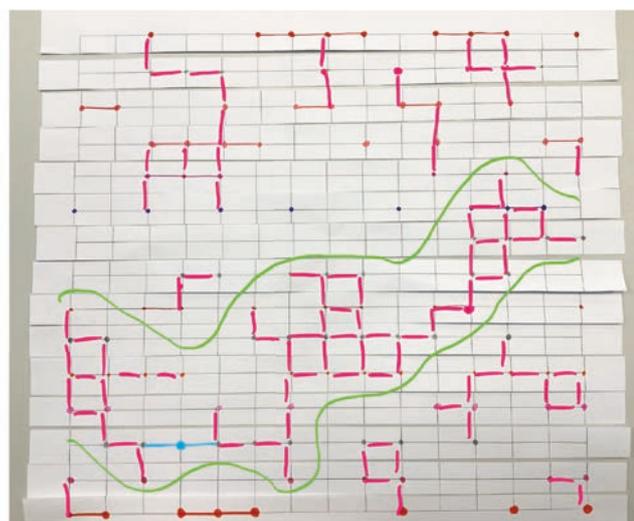
Ob ein Knoten als „besetzt“ gilt, erfordert eine Entscheidungsregel. Als erstes Experiment hilft der Münzwurf: Fällt Kopf, gilt der betrachtete Knoten als „besetzt“, sonst nicht. Die Wahrscheinlichkeit dafür, ob ein Knoten besetzt ist, liegt also bei 0,5. Dies liegt zwar unter der kritischen Besetzungswahrscheinlichkeit von 0,59, ist aber nahe genug dran, dass bereits große Cluster zu erwarten sind.

Das Experiment lässt sich in kleinen Gruppen durchführen, damit die Anzahl der notwendigen Münzwürfe sich im Rahmen hält und sich zügig ein Ergebnis einstellt. Hierfür erhalten die Schülerinnen und Schüler Streifen eines zerschnittenen Quadratgitters, auf dem sie für jeden Knoten per Münzwurf bestimmen, ob dieser besetzt ist. Die Streifen werden zufällig wieder zu einem Gitter zusammengesetzt und abfotografiert. Nun sind noch die Kanten einzuzichnen, die benachbarte besetzte Knoten verbinden (**Abb. 2**). Als eine Alternative zu diesem Vorgehen bietet sich ein online zugängliches Gitter an (z. B. über das Online-Whiteboard-Tool Miro, [miro.com/de](https://miro.com/de)).

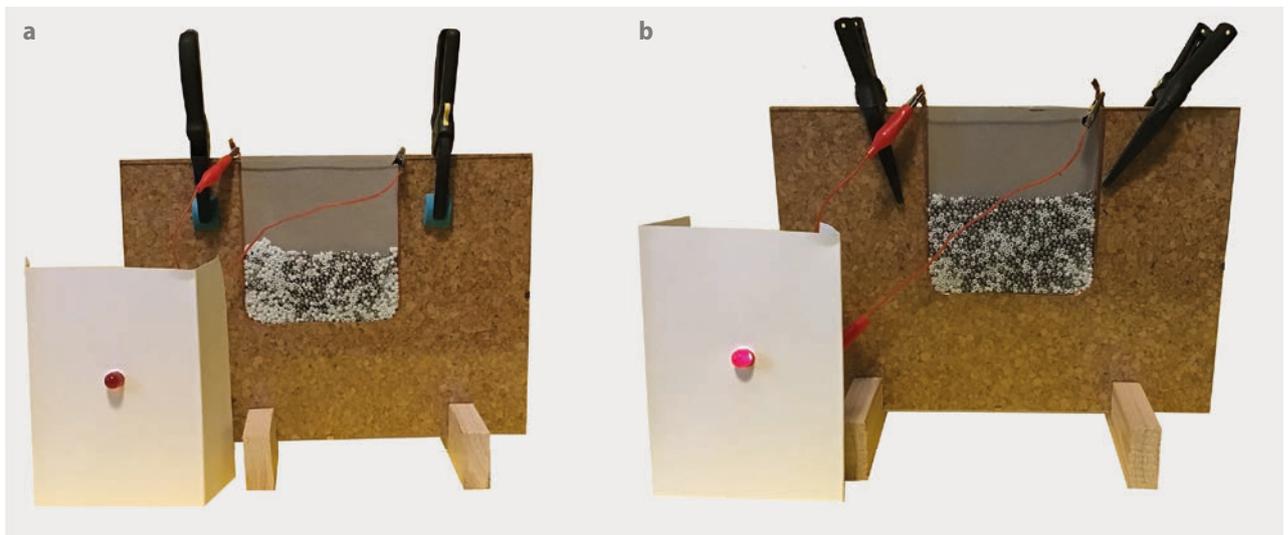
Im Anschluss kann die Lehrkraft mit der Klasse den Bezug zur Ausbreitung des Corona-Virus weiterentwickeln. Anhand des gemeinsam erstellten Bildes erkennen die Schülerinnen und Schüler, dass ...



