

Symmetriebruch bei Quantenphasen

Defektstrukturen bei spontaner Symmetriebrechung – auch in Quantensystemen

Peter Keim

Spontane Symmetriebrechung ist ein überaus eleganter Mechanismus, um zu beschreiben, wie ein Ensemble oder Feld andere Eigenschaften haben kann, als es die konstituierenden Gleichungen bzw. die Hamilton-Funktion auf den ersten Blick vermuten lassen: Typischerweise ist eine Symmetrie in einer Tieftemperaturphase nicht erhalten, dafür aber in den konstituierenden Gleichungen und der Hochtemperaturphase. Eine Symmetrie ist dabei die Invarianz unter einer mathematischen oder geometrischen Transformation, die das System ununterscheidbar auf sich selbst abbildet. Ein Beispiel sind Phaseneichttransformationen in Isospinräumen, bei denen in der Elementarteilchenphysik die Eichbosonen und damit die elementaren Wechselwirkungen im Tieftemperaturlimit „auskondensieren“. Ein anderes Beispiel ist das Higgs-Feld, dessen Symmetriebruch den Elementarteilchen Masse verleiht. Symmetriebrechung spielt auch bei klassischen Phasenübergängen eine zentrale Rolle: So wird in paramagnetischen Systemen die Isotropie gebrochen, wenn sich unterhalb der Curie-Temperatur in der ferromagnetischen Phase eine Vorzugsrichtung der Magnetisierung ausbildet. Bei der Kristallisation sind dagegen mit dem Entstehen der diskreten Ordnung und dem Ausbilden von Kristallachsen sowohl die Homogenität als auch die Isotropie gebrochen.

Lässt sich im thermodynamischen Limes, d. h. in beliebig großen Systemen, eine Symmetrie global und instantan brechen? Die klare Antwort ist nein, wie jüngere Experimente zu kollektiv angeregten Rydberg-Atomen [1, 2] und numerische Arbeiten zum transversalen Ising-Modell [3] nun auch für quantenmechanische Phasenübergänge gezeigt haben. Die Ensembles müssen im symmetriegebrochenen Zustand gemäß dem Kibble-Zurek-Mechanismus topologische Defekte einbauen, bei denen der