**Abb. 2** Per Münzwurf ermitteln die Gruppen, ob einzelne Knoten miteinander verbunden werden (rosa Linien). Grün markiert ist ein dabei entstehender Cluster.



**Abb. 3** Der grün markierte Bereich kennzeichnet einen perkolierenden Cluster, der fast von einer Seite zur anderen reicht.



**Abb. 4** Je nach Mischungsverhältnis aus Putz- und Glasperlen leuchtet die Lampe praktisch gar nicht oder dauerhaft. Enthält die Mischung mehr Glasperlen, leuchtet die Lampe nicht (a), enthält sie mehr Putzperlen, leuchtet sie permanent (b). Dies illustriert anschaulich, in welchen Fällen (nämlich in b) sich ein Signal von einer Seite zur anderen ausbreitet und veranschaulicht damit den Perkolationsübergang.

- große Cluster Ansteckungswege zwischen zwei Personen darstellen können, die sich eventuell persönlich nicht kennen
- und dass sich begrenzte Cluster (grün in **Abb. 2**) abgrenzen und nachverfolgen lassen.

An dieser Stelle bietet sich eine erste Modellkritik an. Beispielsweise haben verschiedene Personen eine unterschiedliche Anzahl an Kontaktpersonen, meist mehr als vier. Zudem ändert sich deren Anzahl im zeitlichen Verlauf und auch, wer als Kontaktperson gilt. Dies lässt sich mit dem statischen Modell nicht abbilden. Auch betrachtet das Modell nur eine begrenzte Anzahl an Personen, die als Gesamtheit isoliert ist. Dennoch können die mit dem Modell durchgeführten Simulationen Ideen liefern, auch wenn wir damit nicht in der Lage sind, exakte Vorhersagen über die Ausbreitung des Corona-Virus zu treffen.

Bei der genaueren Betrachtung des besetzten Gitters fällt auf, dass es noch keinen Cluster gibt, der die linke Seite mit der rechten Seite verbindet – und sich damit quer durch die Menge der auf dem Gitter betrachteten Personen erstreckt. Allerdings fehlt nicht viel, damit ein solcher „perkolierender Cluster“ entsteht (**Abb. 3**). In jüngeren Jahrgangsstufen wurde dafür der Begriff „Riesencuster“ eingeführt.

Nun können die Schülerinnen und Schüler Ideen sammeln, welche Bedeutung ein perkolierender Cluster im Zusammenhang mit der Ausbreitung des Corona-Virus haben könnte. Sie entdecken, dass perkolierende Cluster...

- viele Menschen verbinden,
- überregionale Verbindungen schaffen können,
- schwer nachzuverfolgen und abzugrenzen sind,
- und kleinere Cluster miteinander verbinden können.

## Perkolation im Bilderrahmen

Um einer Ausbreitung entgegenzuwirken, gilt es, perkolierende Cluster von infizierten Personen zu vermeiden. Für geeignete Strategien hierfür muss mehr über die Entstehung

perkolierender Cluster bekannt sein. Hierbei hilft ein physikalisches Experiment, in dem perkolierende Cluster über leitfähige Verbindungen durch Metallkügelchen zwischen zwei Elektroden detektiert werden (ein alternativer Aufbau findet sich in [3]).

Für das Experiment sind zwei handelsübliche Schnellclip-Bilderrahmen, Kork, Kupferklebeband, vier kleine Schraubzwingen, eine LED, Kabel, Krokodilklemmen, eine Batterie, Putzperlen aus Edelstahl (z. B. zum Ausschwenken von Vasen) und Glasperlen zum Auffädeln nötig. In den Kork wird vom Rand aus eine rechteckige Aussparung geschnitten, an deren Seiten Kupferklebeband angebracht wird. Kleine Stücke Kupferklebeband dienen später zum Anclippen der LED-Kabel. Der Kork wird in den Bilderrahmen eingelegt, sodass ein Hohlraum entstanden ist, in den eine Mischung aus Putzperlen und Glasperlen eingefüllt wird (**Abb. 4**). Diese Mischung lieferte experimentell die besten Ergebnisse. Damit der Kontakt zwischen den Perlen hergestellt ist, müssen die Kügelchen in zwei Lagen liegen. Die abgeplatteten Glasperlen sorgen durch Verkannten für zusätzlichen Druck. Ebenso erhöhen die links und rechts des Hohlraum angebrachten Schraubzwingen den Druck. Ein Stromkreis bestehend aus Batterie und LED wird an die Elektroden angeclippt. Die leitenden Kugeln symbolisieren infizierte Personen. Ein perkolierender Cluster zeigt sich durch das Leuchten der LED.

Ein Experiment wird durchgeführt mit einer Mischung aus zwei Teilen Glasperlen (weiß) und einem Teil Putzperlen (silbrig), (**Abb. 4a**), ein anderes mit dem umgekehrten Mischungsverhältnis (**Abb. 4b**). Im ersten Experiment leuchtet die LED nicht auf; es liegen also keine perkolierenden Cluster vor. Beim zweiten Mischungsverhältnis leuchtet die Lampe jedoch (fast) durchgehend, auch wenn man die Perlen mit einer Stricknadel neu mischt.<sup>2)</sup>

2) [youtu.be/7fo0wfrclKQ](https://youtu.be/7fo0wfrclKQ), [youtu.be/m4e03lB3Rng](https://youtu.be/m4e03lB3Rng)

Als Zwischenergebnis halten wir fest, dass es Situationen gibt, in denen perkolierende Cluster nicht auftreten, sowie Situationen, in denen wir diese Cluster (fast) immer beobachten. Damit ist eine erste Hinführung zum Perkolationsübergang erfolgt.

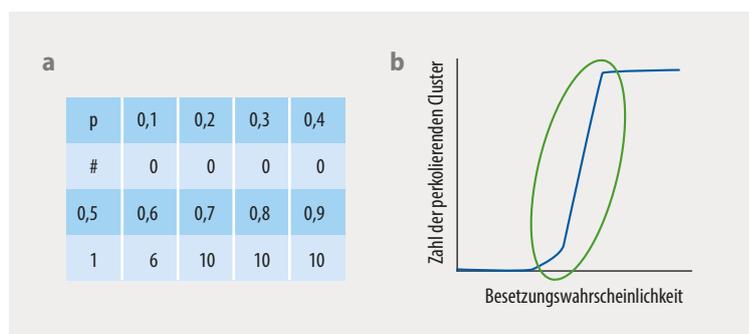
Nun schließt sich eine genauere Untersuchung an, bei welchen Besetzungswahrscheinlichkeiten perkolierende Cluster auftreten. Hierfür kommt erneut eine Online-Simulation zum Einsatz.<sup>3)</sup> Diese ermöglicht es, in kurzer Zeit mehrfach ein Gitter zu besetzen, also mehr Daten zu sammeln, und auch Besetzungswahrscheinlichkeiten zu untersuchen, die mit Münzwurf oder Würfeln nicht manuell durchzuführen sind. Ein  $10 \times 10$ -Gitter ist groß genug, damit Randeffekte nicht zu stark auftreten, und gleichzeitig klein genug, damit die Schülerinnen und Schüler die Übersicht behalten. Arbeitsteilig untersuchen sie die Besetzungswahrscheinlichkeiten 0,1; 0,2; ...; 0,9 mittels der Online-Simulation, indem jeweils zehnmals das Gitter besetzt und geschaut wird, ob ein perkolierender Cluster vorliegt (Abb. 5). Deren Anzahl wird gezählt.