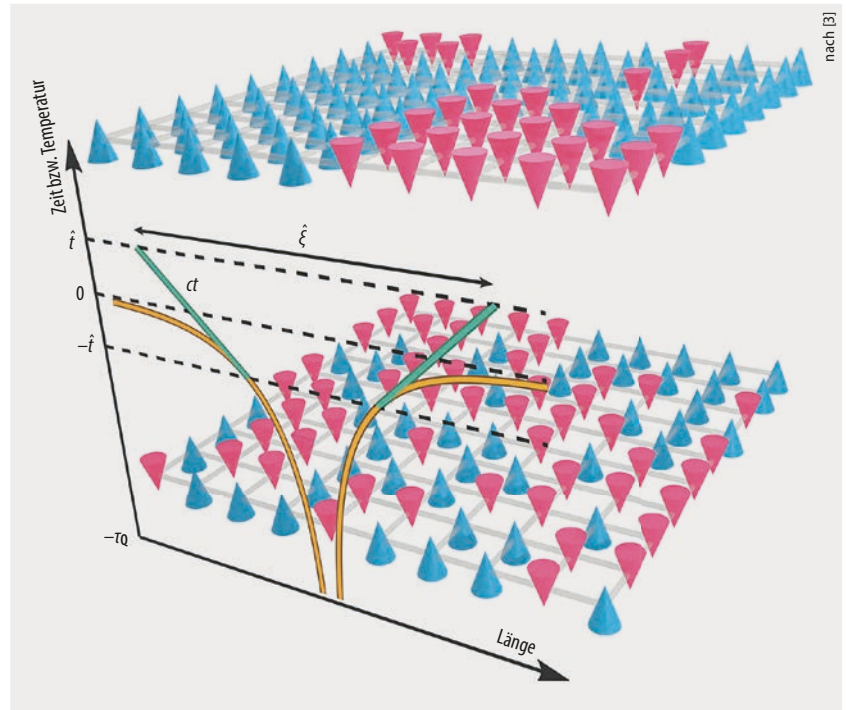


Abb. 1 Die Abbildung skizziert die räumliche Verteilung der quantenmechanischen magnetischen Momente als blaue und rote Kegel vor dem Symmetriebruch (unten, ungeordnet) und danach (oben). Die gelbe Kurve zeigt die Divergenz der Korrelationslänge bei $t = 0$, wobei die Raumachse horizontal aufgetragen ist. Für lineare Kühlraten ist die Zeitachse eindeutig mit der Temperatur verknüpft: Ein Vertauschen von Ordinate und Abszisse ergäbe den Plot der Korrelationslänge als Funktion der Temperatur, wie er für kontinuierliche Phasenübergänge bekannt ist. Bis $-\hat{t}$ können die kritischen Fluktuationen der Kühlrate folgen, bei $-\hat{t}$ fällt das System aus dem Gleichgewicht, und die kritischen Fluktuationen setzen die Skala, ab der die Domänen maximal mit der Signalgeschwindigkeit wachsen können (grüne Linie). Bei $+\hat{t}$ wird das System wieder adiabatisch, die symmetriegebrochenen Domänen haben eine wohldefinierte mittlere Größe ξ . Für jede nichtverschwindende Kühlrate kann die Symmetrie nicht global gebrochen werden.

Ordnungsparameter, der den Symmetriebruch charakterisiert, lokal verschwindet. Je nach Dimensionalität des Systems und Anzahl der Komponenten des Ordnungsparameters können das Monopole, Vortizes, Strings oder Korngrenzen sein. Beispiele für Vortizes sind Strudel im Richtungsfeld magnetischer 2D-Systeme. Normalfluide Strings finden sich in suprafluidem Helium – dort verschwindet die makroskopische quantenmechanische Wellenfunktion lokal. Korngrenzen wiederum trennen die Bereiche unterschiedlicher Vorzugsrichtung in Kristallen oder Magneten. Doch warum sind diese

topologischen Defekte beim Symmetriebruch unvermeidbar?

Für ein zweikomponentiges skalares Feld, das primordiale Higgs-Feld, hat Tom Kibble den zentralen Gedanken wie folgt formuliert [4]: Wenn aufgrund der Expansion und Abkühlung des frühen Universums die spontane Symmetriebrechung des primordialen Higgs-Feldes erfolgt, können Regionen, die kausal nicht im Zusammenhang stehen, nicht notwendig denselben Erwartungswert des symmetriegebrochenen Feldes annehmen. Nicht kausal zusammenhängend bedeutet: Die Regionen liegen räumlich so weit auseinander, dass

sie selbst mit Lichtgeschwindigkeit (multipliziert mit der Expansionsrate des Universums) keine Informationen austauschen können. Solche nicht-kausalen Regionen nehmen spontan unterschiedliche Erwartungswerte an, die später durch Domänenwände voneinander getrennt sind, es können aber auch Monopole und Strings eingebaut werden. Dass sich im Kosmos bisher keinerlei Anzeichen für derartige topologischen Defekte im primordialen Higgs-Feld fanden, ist einer der Gründe, einen inflationären Urknall zu postulieren: Alle topologischen Defekte sind während der Inflation, d. h. während der exponentiell schnellen Ausdehnung in den ersten 10^{-26} Sekunden des Universums, hinter den Ereignishorizont geschoben worden.

Einige Jahre später hat Wojciech Zurek den Gedanken auf kontinuierliche Phasenübergänge in Systemen der kondensierten Materie angewendet [5]¹⁾: Kontinuierliche Phasenübergänge sind von kritischen Fluktuationen geprägt, weil die Differenz der freien Energie zwischen geordneter und ungeordneter Phase am Übergangspunkt verschwindet. Nahe des Übergangs divergieren Korrelationslängen und – für das Folgende wichtig – auch die Korrelationszeiten von Ordnungsparametern („critical slowing down“). Am Übergang findet sich ein auf allen Längenskalen selbstähnliches Muster von symmetriegebrochenen und symmetrischen Bereichen. Zu vergleichen sind nun die Korrelationszeiten der kritischen Fluktuationen mit der Zeit, die es bis zum Erreichen des Phasenübergangs braucht. Für jede nichtverschwindende Kühlrate fällt das System zu einer wohldefinierten Zeit („fall out time“) aus dem Gleichgewicht – nämlich, wenn die Dauer bis zum Erreichen des Übergangs kürzer ist als die Zeitskalen der kritischen Fluktuationen. Bis zur „fall out time“ können die kritischen Fluktuationen der Kühlrate adiabatisch folgen, danach

fällt das System aus dem Gleichgewicht und eine längste Skala der kritischen Fluktuationen ist ausgefroren. Diese Skala legt später die mittlere Domänengröße fest: Langsame Kühlraten führen zu großen Domänen, für schnelle Kühlraten fällt das System früh aus dem Gleichgewicht, sodass die Domänen klein bleiben. Diese kühlratenabhängige Größenverteilung der Domänen ist als Kibble-Zurek-Skalierung bekannt. Bemerkenswerterweise lässt sich an ihr die Universalitätsklasse des Gleichgewichtsphasenübergangs festmachen, obwohl das System nicht im Gleichgewicht ist: Zur wohldefinierten „fall out time“ wird ein Fingerabdruck der kritischen Fluktuationen genommen und die Korrelationslänge gemessen.