### Mehr Verständnis dank Modellierung

Aufgrund der grafischen Darstellung (Abb. 5) sind die Schülerinnen und Schüler in der Lage, das sprunghafte Auftreten der perkolierenden Cluster zu erkennen und den Perkolationsübergang zu benennen. Allerdings lassen sich keine quantitativen Ergebnisse in Bezug auf die Ausbreitung des Corona-Virus ableiten. Aber die Schülerinnen und Schüler haben den Perkolationsübergang bei der Ausbreitung der Viren erarbeitet, also das plötzliche Auftreten großer, schwer nachverfolgbarer Infektionscluster, die exponentielles Wachstum begünstigen. Daher gilt es, rechtzeitig zu handeln, um diesen Perkolationsübergang zu vermeiden. Die Schülerinnen und Schüler erkennen aber auch, dass es durchaus einen Handlungsspielraum in dem Bereich gibt, in dem keine perkolierenden Cluster auftreten. Als Rückschluss zum Einstiegstext, kann die Lehrkraft die aktuell geltenden Hygienemaßnahmen thematisieren.

Schülerinnen und Schüler aus den Jahrgangsstufen 9 und 10 fassen ihre persönliche Sicht auf die gewonnenen Erkenntnisse wie folgt zusammen:

- „Um eine Situation zu verstehen, muss man manchmal Theorien aus anderen Fachbereichen ausprobieren, z. B. den Perkolationsübergang aus der Physik. Wir können dazu beitragen, dass die Cluster der Infektionen nicht übermäßig groß werden, indem wir uns an die Corona-Regeln halten.“
- „Die Maßnahmen machen Sinn, und man sollte sie befolgen – egal, wie schwer es einem im Moment scheint. Infektionsketten lassen sich durch Kontaktbeschränkung, Abstand, ... am besten unterbrechen. Perkolation verdeutlicht das Geschehen, kann die Realität aber nicht 1:1 darstellen.“
- „... dass es einen Punkt gibt, ab dem die Zahlen (sich) schnell aufbewegen und (sich Infektionsketten) nicht mehr nachvollziehen lassen.“



**Abb. 5** Die Tabelle (a) zeigt die Ergebnisse der mehrmaligen Durchführung der Online-Simulation, der Perkolationsübergang wird in (b) grafisch veranschaulicht.

### Corona im Alltag

Im Mai 2022 liegt nicht mehr die gleiche Situation vor wie im Herbst 2020, als dieser Unterrichtsvorschlag erprobt wurde. Allerdings prägen Corona-Maßnahmen nach wie vor unseren Alltag, und die einschneidenden Maßnahmen der letzten beiden Pandemiejahre sind noch im Gedächtnis der Gesellschaft verankert.

Daher hat der Unterrichtsvorschlag nach wie vor Aktualität und ermöglicht auch eine rückblickende Betrachtung, warum Maßnahmen wie Kontaktbeschränkungen, Hygieneregeln oder Lockdowns ergriffen wurden. Demnach kann die Lehrkraft weiterhin mit dem Unterrichtsvorschlag durch die mathematisch-physikalische Theorie der Perkolation den Bezug zum Alltag der Schülerinnen und Schüler herstellen.

### Literatur

- [1] *Th. Filk*, Perkolationstheorie, Lexikon der Physik, Spektrum.de, bit.ly/36D30hX
- [2] *B. Bollobas und O. Riordan*, Percolation, Cambridge University Press, Cambridge (2006)
- [3] *J. Adler, S. Elfenbaum und L. Sharir*, Eur. Phys. J. Spec. Top. **226**, 737 (2017)

### Die Autorin



**Regina Gente** (AG Schule) hat an der Philipps-Universität in Marburg Mathematik und Physik (Staatsexamen) studiert und anschließend in der dortigen Arbeitsgruppe der Diskreten Mathematik 2013 promoviert. Zurzeit unterrichtet sie an der Georg-Christoph-Lichtenberg-Schule in Kassel und hat Freude daran, Schülerinnen

und Schülern im Unterricht Einblicke in naturwissenschaftliche Zusammenhänge zu vermitteln.

**Dr. Regina Gente**, Georg-Christoph-Lichtenberg-Schule, Brückenhofstraße 88, 34132 Kassel

3) [phony1.technion.ac.il/~lsharir/p2d/percolation.html](http://phony1.technion.ac.il/~lsharir/p2d/percolation.html), siehe dazu auch [3]