Der Kibble-Zurek-Mechanismus ist in vielen Systemen untersucht worden [6, 7]. Seine Gültigkeit bestätigte sich auch in klassischen, mesoskopischen Systemen in zwei Dimensionen, bei denen sich die Defektstruktur einfach und zeitaufgelöst visualisieren lässt [8].

Wie sieht die Situation für quantenmechanische Übergänge aus? Die Experimente zu kollektiv angeregten Rydberg-Atomen, die in optischen Fallen in 1D (Ketten) [1] oder in 2D (Gitter) [2] eingefangen sind, sind dem (quantenmechanischen, transversalen) Ising-Modell zuzuordnen: Ein geeignetes Laserlichtfeld treibt einen Übergang zwischen dem Grundzustand (Ising-Spin down) und einem hoch angeregten Zustand (Ising-Spin up) von Rubidiumatomen in der optischen Falle. Die hoch angeregten Atome wechselwirken jedoch stark repulsiv untereinander (Rydberg-Blockade), weswegen sie nicht gerne nebeneinander auf dem Gitter sitzen, sondern Atome im Grundzustand als Nachbarn bevorzugen. Im Ising-Bild ist der symmetriegebrochene Grundzustand antiferromagnetisch. Die angelegten Lichtfelder erlauben es, das System kontrolliert zu manipulieren. In beiden Systemen ist die Defektdichte nach einem „Quench“ mit der quantenmechanischen Version des Kibble-Zurek-Mechanismus vereinbar, allerdings waren die Systeme mit 51 Atomen in 1D und 225 in 2D in der Größe recht limitiert.

Das zweidimensionale, quantenmechanische, transversale Ising-Modell (**Abb. 1**) ist nun mit verschiedenen numerischen Methoden intensiv untersucht worden [3]. Ein Ansatz, basierend auf maschinellem Lernen, codiert die Gesamtwellenfunktion in künstlichen neuronalen Netzwerken und umfasst bis zu 400 Qubits. Das ist immer noch deutlich weniger als in Simulationen von klassischen Systemen, allerdings müssen die numerischen Methoden die quantenmechanische Verschränkung, d. h. die Superposition aller möglichen Zustände, berücksichtigen, was den Zustandsraum groß macht und die Rechenzeit exponentiell wachsen lässt. Ein weiterer, iPEPS genannter Ansatz (infinite Projected Entangled Pair States), der die quantenmechanischen Wellenfunktionen rekursionsartig auf Tensornetzwerken mittels der sogenannten corner-transfer-matrix-Renormalisierungsgruppe iteriert, rechnet gar im thermodynamischen Limes.

Die numerische Arbeit bestätigt die Experimente und reproduziert die kritischen Exponenten aus den dynamischen Daten des Nichtgleichgewichtssystems im Wesentlichen, zeigt aber auch auf Physik jenseits des üblichen Kibble-Zurek-Mechanismus. Grund hierfür könnten höhere Korrelationen aufgrund der Wechselwirkung der topologischen Defekte untereinander sein. Solche höheren Korrelationen [9], aber auch die Bedeutung der Systeme in der Quanteninformatonstechnologie, machen sie zu extrem spannenden Forschungsobjekten.

- [1] A. Keesling et al., *Nature* **568**, 207 (2019)
- [2] S. Ebadi et al., *Nature* **595**, 227 (2021)
- [3] M. Schmitt et al., *Sci. Adv.* **8**, eabl6850 (2022)
- [4] T. Kibble, *Jour. of. Phys. A* **9**, 1387 (1976)
- [5] W. Zurek, *Nature* **317**, 505 (1985)
- [6] T. Kibble, *Physics Today* **60**, 47 (2007)
- [7] A. del Campo und W. Zurek, *Int. Jour. of Mod. Phys. A* **29**, 1430018 (2014)
- [8] P. Keim, *Physik Journal*, August/September 2016, S. 59
- [9] A. del Campo et al., *Phys. Rev. B* **106**, L140101 (2022)

Der Autor

Dr. Peter Keim, Heisenberg-Fellow am Max-Planck-Institut für Dynamik und Selbstorganisation, Am Faßberg 17, 37077 Göttingen

¹⁾ Diese Begründung kommt ohne den Kausalitätsbegriff aus. Trotzdem wird die Rolle der maximalen Signalgeschwindigkeit in kondensierter Materie von der Schallgeschwindigkeit (bzw. des 2. Schalls in suprafluidem Helium) übernommen und definiert einen „akustischen Horizont“.